

内部材料

继续教育数学高级教师研修班  
《数学教育研究》文献选

(一)

编 译 王长沛

北京教育学院  
数 学 系

## 目 录

|                      |    |
|----------------------|----|
| 1 · 九十年代的学校数学 .....  | 2  |
| 2 · 创造性 .....        | 27 |
| 3 · 教学教育原理概要 .....   | 35 |
| 4 · 数学教育合作研究计划 ..... | 58 |
| 5 · 了解学生 .....       | 78 |

### 阅读材料 ( I )

为更好研究《数学教育的研究与发展》，特选译了这篇文章，它是1988年在匈牙利举行的国际数学教育大会 (ICMI-6) 第六届大会的重要文件 第一篇大会宣读的论文。作者是菲律宾数学家 B. F. 列伯利斯 (该大会的副主席) 建议：

(1) 认真阅读该文。

(2) 思考下列问题，如：

a) 本文提出了哪些主要观点？

b) 这些观点与中国数学教育有无联系？

c) 从研究方法的角度看，本文的主要方法是什么？

如何论证的？是否充分？

d) 关于数学教育研究，本文作者作了哪些建议？

(3) 在适当时候，由两三位老师就本文的研究，在讨论会上做出报告。

建议：为了准备报告，应参考其它有关文献。

王 长 沛

1991年10月20日

九十年代的学校数学  
发展中国家的发展趋势与面临的挑战

B.F. 列伯利斯 (菲)

背景：

我为开场白，我先介绍自己从事数学与数学教学活动的地理环境与文化背景——东亚，特别是东南亚。东南亚数学协会创建于1972年，其后它一直活跃于数学研究与教育这个领域。在1972年，从经济发展来讲，我们所有的国家，除了日本以外，都可以被列为发展中国家。但是，各国的数学教育与数学研究的发展情况彼此间差异很大，我们早就认识到，仅仅用经济发展或未开发这些理由，还不足以解释造成各国间差异的原因。例如，人们很难解释，为什么河内（越南）的数学如此发达？即使在越战期间，其发展势头也未削弱。又如，只以经济原因也很难说明，为什么在新加坡有大批学生在学习纯数学？尽管，在这个岛国，从事纯数学研究的就业机会很少。

此外，仅仅用经济发展的观点还很难理解，为什么一些国家能很谨慎地对待“新数学运动”？他们只是把适合于他们具体情况的一部分纳入他们自己的体系。相反，有一些国家却未能很好地处理“新数学”从而遇到了很大的麻烦。经过一系列讨论，我们明白，这与文化、知识传统与关于知识的价值观念有密切的联系。

1983年，我在日本、东京举行的地区性国际数学教育会议上，就东南亚社会因素问题发表一些自己的看法。当时，我把数学

教育问题分为两类：

微观问题，或数学教育的内容问题，例如，课程、教师培训、教科书、计算器的应用与解决问题等等。

宏观问题，或影响数学教育的那些外部压力，它们多来自社会其它部分，这包括：经济、政治、文化、语言等等。

在那次讲话中，我提出了一个观点，对许多发展中国家而言，那些最值得研究与思考的正是这些来自社会外部的压力。而研究这些外部因素的目的，又恰好是设法给教育系统提供某种机会与一定程度的自由，以便能更好地注意数学教育本身的内部问题。从1983年以来，我一直突出、反复强调关于学习的文化与价值观念。我认为，对发展中国家（例如菲律宾）的数学研究与数学教育发展来说，这是我们应当认真研究与理解的关键因素。

在1984年的阿特勒德会议上，出现了一个以“人人学数学”为中心议题的课题组，并讨论了正规学校数学课程的文化历史。这一讨论使人们清楚地理解了一个至关重要的问题——在西欧产生的，旨在培养少数精英的数学教材已经被广泛的传播到发展中国家，它几乎影响到每一个课堂的教学。这自然要引起不相适应的现象。

正是基于上面的考虑，这次讲话将主要根据国际数学教学委员会(International Commission on Mathematical Instruction, 以下简称 IOMI) 的研究, 及其系列出版物《九十年代的学校数学》。本人有幸能参加该书的第一稿的编写工作。

此外，我还要以一个菲律宾人的角度来讨论这一课题，大家知道，菲律宾是一个只有不长的知识历史的发展中国家。在《九十年代的学校数学》一书中，我们可以清楚地看到，学校教学所面临的挑战是如何面对全球性的变革这一现实，如何适应改革中的社会与文化发展？如何适应技术上的革命？

这里，我又主要集中讨论所面临的第一个挑战，即如何适应社会与文化变革的需要？这当然不是说，技术的挑战对发展中国家不重要。但是经验表明，在合理地解决技术的挑战之前，有必要在社会与文化等方面做出努力，取得一定地进步。

## I 学校教学课程的内容

### 令人吃惊的事实

ICMI 的研究揭示了一些人们所熟知的事实，但读来仍然是觉得吃惊。这就是：整个世界，学校教学的课程是令人吃惊的一致！我们也听到过人们用几乎一样的理由来说明，为什么所有的人都要学数学，为什么数学课程应当是现在这个样子。这些理由通常集中在教学的重要性上；它能教我们如何思考；它能给我们带来愉快（至少对一部分学生）；在一个技术发达的社会里，数学十分有用等等。尽管各种学校差异悬殊，而理由却几乎都是一致的。

为了说明社会经济环境的差异，这里仅以日本与墨西哥为例来说明：事实上，在墨西哥，受过一年以上小学教育的儿童仅占同令儿童的68%，而接受初中教育的仅占10%，能完成中学教育的只有3%。相反，几乎所有的日本儿童都能完成初中教育，而95%的学生继续接受教育（各种形式的全日教育）直到18岁。尽管差异如此悬殊，这两个国家的教学大纲却几乎完全一样，而且年年如此。更有趣的是，这两个国家的大纲又都来自其它国家，那里的环境显然既不同于日本，也不同于墨西哥。

至于教学的用处，尽管不同国家、不同地区的就业机会、种类是如此不同！而人们在描述教学的用处时，却又几乎完全一致。

当然，我们知道，学校教学课程的统一不是来自教学内部结构，也不是来自外部环境的统一性。

事实是，人们所熟悉的学校教学课程是形成于工业革命后的西

欧，是产生于特定的历史与文化环境中的。那时，设计课程的人很少考虑社会因素。此外，在那个时代，只有一小部分尖子生能够接受较长时期的教育。但近几十年来，过去只教给一小部分的东西，现在却要求几乎所有的学生学会它。

正如阿的勒德会议“人人要教学”这一专题讨论所表明的，这种只为一部分尖子而设计的教学，在教给大多数学生时，在全世界各国都遇到了困难。而发展中国家所遇到的困难要更为严重。这是因为，许多国家的学校体制还没有完善成熟。于是我们看到一个二元社会：一个尖子与大多数学生分离的社会。另一方面，由于人力、物力的局限性及社会价值观念，人们又不太尊重教师的社会身份。因而，对发展中国家来讲，特别重要的是应当对从别处发展起来的经验采取批判的态度，同时要更多地注意自己的环境、经验与需要。在这次讲话中，我要更多地考虑到这些发展中国家。

那么学校教学课程应当像什么样子呢？对发展中国家而言，教学课程又应当是什么样子呢？考虑一下不同的课程。

设想的课程——这是我们在官方的大纲与教科书看到的，如前所说，这种课程在全世界是相当统一的。

实际实施的课程——这是在学校实际讲授的课程。

实际达到的课程——这是学生实际学到的，理解的。

在发展中国家，这些人们未注意到的差别是可能发生的。我们可以用60年代菲律宾推行“新教学”来说明这种差别。那时，教



育部邀请了和平队的自愿人员来训练教“新数学”的教师。很自然，他们强调新东西，诸如计算系统、集合与集合运算，以及基本运算律等等。此外，课程的组织也仿照所谓“螺旋式”的方法，也就是每年都重复同样的内容，例如，从集合、集合运算、数系、交换律、结合律等等。不过，每次重算都上升到较高的层次。另外，实际的数的运算仅仅在课程的第二部分，后半部分。自然，教师会认为新数学取代旧数学，主要体现在集合的交、并与不同的数系等等。这样做的自然结果是强调课程的第一部分而忽略后半部分。于是，我们培养出这样的一代学生：他们认为学校的数学基本上只集合、集合运算、交换律与结合律，而从不学习如何做加、减、乘与除。

### 弥合鸿沟

如何弥合存在于设想的课程、实施的课程与实际达到的课程之间的这种鸿沟呢？下面我援引三个例子，它代表了三种方法与途径。

#### 1. 完全重新组织

在我1983年于东京所发表的文章中，曾引述了70年代后期，日本前任IOMI主席的报告。这一段引文介绍了日本在弥合“鸿沟”方面所做的努力。当时，日本朋友认为“鸿沟”之所以产生，是因为所实施的课程太困难了，大多数学生不能接受。考虑到日本社会强调一致发展的价值观念，于是他们决定修改设想的目标，降低难度，以减少学生失败的可能性。日本学校系统的高度纪律性与高效率可以保证这种设想的课程能够得到具体贯彻。但从最近发表的Takashimo的文章看，“鸿沟”问题并非是能够轻易解决

的。他说：“我们高兴地看到，1978年的大纲、课程使用情况有所改进……但是问题仍然存在，改进是太有限了……对大多数学生来讲课程所涉的范围仍然过宽，程度仍然太深，而对那些尖子学生来讲，这赶课程又限制了他们的发展。”

## 2 生物式的转变模型

1985年，在芝加哥大学举行的一次学术会议上，塔玛斯·瓦加(Varga)报告了他们在60年代所进行的改革。起初，改革实验由两位教师从一年级开始进行。经过一段耐心的生物式的过程，实验班的数目增至200。这时，社会与政治的压力开始发生作用，它加速了这一扩大过程，并成一种“较温和的课程形式”的模式。到了1984-1985期间，100%的七年级学生（匈牙利实行+年制教育）以及80%的八年级学生都很喜欢我们所发展起来的课程。”但是，并非真正的全部，正如瓦加本人接着指出的问题：步子迈得太快了，老师们跟不上这种变化。他们采用我们的课程不是出于自己相信它、理解它，而是因为被迫这样做等等。

## 3 人类文化式的教学

另一方面，阿比拉坦·达布罗西欧却提出了一种完全不同的方法与观点，即所谓“人类文化式的教学”。他在阿的勒德会议上所做的大会发言中曾举了一些例子；例如存在于亚马逊河印第安人造船经验中的教学，以及篮子编织图所表现出来的几何。达布罗西欧及其它主张人类文化式的教学的人是旨在改革目前正规学校所谓

的“设想的课程”，使新的课程植根于，并密切联系于某一特定文化中的教学经验。如果我们采用这种方法，就不再有以前那种正规的数学课程，至少是在早期的学习阶段。可是，不同文化的民族、国家将会有不同的教学。

### 不同的课程路线

ICMI 的研究还启示我们，从回顾不同学校数学课程的历史中，我们会获得不少教益。图 1 说明了算术的学习路线，它强调了数学的实践的形式，也可被称之为“适于职业的”形式。图 2 则显示了传统的纯数学与应用数学的学习路线，它，特别是传统数学，强调了中小学教学中的算术与计算。最后，图 3 则反映了现代数学的学习路线，它把现代数学的方法下放到初等水平。

今天我们要考虑三种类型的教学：

- (1) 人类文化的数学
- (2) 学校的数学
- (3) 高深的纯数学

按照这种划分，六十年代的“新数学”是试图把(2)与(3)两者密切相结合，即把(3)的目的、方法与结构移植到(1)。现在，人们更多地是想把(1)与(2)结合起来。这里值得提出的是，在前两条路线中，小学数学曾总是更职业化、更实践性。以这种形式，它更容易与人类文化的数学联系起来。于是，我们所面临的挑战便是把这些较好传统的学习路线和特定文化中的教学联系起来，并在稍后阶段，把它和更高深的数学联系起来。

不过，对发展中国家，我们还有另一值得注意的问题——即所谓“学生流失”现象。考虑到这种实际情况，我们需要使小学四年级、六年级这两个阶段分别形成相对完整的教学。对发展中国家来说，也许回到更传统的学习路线能有助于形成“分段、相对完整”的小学数学课程体系，它比较容易实现，从而能照顾到“流失生”的需要。

## II 技术对于学校数学的影响

IOMI的研究认为：“在考虑九十年代的学校数学课程内容时，首先应多注意的问题也许应当是新技术的影响，即要考虑新技术会怎样影响数学？影响到什么程度？特别是计算器与计算机。”这一段话很清楚地反映出人们对于新技术、及其对学校数学影响的认识。

### 重要性

技术对学校数学影响的重要性是没有疑问的。在IOMI的研究系列报告中，有一专辑讨论这个问题：《计算机与信息科学关系于数学及数学教学的影响》。在美国，著名的杂志《算术教师》曾利用一期（1987年2月号）的全部篇幅专门讨论计算器在小学教学中的作用。我们的国际数学教育大会（International Congress on Mathematical Education，下面简称ICME）的近两次大会（第五次会议，在澳大利亚的阿德莱德，1984年）上，有关技术与学校数学的专题讨论吸引了大批的与会者，这一

题对于发展中国家也是至关重要的。事实上，即使在贫穷国家里，大多数学生也能买得起计算器，至于计算器，它对一小部分人，但却是相当有影响的一部分人来说也是至关重要的。当然，使计算机变得普及，是要花费一些时间的。尽管如此，我们发展中国家也应当以非常认真的态度来对待这个问题。

但是，我们到底应当怎样做？

虽然我们已经讨论了技术对学校教学影响的重要性，但仍不知道应当如何行动。早在1986年举行的IOMB第三次会议上（在西德的卡尔斯拉赫举行），与会者就已经对计算器在学校教育中的作用进行了认真的讨论。而1980年，在贝克莱（美国）举行的IOMB第四次会议上及美国数学教师全国委员会的行动日程上也强调了“充分利用计算器、计算机的强大功能，这包括各种水平的教育”。但是正如前面提到的《算术教师》杂志所说，从IOMB-4到今天，几乎10年过去了，我们仍然远未形成一个把计算器有机地结合进课程里去的完整体系。另一方面，随着越来越多的学生熟悉微型计算机（特别是在家里），但是人们对它在课程、教室里的位置仍然还不清楚。

也许在形成计算器——整体课程结构与（或者）计算机——整体课程结构这两个领域里，发展中国家很大程度上要依靠发达国家的进步。我们还没有人力、财力来深入研究、发展、测试与评估。而这些工作又是发展这种新课程所必不可少的。尽管如此，我还是要提出一些建议，主要是应发展中国家而言。我建议大家回顾历史

上技术影响的例子。在汲取新技术方面，今天不少新成长起来的工业国给我们提出了一个成功的模式：引进技术，模仿它，做些小的、但又是重要的修改，最终掌握了技术，进一步根据自己的需要或目的重新改造它。东亚数学学会也正是依照这种路子，来发展我们这一地区的数学研究的。

对发展中国家，当然，这时我心里是以东南亚地区作为具体的例子的，我想提出个人的建议：我们应当把力量集中在一起，为一个十年努力工作。我相信，上面谈到的引进方式，或者东南亚数学学会的经验是有益的：倾听并且学习外国专国，在自己的国家开始类似的努力与实验，把所有这些努力与实验集中在一起，通过集体讨论的合作形式，互相学习，然后发展起自己的，把技术有机地完整地结合进课程，以形成新的完整的体系。

#### Ⅲ 宏观问题：文化、信仰及关于教学教育价值的重要性

在B.G.贝革尔的、具有里程碑意义的评论《数学教育里的重要变量：对经验文献研究的发现》中，我们可以看到，有不少文章专门讨论文化价值在数学教育中的作用。确实，现在有关第三世界数学教育的讨论越来越集中在文化变量。从亚洲的经验看，这也许是东亚在传统与文化上的鲜明对比，使我们能强烈地意识到文化因素的重要性。例如，我们早就认识到，诸如教师社会地位与工资之类的问题，不仅仅是一个经济问题，也是一个文化价值问题，再如，在经济条件很差的条件下，仍然出现了不少的教学天才，这种造就

天才的内在动力，很大程度上也是来自文化环境。

以上所说的关于文化因素重要性的感性认识，已经得到由斯梯文森(H.W.Stevenson)及芝加哥大学其他一些人所进行的一系列跨——文化(Cross-Cultural)研究的有力支持。他们最近对日本、台湾及美国(明尼苏达)的数学教育进行了比较。研究的对象是一年级与五年级的学生。大家早就知道，日本与台湾儿童的数学学习成绩要明显的好于美国儿童。这项研究进一步证实了以前的这种发现。但，这项研究的引人注意的发现是解释产生差别的原因，看来很明显的是属于文化、信念与价值范畴。我不可能在这里详述这项研究。但是，我可以援引某些有助讨论我们问题的发现：

### (1) 关于数学重要性的信念

在日本和台湾，父母与儿童十分相信数学对他们教育的重要性。至少，它与语文有相同的重要水平。而在美国，语文在儿童心目中占突出的重要地位，数学远远不如它重要。事实上，美国的儿童的家长对他们孩子的数学教育似乎并不看得太严重。他们好像对自己孩子的成绩相当满意。相反，在日本与中国，家长们十分担心孩子们的数学教育，非常担忧他们的成绩。

### (2) 什么使学生数学学得好？

在美国，教师与父母通常把数学成绩好坏归因于儿童的接受能力。但是根据亚洲的传统，人们并不太看重天赋的差别，并相信数学学习好坏主要取决于努力工作与所花费的时间。如果一个儿童学

习速度低于他人，这意味着，这个孩子必须更加努力地学习，他们常常引用中国的谚语“笨鸟先飞”。

### (8) 教师的地位

一般地说，在日本与台湾，教师的地位要比美国的教师高。这既反映在教师的社会地位上，也体现在工资收入上。例如，日本特别关照小学教师的工资。事实上，除了高级职位的工资以外，一般小学教师的工资要高于中学、大学教师的一般工资。

这种在文化、信念与价值上的差别，可以举出一些可观察到的事实来说明：

(1) 第一，从课时来看，日本与中国所用的时间要多于美国。这也反映在用在家庭作业的时间上，也体现在父母、教师及儿童用在教学的时间上。

(2) 在日本与中国，教师努力教好包括差生在内的整个班。教师们努力使全班一起学习并赶上正常进度。这样，学习上的掉队现象就明显的要少些。

(3) 在日本与台湾，教师的社会与学校的期望，促使他们把较多的时间用于教学工作。比较精密的度量表明，亚洲的教师要花更多的精力于教学及其有关的活动。

## IV 发展中国家教学教育的生物模式

文化因素（文化、价值、信念）对教学教育的重要性对发展中



国家也许有所启示，即我们或许可能沿着生物模式的路线来发展数学及数学教育。这种思维在西方世界是不怎么普遍的。也许，正如费利乔夫·卡普拉在《转折点》一文中所说，这是因为西方思想界一直受到笛卡儿和牛顿等机械主义观点的支配。但是，对东方的思想界而言，这都是人们十分熟悉的理论框架。例如，最近我读过一篇关于西方宇宙学于十七世纪传入日本的文章，其中有这样一段：“现代化之花得以盛开的沃土是经过了几世纪的努力才变得肥沃的。正是这一沃土使日本能在明治维新之后，迅速地、成功地实现了现代化。很多人把日本的现代化称之为“奇迹”。其实没有什么奇迹：这是几个世纪努力的结果”。我曾和日本、中国的数学家朋友们多次议论过类似的问题，很自然，社会与人在数学发展中的重要作用，情感及非认知因素的因重要作用总是一次又一次地被提到。的确，那些正规学校的课程及其修改应当被看作是一个在外国土壤上的生物成长过程。那么，文化因素，它是移植赖以发生的土壤，必然是一个十分重要的因素。为了使得这种移植进行得到利，我愿把自己关于东南亚，特别是菲律宾，在这方面的努力所作的反思总结为以下几个重要问题，供大家参考。

### (1) 步子

本文前面提到了1985年芝加哥会议，在那次会议上，匈牙利的塔玛斯·瓦加讨论了他们于六十年代，在布达佩斯特所进行的实验工作及其发展过程。他写到：

在十年中，班级（参加实验的）扩大到200个，占全国八年