

数学

教师教学用书

义务教育课程标准实验教科书

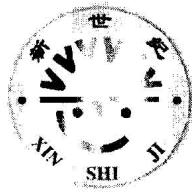


八年级 上册

SHUXUE JIAOSHI JIAOXUE YONGSHU



北京师范大学出版社

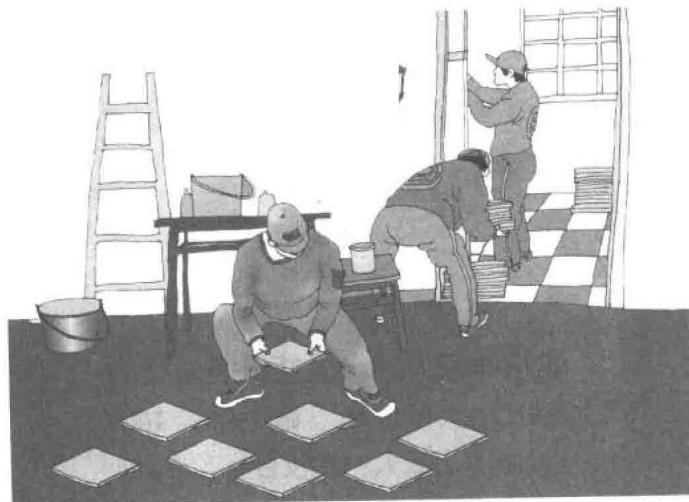


义务教育课程标准实验教科书

数学 教师教学用书

八年级 上册

义务教育数学课程标准研制组 组编
北京师范大学国~~家基础教育~~实验教材总编委会



北京师范大学出版社

· 北京 ·

本册教材配套资源

- 伴你学数学（八年级上册）
- 数学寒假生活（八年级）

发行部电话 010-62208015 62208898 62207692

邮购科电话 010-62208083

传 真 010-62200035 62206196

编辑部电话 010-62209000 62208994

新世纪网址 <http://www.xsj21.com>

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街 19 号 邮政编码：100875)

出版人：常汝吉

北京京师印务有限公司印刷 全国新华书店经销

开本：787 mm × 1 092 mm 1/16 印张：18 字数：432 千字

2003 年 6 月第 2 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

定价：12.60 元

编者的话

本书依据《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》),配合《新世纪版义务教育课程标准实验教科书·数学》(八年级 上册)编辑而成,供教师从事教学时参考。

一、教科书特点

为了实现《标准》的课程目标,教科书力图突出如下特点:

为学生的数学学习构筑起点.为了实现《标准》所提出的课程目标,使每个学生都能够在数学学习过程中获得最适合自己的发展,教科书提供了大量数学活动的线索,成为供所有学生从事数学学习的出发点.目的是使学生能够在教科书所提供的学习情境中,通过探索与交流等活动,获得必要的发展,达到《标准》所设立的课程目标.

向学生提供现实、有趣、富有挑战性的学习素材.所有数学知识的学习,都力求从学生实际出发,以他们熟悉或感兴趣的问题情境引入学习主题,并提供众多有趣而富有数学含义的问题,以展开数学探究.这将有助于展现数学与现实及其他学科的联系,突出“数学化”的过程.

为学生提供探索、交流的时间与空间.有意义的数学学习不能单纯地依赖模仿与记忆,动手实践、自主探索与合作交流也是重要的数学学习方式.为此,教科书在提供学习素材的基础之上,还依据学生已有的知识背景和活动经验,提供了大量的操作、思考与交流的机会,如提出了大量富有启发性的问题,设立了“做一做”“想一想”“议一议”等栏目,以使学生通过自主探索与合作交流形成新的知识,包括归纳法则与方法、描述概念等.同时,章后的回顾与思考、总复习也以问题的形式出现,以帮助学生通过思考与交流,梳理所学的知识,建立符合个体认知特点的知识结构.

展现数学知识的形成与应用过程.经历知识的形成与应用过程,将有利于学生更好地理解数学、应用数学,增强学好数学的信心.因此,教科书力图采用“问题情境—建立模型—解释、应用与拓展”的模式展开.所有新知识的学习都以对相关问题情境的研究作为开始,它们是学生了解与学习这些知识的有效切入点.随后,通过对一个个问题的研讨,逐步展开相应内容的学习,使学生经历真正的“做数学”和“用数学”的过程,并在此过程中逐步建立数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识和推理能力等.

满足不同学生发展的需求.教科书在保证基本要求的同时,也为有更多数学学习需求的学生提供了有效的途径.“读一读”栏目提供了有关的数学史料或背景知识、数学在现实世界和科学技术中的应用实例、有趣的或有挑战性的问题讨论、有关数学知识延伸的介绍等,目的在于给这些学生以更多了解数学、研究数学的机会.教科书中的习题分为两类:一类面向全体学生,为他们熟悉、巩固新学的内容,加深对相关知识和方法的理解所设;另一类“试一试”则面向有特殊数学学习需求的学生,不要求全体学生都尝试去完成它们.

二、教学活动

数学教学是数学活动的教学，是师生交往、互动、共同发展的过程。学生是数学学习的主人，教师是学生数学学习的组织者、引导者和合作者。有效的数学教学应当从学生的生活经验和已有的知识背景出发，向他们提供充分的从事数学活动的机会，在活动中激发学生的学习潜能，促使他们在自主探索与合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识、技能、思想方法，获得广泛的数学活动经验，提高解决问题的能力，学会学习。进一步，使学生在意志力、自信心、理性精神等情感与态度方面得到良好的发展。

教学活动中，教师应根据学生实际，创造性地使用教科书，积极开发、利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材，让学生经历数学知识的形成与应用过程；要关注学生的个体差异，有效地实施有差异的教学，使每个学生都得到充分的发展；应根据学生的认知特征和所学知识的特征，灵活采用多种教学形式，促进学生有效地学习；应要求学生在学习数学和解决问题的过程中充分借助计算器(有条件的地区鼓励使用计算机)，培养他们运用现代信息技术解决实际问题的意识和能力，使他们能够借助新技术去学习数学、解决较为现实的问题，并免于从事大量繁杂、重复的机械性操作活动，而把更多的精力投入到有意义的探索性活动中去。

教师在教学中要尽可能多地使用不同的教学媒体，包括模型、挂图、投影片、录音(像)带、软件等，以丰富学生感知认识对象的途径，促使他们更加乐意接近数学、更好地理解数学，在数学学习上获得更多的成功。

三、学习评价

评价的目的是全面了解学生的学习状况，激励学生的学习热情，促进学生的全面发展。评价也是教师反思和改进教学的有力手段。

对学生数学学习的评价，应全面反映学生的学习状况。首先要关注对学生学习过程的评价，包括学生参与活动的程度和行为表现、合作交流的意识和能力等。对学生数学思维过程的评价，不仅要关注学生是否能积极主动地独立思考，而且要关注他们在学习过程中表现出来的数学思维策略、水平和思维品质。对学生解决问题能力的评价，包括考查他们能否结合具体情境提出数学问题；能否尝试从不同角度分析和解决问题；能否与他人合作解决问题；能否清楚表达解决问题的过程，并解释结果的合理性；能否对解决问题的过程进行反思，并获得解决问题的经验。对学生情感与态度的评价，应结合具体的教学过程和问题情境，随时了解他们学习数学的主动性、自信心、对数学活动的兴趣和应用数学解决问题的意识。对学生掌握基础知识和基本技能状况的评价，应着重考查学生对知识与技能的理解和运用，而不是对知识的机械记忆和过分的技巧性要求。应当强调的是，《标准》所列的教学目标是本学段结束时学生应达到的目标，不能要求每一个学生在相应内容学习之后立即达到，应允许他们经过一段时间的努力和知识、技能与经验的积累逐步达到。

要采用多样化的评价方式，如书面考试、口试、作业分析、课堂观察、课后访谈、建立数学成长记录、撰写小论文和活动报告等，全面了解学生的数学学习状况。在采用书面考试时，教师要按照《标准》的要求，控制考试难度与次数，控制客观题型的比例，避免偏题、怪题和死记硬背的题目。对于课题学习，学生需要一定的操作和思考时间，还需要和同伴进行讨论与交

流，很难在一次书面测验中完成。因此，教师应注重评价学生课题学习的过程，不宜把它纳入书面考试(测验)的范围之中。

在呈现评价结果时，应重视定性评价的作用，采用定性与定量相结合的方法。定性评价可采用评语的形式，更多地关注学生已经掌握了什么，有哪些进步，具备了什么能力，还需要在哪些方面努力等，以使评价结果有利于树立学生学习数学的自信心，提高学生学习数学的兴趣，促进学生的全面发展。

四、几点说明

准确地把握与遵循《标准》的精神是有效使用教科书和教师用书的前提。因此，教学中可在遵循《标准》的基础上，根据学生的实际状况，创造性地使用本书，如改变或替换教科书中的例(习)题，因地制宜地创设一些学习情境、学习素材和教学用具。

教科书中需要学生完成的任务，包括归纳法则(方法)、描述概念(定义)、总结所学内容结构等，应首先鼓励学生通过独立思考与合作交流给出各自的答案，教师则在学生充分活动的基础之上介绍规范的表述，但不宜要求学生机械记忆规范的表述，应提倡在了解不同答案的基础之上，每个人选择最适合自己的答案。

教科书中的“读一读”目的在于给对数学有兴趣的学生以更多了解数学、探究数学的机会，是教学中“弹性”的一种表现。教学中应明确：有兴趣的学生可以选择相关材料阅读、思考，教师则有义务给他们提供必要的帮助。习题中的“试一试”仅仅面向部分学生，以满足他们进一步理解和研究有关知识与方法的需求，是体现教学“弹性”的另一个方面，不应当要求全体学生都尝试去完成它们。

设立“回顾与思考”的意图是运用问题的形式帮助学生梳理本章所学知识，建立一定的知识体系。教学时可以首先鼓励学生独立思考，自己回顾所学的内容，并尝试回答教科书中提出的问题。在对问题进行回答时，教师应关注学生运用自己的语言解释答案的过程，关注学生运用例子说明自己对有关知识的理解，而不是简单复述书上的结论，学生的答案只要合理，教师都应给予肯定，然后开展小组交流和全班交流，使学生在反思与交流的过程中逐渐建立知识体系。此外，回顾与思考也为学生的自评提供了机会。课后，教师可以要求学生独立完成一份小结，用自己的语言梳理本章内容，并回顾自己在本章学习中的收获、困难和需要改进的地方。教师也可以据此了解每一个学生的学习状况，并适时地调整教学。

此书的目的在于帮助教师更好地把握教科书，包括它的总体目标、编写思路、内容结构、教学中应当予以关注的重点和难点，所提教学建议仅供教师在教学过程中参考。希望广大教师在使用过程中提出宝贵的意见和建议。

本书编写过程中，得到有关方面的领导、专家和学者的众多支持和帮助，出版社的同志们为确保此书的质量和按时出版付出了极为艰辛的劳动，在此一并表示诚挚的谢意！

编者

2003年5月

目 录**目 录****第一章 勾股定理**

1 探索勾股定理	(2) ^[1]	5
2 能得到直角三角形吗	(9)	14
3 蚂蚁怎样走最近	(13)	18
回顾与思考	(16)	21
复习题	(16)	21

课题学习

★ 拼图与勾股定理	(19)	27
-----------	------	----

第二章 实 数

1 数怎么又不够用了	(25)	36
2 平方根	(31)	43
3 立方根	(36)	48
4 公园有多宽	(39)	51
5 用计算器开方	(41)	53
6 实数	(44)	56
回顾与思考	(52)	64
复习题	(52)	64

第三章 图形的平移与旋转

1 生活中的平移	(57)	73
2 简单的平移作图	(61)	77
3 生活中的旋转	(66)	82
4 简单的旋转作图	(69)	85

目 录

3 一次函数的图象	(159) 189
4 确定一次函数表达式	(163) 193
5 一次函数图象的应用	(166) 196
回顾与思考	(175) 205
复习题	(175) 205

第七章 二元一次方程组

1 谁的包裹多	(181) 215
2 解二元一次方程组	(186) 220
3 鸡兔同笼	(194) 228
4 增收节支	(196) 230
5 里程碑上的数	(199) 233
6 二元一次方程与一次函数	(202) 236
回顾与思考	(208) 242
复习题	(208) 242

第八章 数据的代表

1 平均数	(213) 251
2 中位数与众数	(220) 258
3 利用计算器求平均数	(224) 262
回顾与思考	(227) 265
复习题	(227) 265

总复习	(230) 269
-----	-----------

5 它们是怎样变过来的	(71) 87
6 简单的图案设计	(74) 91
回顾与思考	(78) 95
复习题	(78) 95

第四章 四边形性质探索

1 平行四边形的性质	(83) 104
2 平行四边形的判别	(88) 109
3 菱形	(92) 113
4 矩形、正方形	(95) 116
5 梯形	(101) 122
6 探索多边形的内角和与外角和	(106) 127
7 平面图形的密铺	(111) 132
8 中心对称图形	(114) 136
回顾与思考	(117) 139
复习题	(117) 139

第五章 位置的确定

1 确定位置	(122) 147
2 平面直角坐标系	(130) 155
3 变化的鱼	(138) 163
回顾与思考	(145) 170
复习题	(145) 170

第六章 一次函数

1 函数	(150) 180
2 一次函数	(154) 184

第一章 勾股定理

一、教学目标

- 经历探索勾股定理及一个三角形是直角三角形的条件的过程，发展合情推理能力，体会数形结合的思想。
- 掌握勾股定理，了解利用拼图验证勾股定理的方法，并能运用勾股定理解决一些实际问题。
- 掌握判断一个三角形是直角三角形的条件，并能运用它解决一些实际问题。
- 通过实例了解勾股定理的历史和应用，体会勾股定理的文化价值。

二、设计思路

勾股定理是反映自然界基本规律的一条重要结论，它有着悠久的历史，在数学发展中起过重要的作用，在现实世界中也有着广泛的应用。勾股定理的发现、验证和应用蕴涵着丰富的文化价值。勾股定理从边的角度进一步刻画了直角三角形的特征，通过对勾股定理的学习，学生将在原有的基础上对直角三角形有进一步的认识和理解。

为了使学生能更好地认识勾股定理、发展推理能力，教科书设计了在方格纸上通过计算面积的方法探索勾股定理的活动，同时又安排了用拼图的方法验证勾股定理的内容，试图让学生经历观察、归纳、猜想和验证的数学发现的过程，同时也渗透了代数运算与几何图形之间的关系（如将 a^2 , b^2 , c^2 与正方形的面积联系起来，再由比较同一正方形面积的几种不同的代数表示得到勾股定理）。

勾股定理的逆定理也有着重要的地位，但在本章中不要求学生从逻辑上对定理与逆定理进行一般的认识，因此，教科书中没有给出勾股定理逆定理的名称，而是称之为直角三角形的判别条件。教科书以历史上古埃及人作直角的方法引入“三角形的三边长如果满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，是否能得到一个直角三角形”的问题，然后通过让学生按已知数据作出三角形，并测量三角形三个内角的度数来获得一个三角形是直角三角形的有关边的条件。

为了让学生更好地体会勾股定理及逆定理在解决实际问题中的作用，教科书提供了较为丰富的历史的或现实的例子来展示它们的应用，体现了它们的文化价值。限于学生已有的知识，有关应用中涉及的数均为完全平方数，本章更多关注的是对勾股定理的理解和实际应用，而不追求计算上的复杂。在学生学习了无理数之后，可以再利用勾股定理解决一些涉及无理数运算的实际问题。

三、课时安排建议

1 探索勾股定理	2 课时
2 能得到直角三角形吗	1 课时
3 蚂蚁怎样走最近	1 课时
回顾与思考	1 课时

四、教学建议

1. 注重使学生经历探索勾股定理等过程.

教科书安排了探索勾股定理、验证勾股定理、探索直角三角形的条件等活动，教师应鼓励学生充分从事这些活动，通过观察、实践、推理、交流等获得结论，发展空间观念和推理能力。

例如，教科书设计了在方格纸上通过计算面积的方法探索勾股定理的活动，教师应鼓励学生充分经历这一观察、归纳、猜想的过程，鼓励学生尝试求出方格中三个正方形的面积，比较这三个正方形的面积，由此得到直角三角形三边的关系，通过对几个特殊例子的考察归纳出直角三角形三边之间的一般规律，运用自己的语言表达探索过程和所得结论。教学时，教师也可以根据学生的实际情况，设计其他的探索情景。

2. 注重创设丰富的现实情境，体现勾股定理及其逆定理的广泛应用。

勾股定理和逆定理在现实世界中有着较为广泛的应用，教师应充分利用教科书中的素材让学生体会这种应用，如古埃及人利用结绳的方法作出直角，利用勾股定理求出蚂蚁的最短路线等。教师还可以创设其他现实情境或鼓励学生自己寻找有关问题，进一步展现勾股定理和逆定理在解决问题中的作用，认识现实世界中蕴涵着丰富的数学信息。

3. 尽可能地介绍有关勾股定理的历史，体现其文化价值。

勾股定理的发现、验证及应用的过程蕴涵了丰富的文化价值，古代很多国家和民族都对勾股定理有不同程度的认识和了解，我国是最早了解勾股定理的国家之一。当考虑等腰直角三角形的斜边时，这一定理又导致了无理数的产生——数学历史上的第一次数学危机。

教师应鼓励每一个学生阅读教科书提供的勾股定理的历史，并可以向学生再展示一些历史资料。教师还可以引导学生自己从书籍、网络上查阅资料，了解更多的有关勾股定理的内容，体会它的文化价值。

4. 注意渗透数形结合的思想。

在勾股定理的探索和验证过程中，数形结合的思想有较多的体现。教师在教学中应注意渗透这种思想，鼓励学生从代数表示联想到有关的几何图形，由几何图形联想到有关的代数表示，这有助于学生认识数学的内在联系。例如，在探索勾股定理的过程中，教师应引导学生由正方形的面积想到 a^2 , b^2 , c^2 ，而在勾股定理的验证过程中，教师又应引导学生由数 a^2 , b^2 , c^2 想到正方形的面积。

五、评价建议

1. 关注对探索勾股定理等活动的评价。

教科书安排了探索勾股定理、验证勾股定理、探索直角三角形的条件等活动，这些活动对于学生发展空间观念和推理能力是很有帮助的，因此对这些活动的考查应当成为评价的首要方面。

对这些活动的评价，一方面要关注学生是否积极参与，是否能与同伴进行有效的合作交流；另一方面也要关注学生在活动中能否进行积极的思考，能否探索出解决问题的方法，是否能够进行积极的联想（如由数联想到形，由形联想到数），在活动中学生所表现出的归纳、概括能力，学生是否能够有条理地表达活动过程和所获得的结论等。

2. 关注考查对勾股定理及其逆定理的理解和应用 .

对于学生学习勾股定理及其逆定理等内容的评价，不能要求学生单纯的记忆，而应关注学生是否理解勾股定理是对直角三角形三边数量关系的刻画，能否灵活运用勾股定理及其逆定理解决实际问题。限于学生已有的知识，对于勾股定理的应用，所涉及的数据都为完全平方数。同时，评价时不应以复杂运算为主，教师应更加关注学生对有关结论的正确使用。

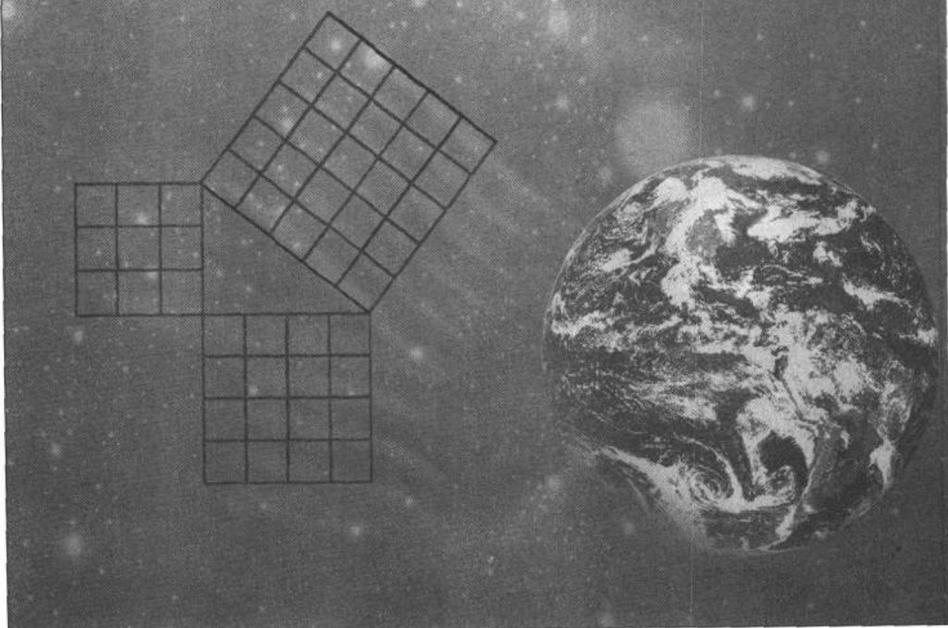
第一章 勾股定理

主题图以一幅向太空“发射”反映勾股定理的图为背景，并配以文字说明。其实，今天世界上许多科学家都正在试探寻找其他星球的“人”，为此向宇宙发出了许多信号，如地球上人类的语言、音乐、各种图形等。据说我国著名的数学家华罗庚曾建议“发射”一种勾股定理的图形，如果宇宙“人”也拥有文明的话，那么他们一定会认识这种“语言”的，因为几乎所有具有古代文化的民族和国家都对勾股定理有所了解。

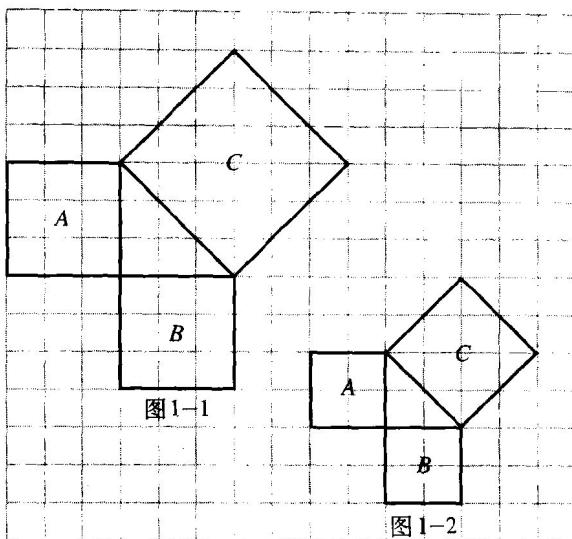
教师还可以向学生详细介绍一些有关勾股定理的历史、人类对它的研究、它的广泛应用等，以激发学生的学习欲望，使他们了解勾股定理对人类发展的重要作用，体会它的重大意义和文化价值。

人类一直想要弄清楚其他星球上是否存在“人”，并试图与“他们”取得联系。那么我们怎样才能与“外星人”接触呢？数学家曾建议用“勾股定理”的图来作为与“外星人”联系的信号。

勾股定理有着悠久的历史。古巴比伦人和古代中国人看出了这个关系；古希腊的毕达哥拉斯学派首先证明了这个关系。很多具有古老文化的民族和国家都会说：我们首先认识的数学定理是勾股定理。



1 探索勾股定理



(图中每个小方格代表一个单位面积)

(1) 观察图 1-1.

正方形A中含有_____个小方格, 即A的面积是_____个单位面积;

正方形B中含有_____个小方格, 即B的面积是_____个单位面积;

正方形C中含有_____个小方格, 即C的面积是_____个单位面积.

你是怎样得到上面的结果的? 与同伴交流.

(2) 在图 1-2 中, 正方形A, B, C 中各含有多少个小方格? 它们的面积各是多少?

(3) 你能发现图 1-1 中三个正方形A, B, C 的面积之间有什么关系吗? 图 1-2 中的呢?

2

教学目标:

1. 经历探索勾股定理及验证勾股定理的过程, 发展合情推理能力, 体会数形结合的思想.

2. 掌握勾股定理, 了解利用拼图验证勾股定理的方法, 并能运用勾股定理解决一些实际问题.

教科书设计了在方格纸上通过计算面积的方法探索勾股定理的活动, 图1-1、图1-2中正方形的面积比较容易得到, 图1-3、图1-4中正方形的面积稍微有一点复杂. 教师应鼓励学生充分经历这一观察、归纳、猜想的过程, 鼓励学生尝试求出方格中三个正方形的面积, 比较这三个正方形的面积, 由此得到直角三角形三边的关系, 通过对几个特殊例子的考察归纳出直角三角形三边之间的一般规律, 运用自己的语言表达探索过程和所得结论. 教学时, 教师也可以根据学生的实际情况, 设计其他的探索情境.

对这一活动的评价, 一方面要关注学生是否积极参与, 是否能与同伴进行有效的合作交流; 另一方面也要关注学生在活动中能否进行积极的思考, 能否探索出解决问题的方法, 能否进行积极的联想(如由数联想到形, 由形联想到数), 在活动中学生所表现出来的归纳、概括能力, 学生能否有条理地表达活动过程和所获得的结论等.

图1-1和1-2是针对等腰直角三角形三边上的正方形面积关系进行探索的。在计算斜边上正方形的面积（即正方形C）时，学生可能有不同的方法。有的学生可能利用直接数出C所包含的小方格数的方法；有的学生可能将其划分为四个全等的等腰直角三角形，再利用计算三角形面积的公式得到正方形C的面积；有的学生可能将C看成是一个边长为整数的正方形面积的一半。对于学生的各种方法，教师要鼓励他们运用自己的语言进行表达和交流。

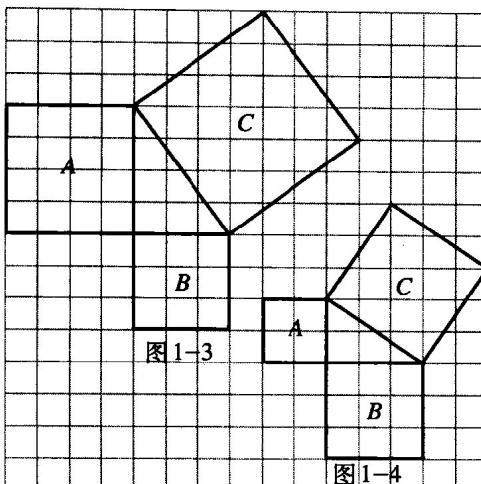
(1) 在图1-1中，正方形A的面积是9个单位面积；正方形B的面积是9个单位面积；正方形C的面积是18个单位面积。

(2) 在图1-2中，正方形A的面积是4个单位面积；正方形B的面积是4个单位面积；正方形C的面积是8个单位面积。

(3) C 的面积 = A 的面积 + B 的面积。

教科书中此时没有明确提出方格纸中直角三角形三边长与三个正方形面积的关系，但教师在教学中可引导学生在观察图1-1和1-2时，注意到三个正方形是分别“长”在直角三角形的三边上的，即分别是以直角三角形的三边为边长得到的。教师可以在此基础上引发学生进一步思考(3)的结论与三角形有什么关系，这种关系可以说明什么，如果是其他的三角形，情况又会怎样。

做一做



(1) 观察图1-3、图1-4，并填写下表：

	A的面积 (单位面积)	B的面积 (单位面积)	C的面积 (单位面积)
图1-3			
图1-4			

你是怎样得到上面的结果的？与同伴交流。

(2) 三个正方形A, B, C的面积之间有什么关系？

议一议

- (1) 你能用三角形的边长表示正方形的面积吗？
 - (2) 你能发现直角三角形三边长度之间存在什么关系吗？
- 与同伴进行交流。

- (3) 分别以5厘米、12厘米为直角边作出一个直角三角形，并测量斜边的长度。(2)中的规律对这个三角形仍然成立吗？

在图1-4中，正方形A的面积是4个单位面积，正方形B的面积是9个单位面积，正方形C的面积是13个单位面积。

(2) C 的面积 = A 的面积 + B 的面积。

做一做

与前面一样，在计算斜边上正方形的面积（即正方形C）时，学生可能有不同的方法。有的学生可能利用直接数出C所包含的小方格数的方法，此时需要进行适当的拼凑，以拼出若干个完整的小方格，教师可以引导学生说明这种拼凑的合理性（所有的小方格都是全等的）；有的学生可能将其划分为若干个边长都是整数的直角三角形，再利用计算三角形面积的公式得到正方形C的面积。对于学生的各种方法，教师要鼓励他们运用自己的语言进行表达和交流。

教学中同样要引导学生思考三个正方形的面积关系与直角三角形三边的联系，使学生体会数形结合的思想。

(1) 在图1-3中，正方形A的面积是16个单位面积；正方形B的面积是9个单位面积；正方形C的面积是25个单位面积。



议一议

- (1) 目的是将正方形的面积与三角形的边长联系起来.
- (2) 学生通过对前面几个直角三角形的分析、归纳，已经能初步发现直角三角形三边长度存在的关系. 教师要鼓励学生用语言表达自己的发现.
- (3) 目的是再考察一个特例，以使学生确认自己的发现. 在测量中，教师可提醒学生注意测量的误差.

教师可以让每一个学生任意画一个直角三角形，再次验证自己的发现，并在此基础上得到最后的结论. 在这个过程中，学生体验到由特例归纳猜想、由特例检验猜想的过程. 教师最后可以向学生说明，这个发现是可以证明的.