

PLANE GEOMETRY

By

SCHULTZE SEVENOAK & SCHUYLER

SOLUTION OF QUESTIONS



平面幾何學題解

蔣伯蒼編演



香港中流出版社印行

三 S
平面幾何學題解

蔣白蒼編
江苏工业学院图书馆
藏书章

香港中流出版社印行

例 言

一 本書係根據三 S 平面幾何學 (Plane Geometry, By Schulze-Sevenoak-Schuyler) 教本習題所編之題解，每一習題均予以精確詳細之解答。

二 本書專供教師及學生於教授或演算時之參考。凡家居自修，預備應試，均可以將本題解作為幫助，但僅為一般學生在演算困難，思索不得之際，作為指導，倘完全照書直抄，以此依賴，放棄練習演算，實非編者向願。

三 本書編制，分五編，每章習題依次解答，每一題解，重於提示，詳簡不一，各種譯本，本題解一概適用。

四 本書在每習題前，均註明原書頁碼，使讀者便於查閱，(本社版譯本頁碼與原書頁碼同)，其他如排式醒目，印刷清晰，校對謹嚴，務期臻於完善，惟編印匆促，脫誤之處，尤恐難免，希國內外專家和讀者教正。

1949/2

幾何學

聳立在埃及尼羅河畔著名之金字塔，爲五千年前幾何圖形之一種變裝也。具有如此古遠歷史之幾何問題，不特種類不一，變化繁多；且無一定有系統之研究方法，誠爲複雜。學者宜如何着手學習此種問題，頗費思索。茲特臚列各項心得，以爲初學者之參考。

(一) 首先須明瞭題意 學習幾何題目，先須熟讀題目，明瞭命題之意義。題目假設之條件爲何？有何要求？需何證明？凡此種種，均須於明瞭之後，方能着手解答。否則徒費腦力與時間，無補實際。事倍功半，得益淺鮮，且易發生錯誤。

(二) 次及於運用定理 幾何學之基礎，係建築於許多定理與原理之上。學者於學習幾何學之初，即須學習此種定理。不特須了解其原理，熟習其證法；且須記憶此種定理之文字，知道其運用之方法。則於着手解答題目之時，方可得心應手，運用自如。

(三) 繪出準確必需之圖形 許多幾何問題之解答，均須藉圖形以爲幫助。蓋幾何學原爲圖形

學習要點

之學問也。由於繪出正確之圖形，可獲得解答之領悟。於是推理及思考，亦容易取得門徑矣！

(四) 推考思索以自求解答 幾何學理之探討，較為呆板。祇須熟讀記憶，融會貫通，即可應用。但幾何習題之作答，則須細加思索，詳為推考，方能領會體味，而得思想上之進步。尤須注重自動之能力。本社將習題與解答分冊出版，俾養成讀者獨立解答之能力與自動思考之習慣。所以編印解答之作用，不過在給予暗示，作為讀者參考之資料與無法解答時之借鑑而已。

(五) 培養推論與判斷之能力 斷片之智識，不能發生有效之功用。故必須聯貫之以合應用。本書中竭力作有系統之研究，諸君讀之，常可看出習題解法之原理潛在何處。再進而求解答，乃可養成集中全部智識，以求獲得解答之推論力與判斷力。

上述五端，為個人學習幾何學時所獲得之心得。讀者若能身體力行，或可有助於學習之進步焉！

目 次

導 言

原本教科書頁數	習 題	本書頁數
4.....	1—6	1
7—10.....	1—31.....	1— 8
12—13.....	1—22.....	8
15—16.....	1—14.....	8—10

第一編 直線與直線形

18—19.....	1—8	11—12
20.....	1—3	12—14
24.....	1—7	14—16
25—29.....	1—40.....	16—28
30—31.....	1—15.....	28—32
33.....	1—2	33
33—35.....	1—24.....	34—42
36.....	1.....	42
37.....	1—3	43
38.....	1—7	43—44
39.....	1—6	44
40.....	1—4	45
41.....	1—5	45—46

原本教科書頁數	習題	本書頁數
43.....	1—3	46—47
44.....	1—5	47—48
46.....	1—13.....	48—51
47.....	1—4	51—52
49.....	1—5	52—53
50.....	1—2	54
52—53.....	1—5	54—56
54.....	1—7	56—58
55 56.....	1—11.....	59—61
60.....	1—16.....	62—66
62.....	1—6	66—67
63.....	1—2	68
65.....	1—4	68—69
66.....	1—3	70—71
67.....	1—6	71—73
68.....	1—2	73
70.....	1—10.....	73—76
72.....	1—8	76—79
74.....	1—8	79—82
75.....	1—2	82—83
77.....	1—3	83
78.....	1—2	84
79.....	1—3	85
80.....	1—6	86—87
83.....	1.....	88

原本教科書頁數	習題	本書頁數
83.....	1—3	88—89
84—85.....	1—6	89—91
86.....	1—2	92
87.....	1—5	92—94
88.....	1—3	94—95
89.....	1—4	95
92.....	1—5	96—97
94.....	1—3	97—98
96.....	1—10.....	98—102
97—101.....	雜題.....	102—123

第二編 圖——作圖

103.....	1—5	124
105.....	1—9	124—126
107.....	1—10.....	127—129
108.....	1.....	129
109.....	1—2	130
110.....	1—2	130
111.....	1—7	131—133
114.....	1—2	133—134
115.....	1—12.....	134—136
118.....	1—8	137—139
120—121.....	1—7	139—142
125.....	1—2	142
127—128.....	1—14.....	143—148

原本教科書頁數	習題	本書頁數
129.....	1—4	148—149
130.....	1—4	149—150
132—133.....	1—18.....	150—156
134.....	1—3	157
135.....	1—2	157
135.....	1—6	158—159
136.....	1—4	159—160
137.....	1—3	161
138.....	1.....	161
139.....	1—2	161—162
139.....	1—3	162—163
140.....	1.....	163
144.....	1—22.....	163—168
145—146.....	1.....	168
146—147.....	1—16.....	169—171
148—149.....	1—24.....	171—175
149—151.....	雜題.....	175—185
151—152.....	1—18.....	185—190

第三編 比例 相似多邊形

154.....	1—3	192
155.....	1—4	193
155.....	1.....	194
156.....	1.....	194
157.....	1—3	194—195

原本教科書頁數	習題	本書頁數
158.....	1—3	195—196
159.....	1—3	196
159.....	1—2	196—197
160.....	1—6	197—198
161.....	1—3	198
164.....	1—14	198—201
165.....	1—6	201
166.....	1—6	201
167.....	1.....	202
169.....	1—7	202—203
169.....	1.....	204
171.....	1—11.....	204—207
172—173.....	1—14.....	207—210
173.....	1—12.....	211—214
174.....	1—3	215—216
175.....	1—3	216—217
176.....	1.....	218
177.....	1—2	218—219
180.....	1—4	219—220
181—182.....	1—5	220—221
182.....	1—4	221—223
183.....	1—4	223—224
184.....	1—4	224—225
185.....	1—4	225—226
186.....	1—4	226—227

原本教科書頁數	習 題	本書頁數
187.....	1—3	227—228
183.....	1—5	228—229
189—190.....	1—13.....	229—233
191—192.....	1—23.....	233—240
193—194.....	1—6	240—243
195.....	1—3	243—244
195.....	1—6	245—246
196.....	1—3	247—248
197—198.....	1—9	248—251
199.....	1—6	251—253
200.....	1—6	254—255
200—201.....	計算問題.....	256—264
202.....	作圖問題.....	265—269
203.....	定 理.....	270—274
204.....	雜 題.....	275—279

第四編 多邊形的面積

206.....	1.....	280
207.....	1—3	280
208.....	1—3	281
210.....	1—11.....	281—284
212.....	1—15.....	284—288
213.....	1—6	289—290
214.....	1—6	290—291
215.....	1.....	291

原本教科書頁數	習 題	本書頁數
217.....	1—9	292—295
217.....	1.....	295
218.....	1.....	296
219.....	1—5	297
221.....	1—4	298—299
222.....	1—3	299
224.....	1—14.....	300—304
226—227.....	1—20.....	304—308
228.....	雜題—定理.....	308—313
229—230.....	計算問題.....	313—323
231.....	作圖問題.....	323—326
232—233.....	雜 題.....	327—334

第五編 正多邊形 圓之度量

237	1—8	336—338
239.....	1—4	338—339
241.....	1—8	339—341
244.....	1—15.....	342—346
245.....	1—2	347
248.....	1—6	348
249.....	1—3	349—350
252.....	1—2	350—351
254.....	1—11.....	351—353
256—258.....	1—36.....	354—364
259.....	雜 題.....	364—369

原本教科書頁數	習 題	本書頁數
260—262.....	總習題.....	370—382

附 錄

264.....	1—8	383—385
265.....	1—3	386
268.....	1—2	386
269.....	1—2	387
270.....	1.....	388
271.....	1—4	388—389
274.....	1—6	389—390
275.....	1.....	390
281—300.....	應 用 題.....	391—432
302—303.....	三角函數.....	433—438

三S平面幾何學題解

導 言

原本第4頁

習題 1. 一動點所經過之路如何？

[答] 爲一直線。

習題 2. 在普通情形，移動一線，發生何種幾何圖形？移動一面則如何？

[答] 移動一線則成平面；移動一面則成立體。

習題 3. 一直線移動，能否不成爲一面？

[答] 移動時與直線之方向相同，則不成平面。

習題 4. 石匠如何用直尺以決定面之是否爲平面？

[答] 直尺爲直線，若與石面處處相合，則爲平面。

習題 5. 室中牆壁代表何種面？

[答] 代表一平面。

習題 6. 煤氣管外面代表何種面？

[答] 代表一曲面。

原本第7—10頁

習題 1. 一直角有若干度？一平角有若干度？半直角有若干度？

[答] 直角爲 90° ; 平角爲 180° ; 半直角爲 45° .

習題 2. 三點鐘時, 鐘面上兩針成何種角? 六點鐘時則如何? 兩點鐘時則如何? 五點鐘時又如何?

[答] 三點鐘時成直角; 六點鐘時成平角; 兩點鐘時成銳角; 五點鐘時則成鈍角.

習題 3. 一點鐘時, 鐘面上兩針成何種角? 兩點三十分時則如何? 五點三十分時又如何?

[答] 一點鐘時成銳角; 兩點三十分時成鈍角; 五點三十分時則成銳角.

習題 4. 車輪旋轉 $\frac{1}{2}$ 周時, 其輻旋轉若干度之角? 旋轉 $\frac{1}{3}$ 周時則如何? 旋轉 2 周時則如何?

[答] 車輪旋轉 $\frac{1}{2}$ 周時, 其輻成 90° ; $\frac{1}{3}$ 周時則 60° ; 2 周時則 720° .

習題 5. 設將月餅分作 5 等分, 其在中心每角之大小如何? 分作六等分則如何?

[答] 5 等分時爲 72° ; 6 等分則 60° .

習題 6. 使作二直線一向北, 一向東北, 則成何角? 若一向南一向東南則如何? 又若一向西北一向西南則如何?

[答] 一向北, 一向東北時成銳角; 一向南, 一向東南時亦成銳角; 但一向西北, 一向西南時則成直角.

習題 7. 鐘面上長針行 10 分鐘時, 旋轉成何角? 行 15 分鐘時則如何? 行 30 分鐘時則如何? 行 45 分鐘時則如何? 行一點鐘時則如何?

[答] 長針行 10 分鐘時成銳角; 行 15 分鐘時成直角; 行 30 分鐘時成平角; 行 45 分鐘時成鈍角; 行一點鐘時則成一周角.

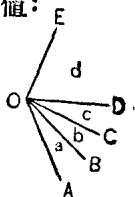
習題 8. 在習題 9 之圖中, 試用三字母讀出: $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$,

$\angle d$, $\angle(a+b)$, $\angle(b+c+d)$.

[答] $\angle a$ 讀作 $\angle AOB$; $\angle b$ 讀作 $\angle BOC$; $\angle c$ 讀作 $\angle COD$; $\angle d$ 讀作 $\angle DOE$; $\angle(a+b)$ 讀作 $\angle AOC$; $\angle(b+c+d)$ 讀作 $\angle BOE$.

習題 9. 在與此類似之圖形中, 求指定各角之數值:

- (a) 設 $\angle a = 30^\circ$, $\angle b = 40^\circ$, 求 $\angle AOC$.
 (b) 設 $\angle b = 35^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, 求 $\angle BOD$.
 (c) 設 $\angle b = 40^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, $\angle d = 50^\circ$, 求 $\angle BOE$.



(習題 9)

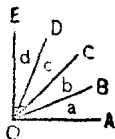
- (d) 設 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle b = 40^\circ$, 求 $\angle a$.
 (e) 設 $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle a = 35^\circ$, $\angle c = 10^\circ$, 求 $\angle b$.
 (f) 設 $\angle AOE = 110^\circ$, $\angle a = 20^\circ$, $\angle d = 30^\circ$, 求 $\angle BOD$.
 (g) 設 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle a = \angle b$, 求 $\angle a$.
 (h) 設 $\angle AOD = 75^\circ$, $\angle a = \angle b = \angle c$, 求 $\angle c$.
 [答] (a) $\angle AOC = 70^\circ$; (b) $\angle BOD = 45^\circ$; (c) $\angle BOE = 100^\circ$;
 (d) $\angle a = 20^\circ$; (e) $\angle b = 45^\circ$; (f) $\angle BOD = 60^\circ$; (g) $\angle a = 30^\circ$; (h) $\angle c = 25^\circ$.

習題 10. 在前圖中, 何角是 $\angle BOC$ 之鄰角? 何角是 $\angle COD$ 之鄰角? 何角是 $\angle BOD$ 之鄰角?

[答] $\angle BOC$ 之鄰角為 $\angle AOB$ 和 $\angle COD$; $\angle COD$ 之鄰角為 $\angle BOC$ 和 $\angle DOE$; $\angle BOD$ 之鄰角為 $\angle AOB$ 和 $\angle DOE$.

習題 11. 在與所示相類似之圖形中, 設 $\angle O = 90^\circ$:

- (a) 何角是 $\angle a$ 之餘角?
 (b) 何角是 $\angle AOC$ 之餘角?
 (c) 何角是 $\angle BOE$ 之餘角?
 (d) 設 $\angle d = 20^\circ$, 求 $\angle AOD$.



(習題 11)

(e) 設 $\angle b = 20^\circ$, $\angle COE = 55^\circ$, 求 $\angle a$.

(f) 設 $\angle AOC = 55^\circ$, $\angle d = 15^\circ$, 求 $\angle c$.

(g) 設 $\angle a = \angle b = \angle c = \angle d$, 求 $\angle a$.

[答] (a) $\angle BOE$ 爲 $\angle a$ 之餘角; (b) $\angle COE$ 爲 $\angle AOC$ 之餘角; (c) $\angle AOB$ 爲 $\angle BOE$ 之餘角; (d) $\angle AOD = 70^\circ$; (e) $\angle a = 15^\circ$; (f) $\angle c = 20^\circ$; (g) $\angle a = 22.5^\circ$.

習題 12. 30° 之餘角是若干度? 35° 之餘角如何? $\frac{2}{3}$ 直角之餘角如何? n° 之餘角如何? $\frac{1}{n}$ 直角之餘角如何? $(10+x)^\circ$ 之餘角如何?

[答] 60° ; 55° ; 30° ; $90^\circ - n$; $(1 - \frac{1}{n})90^\circ$; $80^\circ - x$.

習題 13. 一角是其餘角之 2 倍, 求此角是若干度?

[答] 設此角爲 x , 則 $x = 2(90^\circ - x)$, 故 $x = 60^\circ$.

習題 14. 在與附圖, 類似之圖中, 設 FBA 是一直線:

(a) 何角是 $\angle p$ 之補角?

(b) 何角是 $\angle DBF$ 之補角?

(c) 何角是 $\angle ABE$ 之補角?

(d) 設 $\angle p = 40^\circ$, 求 $\angle ABE$.

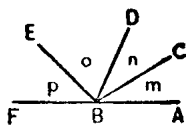
(e) 設 $\angle m = 30^\circ$, $\angle p = 35^\circ$, 求 $\angle CBE$. (習題 14)

(f) 設 $\angle DBF = 106^\circ$, $\angle m = \angle n$, 求 $\angle m$.

(g) 設 $\angle p = 30^\circ$, $\angle m = \angle n = \angle o$, 求 $\angle o$.

(h) 設 $\angle FBC = 140^\circ$, $\angle ABD = 80^\circ$, 求 $\angle n$.

(i) 設 $\angle ABD = 80^\circ$, $\angle n = 35^\circ$, $\angle CBE = 85^\circ$, 求 $\angle p$.



[答] (a) $\angle ABE$; (b) $\angle ABD$; (c) $\angle FBE$; (d) 140° ; (e) 115° ; (f) 40° ; (g) 50° ; (h) 40° ; (i) 50° .

習題 15. 20° 之補角是若干度? 140° 之補角如何? $\frac{3}{4}$ 平角