



金色年代科學叢書系列

千萬個爲什麼

監 印 何子青

發行人 簡明慶

主 編 徐桂峰

美 術 溫永財、

編 輯 李英德、王麗雪、李金玉、林芬芳

出版者 金色年代出版社

社 址 台北市信義路四段263號前鋒大廈8樓之3

登記證 局版台業第2399號

郵 撥 505088金色年代出版社帳戶

電 話 7038221・7079421

打 字 豪年有限公司

製 版 太子彩色製版有限公司
源興乾片平版有限公司

印 刷 穩豐彩色印刷有限公司
秋皇彩色印刷有限公司

裝 訂 森發裝訂所

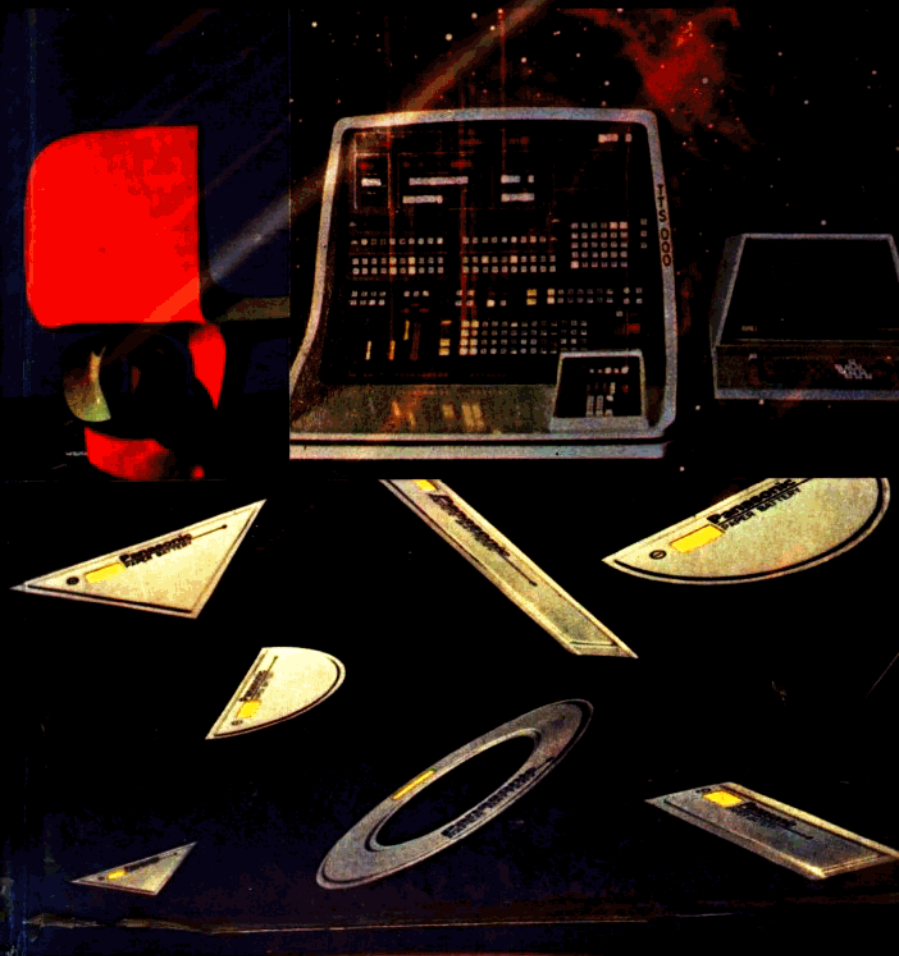
初 版 中華民國七十年十一月十七日

定 價 新台幣280元

● 金色年代科學叢書系列 8

千萬個爲什麼

8 數學篇







千萬個爲什麼 8

數 學 篇



Figure 1

目錄

時鐘的分針與時針一晝夜重合幾次？	11
為什麼一個紙圈只有一面？	12
水結冰融化後為什麼有變化？	14
為何鐵位籬輕輕一拍就收攏了？	16
我們計數大都是十進位制嗎？	17
時間和角度的單位都用60進位制？	20
公曆的閏年和夏曆的閏月是怎樣算出？	22
一顆一顆的撥算珠要費多少時間？	24
「0」為什麼不能做除數？	26
幾何學是如何發展起來？	28
為什麼車輪是圓的？	30
用平行四邊形能拼出13邊形來嗎？	32
為什麼角卡能量出圓件的直徑？	34
三根木棍能搭起一個穩固的架子嗎？	37
鞋釘的截面是三角形或四方的？	39
為什麼放大鏡不能把「角」放大？	40
金字塔的高度是怎樣測出的？	42
用一副三角板能畫出多少個角？	44
為什麼書的開數愈大、書愈小？	46
幾倍的「倍」字，應該怎麼用？	48
為什麼要先乘除後加減？	50
流速會影響船速嗎？	52

怎樣平分容器中的油？	54
阿拉伯數字是怎麼來的？	56
爲什麼羅馬數字沒有 0？	58
爲什麼 1 不算質數？	61
在 81 個零件找出一個廢品最少稱幾次？	64
你能找出畫上的錯誤嗎？	66
托爾斯泰的算題是如何解決法的？	68
末位數是 5 的兩位數平方可以速算？	71
450,000,000 應該怎樣讀法？	72
任何數的平方都可以速算嗎？	77
別列斯基爲什麼畫這幅「難題」？	78
圓周率 π 是怎樣算出來的？	80
什麼是牛頓的牛吃草的問題？	82
四個連續數相乘再加 1 是完全平方數？	84
我國古代的代數方程是怎樣的？	86
田忌賽馬爲什麼能得勝？	88
怎樣計算淘汰制的比賽場數？	89
怎樣計算單循環制的比賽場數？	92
爲何按正三角形種植棉花能種得最多？	94
爲什麼烟鹵要做成圓臺形？	96
爲什麼用繩一繞就能算出圓件的直徑？	98
怎樣分 17 頭牛？	100
萊蒙托夫數學遊戲的奧妙在那裏？	102
如何算出 10、100、1000 的兩數相乘？	104
怎樣的兩個數互爲倒數？	108

等式兩邊的平方根一定相等嗎？	110
刁藩都的年齡是怎樣求出來的？	112
快速計算有什麼竅門嗎？	115
什麼叫做「韓信點兵」？	118
什麼叫做賈憲三角形？	120
爲何七巧板可以拼出許多物體的形狀？	122
用兩種顏色能把直線劃分區域分開嗎？	124
怎樣把1000隻盤子分裝在十隻箱子裏？	126
什麼叫做畢達哥拉數？	128
小卡爾是怎樣計算 $1+2+3+\cdots+100$ 的？	131
怎樣用三個5求出一個1來？	132
馬能走遍棋盤上的各點嗎？	133
跑外圈的人起點比跑裏圈的前面得多？	137
怎樣選擇河畔洗農具的地點？	139
相等任意四邊形的廢木料能鋪地板嗎？	142
老師分給兒童的枇杷到底有多少？	144
統計員是怎樣判別誰錯對的？	146
爲何國王無法把棋盤裏的米賞給術士？	148
你能用圓規量出角度來嗎？	150
爲什麼計算只能做乘、除、開方等運算？	152
什麼是對數？	159
爲什麼蜂窩都是六角形？	162
爲什麼汽油桶是圓柱形的？	164
2以外的偶數可寫成兩個質數的和嗎？	166
什麼是費爾馬大定理？	168

美術瓷磚大多是用正方形的嗎？·····	170
用圓規和直尺可以作那些正多邊形？·····	172
一個三角形的三隻內角的和等於多少？·····	174
在猜年齡的遊戲裏為什麼猜得那麼快？·····	176
為何放縮器能把圓形放大或縮小？·····	179
直徑增大1倍的體積就增大幾倍？·····	182
畫一張着色地圖要幾種顏色？·····	184
數堆的底層為什麼能算出它的總數？·····	186
能求得連接三點間的中心位置嗎？·····	190
兩輛汽車為什麼不能相遇？·····	192
用分線規可以把線段任意等分嗎？·····	194
兩組平行線構成的平行四邊形的個數？·····	197
中籤的機會與抽籤的次序有關嗎？·····	200
為何根據筒捲的大小可算出紙的長度？·····	203
為什麼投擲小針能夠求出 π 的近似值？·····	204
什麼叫做「干支」紀年？·····	207
一對初生的兔子一年內能繁殖多少對？·····	210
不翻日曆能算出那一天是星期幾嗎？·····	213
電燈開關和燈亮的關係可用數學表示？·····	214
為什麼複數不能比較大小？·····	217
不用直尺能夠畫直線嗎？·····	220
卡車上汽車不夠行駛到目的地應怎辦？·····	222
球沿着怎樣的路線滾下來最快？·····	225
一條 a 的 $\frac{\pi}{2}$ 倍的曲線會變成線段 a 嗎？·····	227
為什麼說整數和偶數是一樣多？·····	229

為何全體有理數還不能蓋滿整個數軸？	230
圓錐曲線的名字從那裏來的？	232
「鋼索女郎」有什麼秘密？	234
古希臘音樂廳的天花板為何成橢球面？	236
向南、東、北各走 2 公里會回到原地？	239
在航海圖上最短航線為何不是直線？	240
什麼是「算經十書」？	243
周長相等的封閉形中圓的面積最大？	246
折紙遊戲可以折出那些圖形？	248
小圓周長等於大圓周長嗎？	250
阿拉伯王公的不相交連線不能解嗎？	252
為什麼用尺規不能三等分任意角？	254
化圓為方的近似解法是怎樣計算的？	256
用鏡子可以測量物體的高度嗎？	258
怎樣使正方形池塘擴大一倍？	260
為何用尺規不能作出二倍立方的體積？	262
問題中的蘆葦有多少長？	264
「飛歸」可以使珠算除法很簡捷？	266
影片的名次是怎樣猜中的？	268
能被 n 整除的條件是如何？	271
地理課能用到數學嗎？	274
為何任何整數都可以用三個 2 來表示？	276
你能迅速地求出最大公約數嗎？	279
$5 - (-2)$ 為什麼等於 7？	282
什麼是對稱圖形？	284

為何小型電腦會做複雜的邏輯遊戲？	286
你知道費爾馬的除法餘數定理嗎？	289
可以知道池塘裏大約有多少魚嗎？	290
為什麼有時候我們只求近似值？	292
為何龜兔賽跑的故事裏烏龜是勝利者？	294
n 條直線最多能把平面分成幾塊？	296
為什麼人影有時比人長；有時比人短？	298
我國最早的幾個不定方程是那些問題？	300
為何汽車前燈和照燈的燈光是平行？	303
怎樣查究出被老鼠咬掉的文件的真相？	304
在北半球可利用北極星測出地球緯度？	306
泰爾斯怎樣測出金字塔的高度？	307
畢達哥拉斯定理是什麼？	308
「幾何原本」是誰的傑作？	309
是誰發明了槓桿原理？	310
祖冲之最大的貢獻是什麼？	311
數學也會應用到繪畫來？	312
伽利略對理學的貢獻是什麼？	313
笛卡爾為什麼被贊為現代哲學？	314
誰發明了氣輪計算機？	315
西方數學何時傳入日本？	316
蘋果落地使牛頓發現了什麼定律？	317
在數學戰爭誰是牛頓的對手？	318
高斯是個連算的天才？	319

時鐘的分針與時針一晝夜重合幾次？

這個問題看來很簡單，因為分針每小時走一圈，它每走一圈就會跟時針重合一次；一晝夜有二十四小時，分針跟時針豈不是要重合二十四次嗎？

乍聽起來這個說法似乎很對，就是拿一隻時鐘來試幾圈，也一點兒不錯。可是只試幾圈是不夠的。

一晝夜有二十四小時，固然正確。如果你用手撥動分針，使它跑十二圈，那麼你會發現分針和時針相遇的次數，竟不是十二次，而是少了一次，只有十一次。

於是，答案有了：時鐘的分針和時針，一晝夜重合二十二次，不是二十四次。

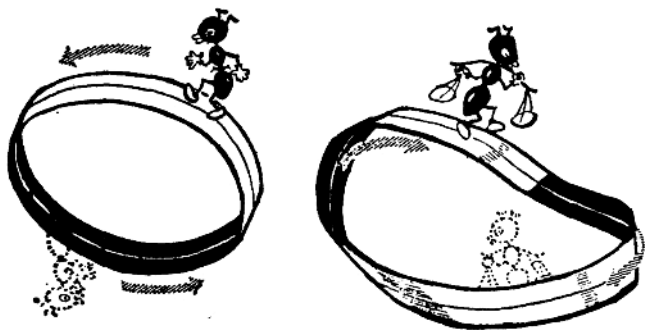
爲什麼呢？怎麼會少了兩次呢？仔細地想一下，就可以明白了。雖然分針每走一圈，要和時針重合一次，但是分針走的時候，時針並不是靜止不動的；原來分針每走十二圈，時針自己也要走一圈，因此，對時針來說，分針只繞時針走了十一圈。當分針走了二十四圈的時候，時針也走了兩圈；因此分針繞時針只走了二十二圈，所以只重合二十二次。



爲什麼一個紙圈只有一面？

一張紙一般總有正反兩面。我們把一張狹長的白紙條的反面塗以黑色，並在正反兩面各畫一根直線，然後把紙條的兩端用漿糊黏合起來，使白色的一面都向外面。這樣做成的紙圈，外面是白色，裏面是黑色。

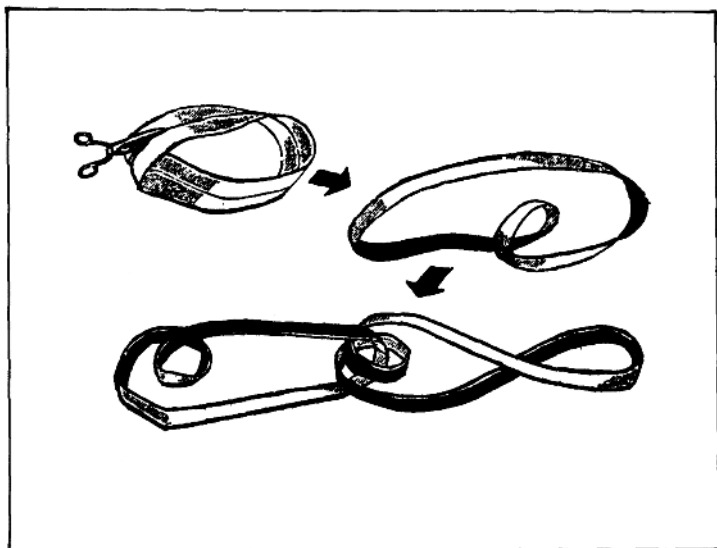
如果捉一個螞蟥放在白色的一面爬行，不許越過邊線，那麼這個螞蟥爬來爬去，總是在白色的一面。相反地，如果把這個螞蟥放在黑色的一面上，那麼它就只能老是在黑色的一面爬行了。



現在我們另外用一條同樣的紙條，反面也塗以黑色，不過，在黏合兩端時，把其中一端翻一個身，使黑的一面向外與另一端白色的一面黏合起來。

那麼，這個紙圈就分不出裏外圈和正反面了。如果捉一隻螞蟻放在紙圈上任意一個地方，讓它自由爬行，它可以不跨過邊線，就能到達黑白兩面所有的地方。換句話說，這個紙圈變成只有一面了。

不僅如此，這個紙圈還有一個奇怪的特點。假若沿這個紙圈中間的一根線剪開，便成爲一個較長的紙圈。如果再沿它的中間剪開，便成爲兩個互相串聯的紙圈。不信，你可以試試看，這是一個很有趣的事實。



水結冰融化後爲什麼有變化？

老師出了一個比較難的算術題：有一缸水，當它由水結成冰時，它的體積增加了 $\frac{1}{11}$ ，當冰融化成水的時候，體積減少了多少？

第一個學生回答說：「當冰融化成水的時候，體積會減少 $\frac{1}{12}$ 。」

「不對！」第二個學生說，「水結冰所增加的體積，與冰融化成水時，所減少的體積應該相等。因爲水先結冰，再融化成水，仍是原來的一缸水，它的體積應與原來的一樣。

如果按照前面一位同學的說法，就會推出 $\frac{1}{11} = \frac{1}{12}$ 的結果，豈不荒謬嗎？」

你看第一個學生的回答正確嗎？

假定水的體積是11立方公尺，水結成冰時，它的體積會增大11立方公尺的 $\frac{1}{11}$ ，也就是增大1立方公尺。那麼冰的體積就是12立方公尺。冰融化成水時，體積減少12立方公尺的 $\frac{1}{12}$ ，也是1立方公尺。這樣水的體積仍然是原來的11立方公尺。顯然，第一個學生的解答是正確的。

可是第二個學生的理由也很充足，那麼矛盾是怎樣產生的呢？

原來，第一個學生在計算水結成冰所增加的體積時，是把水的體積作為一個單位；當他計算冰融化成水所減少的體積時，是把冰的體積作為一個單位。水的體積和冰的體積不相等，因此算出來的分數也不相等。

如果水結成冰時所增加的體積，與冰融化成水時所減少的體積，都是以冰的體積作單位，那麼就和第二個學生所說的理由相符合了。

在解這個算術題時，必須注意：當冰融化成水時所減少的體積，是把冰的體積作為單位，也就是說，在計算冰融化成水時，所減少的體積是冰體積的幾分之幾。因此第一個學生的解答是正確的，你可核對一下：

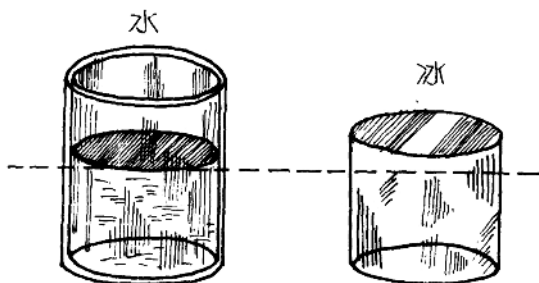
設：水的體積是 1。

當水結成冰時，冰的體積是：

$$1 + \frac{1}{11} = 1\frac{1}{11}。$$

當冰融化成水時，所減少的體積是：

$$\frac{1}{11} \div 1\frac{1}{11} = \frac{1}{12}。$$



為何鐵位籬輕輕一拍就收攏了？

每天，在你上學或者回家的時候，如果沿途留心一下，你一定能夠發現，有軌電車以及許多建築物的鐵門，雖然非常笨重，但是開關起來却都非常方便。

有時候的確使人感到驚異：一扇巨大的鐵門，輕輕一推，它就被擠扁了，可是拉伸開來呢，竟又是那樣地牢固。

如果你再仔細地觀察一下，這些鐵門的構造都很奇怪，它們全都是由一個個的菱形或者平行四邊形組成的。那麼，為什麼四端聯接着的菱形可以自由伸縮？如果換成別的形状行不行呢？

換成別的形状是不行的。那樣的話，鐵門就不能自由伸縮，無法開關了。

原來四邊形這種圖形的性質和三角形完全不同，四條邊長一定的四邊形，它的形狀却没有固定。一個方形的木框，往往很容易損壞，日常家用的火柴盒子，不需多大的力氣就能把它壓扁，正是由於這個緣故。

四邊形的這種性質，我們叫做四邊形的不穩定性，把它應用到日常生活中去，就可以做成能夠推拉的鐵門。

