高教最新版

全国各类成人高考总复习

高中起点升本、专科

数学

文史类

第2版

主编 傅以伟

KAOSHI

高等教育出版社
HIGHER
EDUCATION
PRESS

全国各类成人高考总复习

高中起点升本、专科

数　　学

文史类

第二版

主编　付以伟

参编　谷　丹　安东明　李晋渊

张炜卓　王玲华　武红梅

王经环　赵　菁　许燕青

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国各类成人高考总复习.文史类.数学/付以伟主编.—2版.—北京:高等教育出版社,2002.7
高中起点升本、专科
ISBN 7-04-011317-1

Ⅰ.全… Ⅱ.付… Ⅲ.数学-成人教育:高等教育-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.G723.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 051638 号

责任编辑 周传红 **封面设计** 刘晓翔 **责任绘图** 黄建英
版式设计 马静如 **责任校对** 马桂兰 **责任印制** 孔 源

全国各类成人高考总复习高中起点升本、专科数学(第二版)
付以伟 主编

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-64054588
社　　址	北京市东城区沙滩后街 55 号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100009	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
传　　真	010-64014048		http://www.hep.com.cn
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	廊坊石油管道印刷厂		
		版　　次	2001 年 8 月第 1 版
开　　本	850×1168 1/16		2002 年 8 月第 2 版
印　　张	14.5	**印　　次**	2002 年 8 月第 1 次印刷
字　　数	350 000	**定　　价**	20.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

出版前言

根据教育部2002年颁布的《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——高中起点升本、专科》的要求，我社在重新修订出版适合多学时复习使用的主干教材——《全国各类成人高考复习指导丛书》(第九版)之后，又组织修订出版了《全国各类成人高考总复习》(第二版)(共6本)：

语文　　数学(文史类)　　数学(理工类)

英语　　物理 化学　　　历史 地理

这套书的特点是叙述简明、重点突出，侧重应试能力的培养，适合少学时复习使用．丛书根据新大纲的要求和成人学习的特点，对复习考试内容进行了科学的组合，其内容分为三个层次：基础知识复习、学科基本能力训练、学科综合能力训练．全书以基础知识复习和学科基本能力训练为重点，各科根据具体情况在内容编排上略有交叉或侧重．三个层次紧密结合，层层推进，步步加深，形成一个比较完整的知识掌握和能力训练体系，具有较强的应试性和实用性．这套丛书既可单独使用，也可和多学时复习使用的主干教材《全国各类成人高考复习指导丛书》(第九版)配合，在复习的第二、三阶段使用．

我们希望这套书和已深受广大考生欢迎的《全国各类成人高考复习指导丛书》(第九版)一样，能为广大考生提供有益的帮助．

高等教育出版社

2002年6月

目　　录

第一部分　基础知识和基本能力训练

代　数

第一章　函　　数

一、本章要求

1. 了解集合的意义及其表示方法.了解空集、全集、子集、交集、并集、补集的概念及其表示方法.了解符号$\subseteq$、$\subsetneqq$、$=$、$\in$、$\notin$ 的含义,并能运用这些符号表示集合与集合、元素与集合的关系.

2. 了解函数概念,会求一些常见函数的定义域.

3. 了解函数的单调性、奇偶性的概念,掌握增函数、减函数、奇函数、偶函数的函数图像的特征.

4. 理解一次函数、反比例函数的概念,掌握它们的图像和性质,会求它们的解析式.

5. 理解二次函数的概念,掌握它的图像和性质以及函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$与 $y=ax^2$ $(a\neq 0)$的图像间的关系;会求二次函数的解析式及最大值或最小值.能灵活运用二次函数的知识解决有关问题.

6. 理解指数与对数的概念,掌握有关的运算法则.

7. 理解指数函数、对数函数的概念,掌握它们的图像和性质,会用它们解决有关问题.

二、基础知识要点

1. 集合

(1) 集合的有关概念

集合的意义　把具有某种属性的一些对象看作一个整体,便形成一个集合.一般用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$表示集合.

元素　集合里的各个对象叫做集合的元素.一般用小写拉丁字母 $a,b,c,\cdots$表示集合的元素.

有限集　含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集　含有无限个元素的集合叫做无限集.

空集　不含任何元素的集合叫做空集,记为$\varnothing$.

(2) 集合的表示法

列举法　把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内．此法常用来表示有限集合．

如：由 a、b、c 三个字母构成的集合为 $\{a,b,c\}$．

描述法　将集合中的元素的公共属性描述出来写在大括号内．具体形式为：{元素的一般形式|元素所具有的公共属性}．

例如：$\{x|2x>1\}$　表示不等式 $2x>1$ 的解集．

区间法　如 a、b 是两个实数，且 $a<b$，可以把满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的集合表示为 $[a,b]$，称为闭区间；把满足 $a<x<b$ 的实数 x 的集合表示为 (a,b)，称为开区间；把满足 $a\leqslant x<b$ 及 $a<x\leqslant b$ 的实数 x 的集合分别表示为 $[a,b)$ 和 $(a,b]$．称为半开半闭区间．

为了直观，有时也可用文氏图表示集合，如集合

$A=\{a,b,c\}$，　$B=\{x|x$ 是不大于 5 的正整数$\}$（图 1－1－1）．

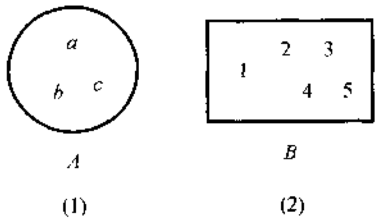


图 1－1－1

常见的几种数集的表示符号：

$\mathbf{N}^*$（或 $\mathbf{N}_+$）表示正整数集．

$\mathbf{N}$ 表示非负整数集，即自然数集．

$\mathbf{Z}$ 表示整数集．

$\mathbf{Q}$ 表示有理数集．

$\mathbf{R}$ 表示实数集．$\mathbf{R}^+$（$\mathbf{R}^-$）表示正（负）实数集．

【说明】　根据国家标准，自然数集包括“0”，请与以前沿用的所谓自然数集不包括“0”区别开．

(3) 元素与集合间的关系

对于一个给定的集合 A 和确定的元素 a，它们之间有且只有以下两种关系：

① 若 a 是 A 的元素，则说 a 属于 A，记为 $a\in A$．

② 若 a 不是 A 的元素，则说 a 不属于 A，记为 $a\notin A$．

(4) 集合与集合的关系

子集　如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 就叫做集合 B 的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”．若 A 是 B 的子集且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 就叫做集合 B 的真子集，记为 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$．如果 $A\subseteq B$ 同时 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记为 $A=B$．

【说明】　在国家标准中，用符号 $\subsetneqq$（或 $\supsetneqq$）表示集合间的真子集关系；用符号 $\subseteq$（或 $\supseteq$）表示集合间的子集关系，这个关系也可用符号 $\subset$（或 $\supset$）表示．

规定空集是任何集合的子集．并由此及真子集的概念知，空集是任何非空集合的真子集．

子集的性质：① $A\subseteq A$；② 若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$．

(5) 集合的简单运算——交集、并集和补集．

交集　由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$．

交集的性质：(1) $A\cap A=A$；(2) $A\cap\varnothing=\varnothing$．

并集　由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$．

并集的性质：(1) $A\cup A=A$；(2) $A\cup\varnothing=A$．

全集　在研究集合与集合之间的关系时，所讨论的集合往往都是某一给定的集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号 U 表示.

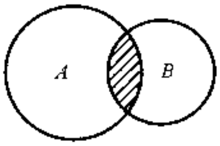
补集　若 $A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 的补集，表示为 $\complement A$.

补集的性质：(1) $A\cap\complement A=\varnothing$；(2) $A\cup\complement A=U$.

【说明】 以前用 $\overline{A}$ 表示 A 的补集，现按国家标准用 $\complement A$ 表示.

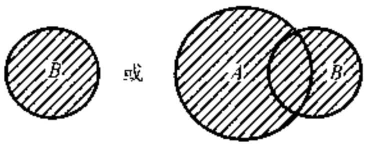
用文氏图可直观地表示 $A\cap B$、$A\cup B$ 和 $\complement A$（阴影部分分别表示这些集合（图 1－1－2～图 1－1－4）.

2．函数的概念



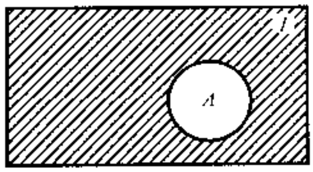
$A\cap B$

图 1－1－2



$A\cup B$

图 1－1－3



$\overline{A}$

图 1－1－4

图 1－1－4 中 I 为全集　$A\subset I$

阴影部分为 $\complement A$　（或写成 $\overline{A}$）

(1) 函数的定义

如果在某变化过程中有两个变量 x，y，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则，y 都有惟一确定的值和它对应，那么 y 就是 x 的函数，x 叫做自变量. 可以记作 $y=f(x)$（其中 f 表示对应法则）.

自变量 x 的取值范围叫做函数的定义域，和 x 的值对应的 y 的值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域.

(2) 函数的表示法

① 解析法：用等式表示两个变量间的函数关系的方法.

② 列表法：列表表示两个变量间的函数关系的方法.

③ 图像法：用图像表示两个变量间的函数关系的方法.

(3) 函数的性质

① 函数的单调性

在一个区间上，如果对于自变量 x 的任意两个值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么函数 $f(x)$ 在此区间上是增函数；如果对于自变量 x 的任意两个值 x_1，x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么函数 $f(x)$ 在此区间上是减函数.

如果函数 $y=f(x)$ 在某个区间上是增函数或减函数，就说 $f(x)$ 在此区间上具有单调性，此区间叫做 $f(x)$ 的单调区间.

② 函数的奇偶性

如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么 $f(x)$ 是奇

函数.如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内的任意一个 x,都有 $f(-x)=f(x)$,那么 $f(x)$ 是偶函数.

奇函数图像关于原点对称,偶函数图像关于 y 轴对称.

3. 一次函数

定义　函数 $y=kx+b$(k,b 是常数且 $k\neq 0$)叫做一次函数.

若 $b=0$,$y=kx$ 叫做正比例函数.

一次函数 $y=kx+b$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,它的图像(如图 1-1-5)是通过点 $(0,b)$ 与 $\left(-\frac{b}{k},0\right)$ 的一条直线.

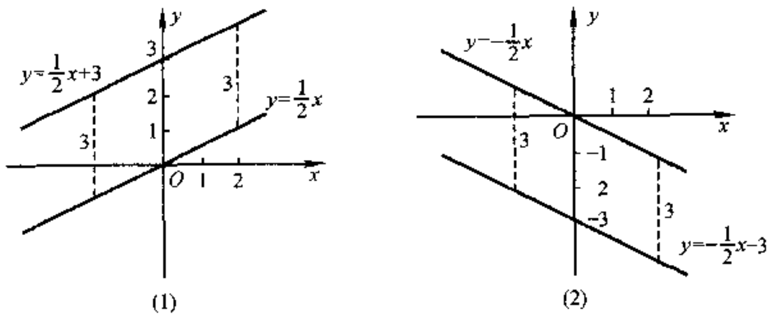


图 1-1-5

性质

① 当 $k>0$ 时 y 为增函数;当 $k<0$ 时 y 为减函数.

② 当 $b=0$ 时 y 为奇函数.

4. 二次函数

定义　函数 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 都是常数且 $a\neq 0$)叫做二次函数.

函数 $y=ax^2$($a\neq 0$)的图像为抛物线. 当 $a>0$ 时,如图 1-1-6(1),抛物线 $y=ax^2$ 在 x 轴的上方(顶点在 x 轴上),它的开口向上,并且向上无限伸展;当 $a<0$ 时,如图 1-1-6(2),抛物线 $y=ax^2$ 在 x 轴的下方(顶点在 x 轴上),它的开口向下,并且向下无限伸展.

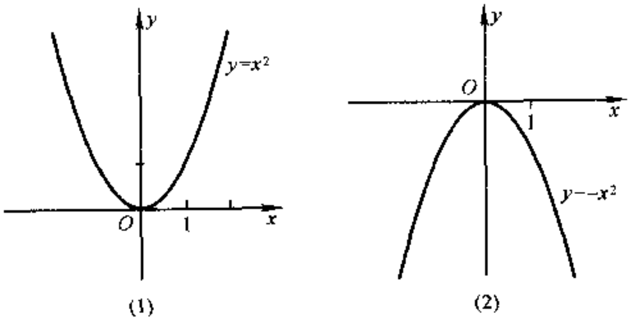


图 1-1-6

性质

函数为偶函数，图像对称轴为 y 轴.

当 $a>0$ 时，在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，在 $(0,+\infty)$ 上为增函数；当 $x=0$ 时，取得最小值 0.

当 $a<0$ 时，在 $(-\infty,0)$ 上为增函数，在 $(0,+\infty)$ 上为减函数；当 $x=0$ 时，取得最大值 0.

二次函数 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，它的图像是顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 的抛物线，对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}$，$a>0$ 时抛物线开口向上，$a<0$ 时抛物线开口向下(图 1－1－7).

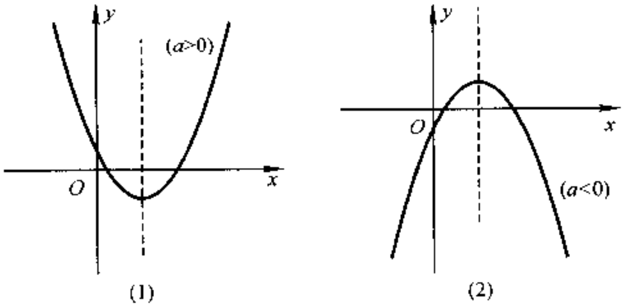


图 1－1－7

性质

当 $a>0$，$x\in\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$ 时 y 是减函数，$x\in\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$ 时 y 是增函数；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，函数取得最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$；

当 $a<0$，$x\in\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right)$ 时 y 是增函数，$x\in\left(-\frac{b}{2a},+\infty\right)$ 时 y 是减函数；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，函数取得最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$.

二次函数 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 的图像是由 $y=ax^2$ 的图像进行平行移动，使其顶点移到 $\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 得到的.

例如：$y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$ 的图像就是把 $y=2x^2$ 的图像进行平移，使其顶点平移到 $(1,-3)$ 后得到的.

5．反比例函数

定义　函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为非零常数）叫反比例函数.

定义域和值域　$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

反比例函数 $y=\frac{k}{x}\ (k\neq 0)$ 的图像是双曲线.（如图 1－1－8 所示），以坐标原点为对称中心，以直线 $y=\pm x$ 为对称轴.上、下与 y 轴无限接近，左右与 x 轴无限接近.

当 $k>0$ 时，图像位于第一、三象限内；当 $k<0$ 时，图像位于第二、四象限内.

性质

① 反比例函数是奇函数,图像关于原点对称.

② 当 $k>0$ 时,在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上均为减函数,当 $k<0$ 时,在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$上均为增函数.

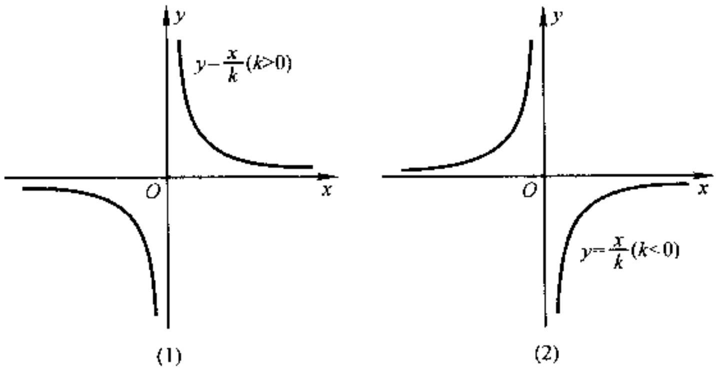


图1 1-8

6. 指数和对数

(1) 根式

定义　含有根号的代数式叫做根式.式子$\sqrt[n]{a}$叫做 n 次根式($n\in\mathbf{N}$, $n>1$),n 为奇数时$a\in\mathbf{R}$,n 为偶数时 $a\geqslant 0$.

性质

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② 当 n 为奇数时:$\sqrt[n]{a^n}=a$

③ 当 n 为偶数时:$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\ 0 & (a=0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$

(2) 指数

有理指数幂

① 正整数指数幂:$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}$　$(n\in\mathbf{N}_+)$

② 零指数幂:$a^0=1$　$(a\neq 0)$

③ 负整数指数幂:$a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$　$(a\neq 0, n\in\mathbf{N}_+)$

④ 分数指数幂:$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$　$(a\geqslant 0, m、n\in\mathbf{N}_+$,且 $n>1)$

$$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}\quad (a>0, m、n\in\mathbf{N}_+,\text{且 } n>1)$$

幂的运算法则

① $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

② $a^m\div a^n=a^{m-n}$

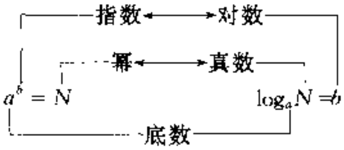
③ $(a^m)^n=a^{mn}$

④ $(ab)^m=a^mb^m$

(3) 对数

定义　如果 $a^b=N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$),那么 b 叫做以 a 为底的 N 的对数,记作 $b=\log_a N$,其中 a 称为底数,N 称为真数.

指数式与对数式有如下关系:



当 $a=10$ 时,$\log_{10}N$ 称为常用对数,记作 $\lg N$.

性质:

① 零与负数没有对数,即真数大于零;

② 1 的对数等丁零,即 $\log_a 1=0$;

③ 底数的对数等于 1,即 $\log_a a=1$.

恒等式

① $a^{\log_a N}=N$　　　　② $\log_a a^b=b$

运算法则:

① $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$　　$(M>0,N>0)$

② $\log_a\left(\dfrac{M}{N}\right)=\log_a M-\log_a N$　　$(M>0,N>0)$

③ $\log_a M^n=n\log_a M$　　$(M>0)$

④ $\log_a\sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M$　　$(M>0,n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$

这里 $M>0,N>0$.

换底公式:

$$\log_a b=\frac{\log_N b}{\log_N a}$$

由此得到:$\log_a b\cdot\log_b a=1$; $\log_a b=\log_{a^n}b^n$

7. 指数函数

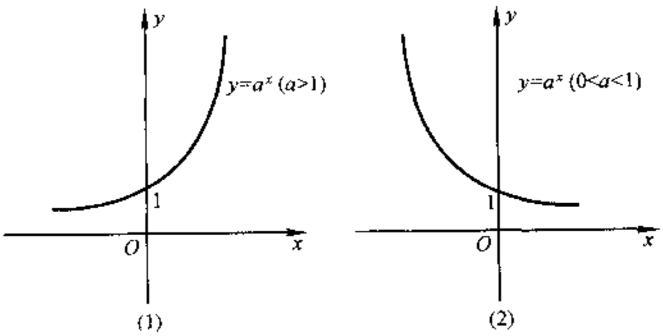


图 1-1-9

定义　形如 $y=a^x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）的函数为指数函数.

定义域与值域　指数函数的定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(0,+\infty)$.

性质及其图像　（如图 1－1－9）

指数函数 $y=a^x$ 的图像通过(0,1)点，且在 x 轴上方.

当 $a>1$ 时，函数是增函数；当 $0<a<1$ 时，函数是减函数.

8. 对数函数

定义　形如 $y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）的函数为对数函数.

定义域与值域　对数函数的定义域为$(0,+\infty)$，值域为$(-\infty,+\infty)$.

性质及其图像　如图 1－1－10 对数函数 $y=\log_a x$ 的图像通(1,0)点，且在 y 轴右侧.

当 $a>1$ 时，函数是增函数；当 $0<a<1$ 时，函数是减函数.

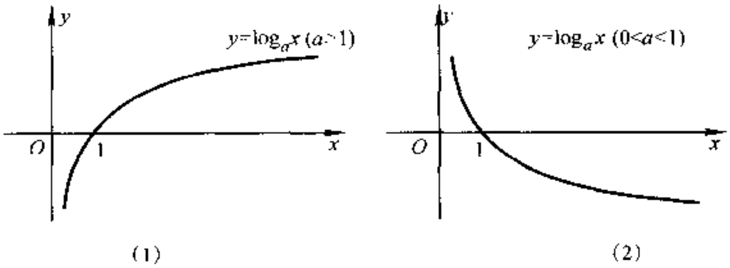


图 1－1－10

三、典型例题分析与解答

例 1　设集合 $M=\{-2,0,2\}$，$N=\{0\}$，则（　　）.

A. N 为空集　　B. $N\in M$　　C. $N\subset M$　　D. $M\subset N$

【分析】　注意$\in$和$\subset$的意义和空集的概念

【解答】　N 是由元素 0 组成的集合，故不是空集，A. 错."$\in$"不能连结两个集合，所以 B. 错. $0\in N$ 且 $0\in M$. 所以 C. 正确.

例 2　下列关系中，正确的是（　　）.

A. $\{0\}=\varnothing$　　B. $\varnothing\in\{0\}$　　C. $\varnothing\subset\{0\}$　　D. $0\subset\varnothing$

【解答】　$\{0\}$是含有一个元素 0 的单元素集合，而$\varnothing$是空集，所以 A. 不正确；"$\in$"用于元素与集合间的关系，所以 B. 不正确；因为空集是任何非空集合的真子集，所以 C. 正确. 0 不是集合，所以 D. 不正确. 故应选 C.

例 3　设集合 $M=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$N=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$，则 $M\cup N$ 等于

A. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$　B. $\{x\mid 2<x<3\}$　C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}$　D. $\{x\mid 2<x<4\}$

【分析】　只要在数轴上分别画出集合 M 和 N，及 $M\cup N$ 的意义，即可得出答案.

【解答】　由图 1－1－11 可知答案应为 C.

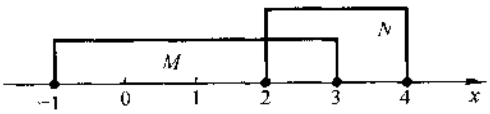


图 1－1－11

例 4　已知全集 $I=\{1,2,3,4,5\}$，$M=\{1,3,4\}$，$N=\{2,4,5\}$，求 $\complement M\cap N$ 和 $\complement(M\cup N)$.

【分析】　需先求出 $\complement M$ 和 $\complement(M\cup N)$，即可解决问题.

【解答】　因为 $\complement M=\{2,5\}$

所以 $\complement M\cap N=\{2,5\}$

因为 $M\cup N=\{1,2,3,4,5\}$

所以 $\complement(M\cup N)=\varnothing$

例 5　设集合 $A=\{(x,y)\mid 2x+3y=13\}$，

集合 $B=\{(x,y)\mid 3x-y=3\}$，求：$A\cap B$.

【分析】　$A\cap B$ 就是方程组 $\begin{cases}2x+3y=13\\3x-y=3\end{cases}$ 的解集.

【解答】

$$A\cap B=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}2x+3y=13\\3x-y=3\end{cases}\right\}$$

$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}\right\}$$

$$=\{(2,3)\}$$

例 6　设全集 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x<-2\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 1\}$，求：$\complement A$，$\complement B$，$A\cup B$，$A\cap B$，$\complement A\cup B$.

【解答】　因为 $I=R$

所以 $\complement A=\{x\mid x\in I \text{ 且 } x\notin A\}$

$=\{x\mid x\geqslant\ 2\}$

$\complement B=\{x\mid x<1\}$

$A\cup B=\{x\mid x\in A \quad \text{或} \quad x\in B\}$

$=\{x\mid x<-2 \quad \text{或} \quad x\geqslant 1\}$

$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$

$=\varnothing$

$\complement A\cup B=\{x\mid x\in\complement A \quad \text{或} \quad x\in B\}$

$=\{x\mid x\geqslant -2 \quad \text{或} \quad x\geqslant 1\}$

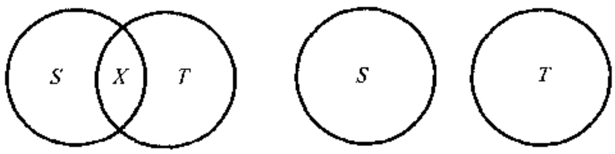
$=\{x\mid x\geqslant -2\}$

例 7　设 S、T 为两个非空集合，且 $S\nsubseteq T$，$T\nsubseteq S$ 令 $X=S\cap T$，那么 $S\cup X$ 等于（　　）.

【分析】　可通过文氏图考虑它们的关系.

【解答】　依条件画出它们的文氏图(图 1－1－12)，有下列两种情况.

其中(1) $X\neq\varnothing$. (2) $X=\varnothing$. 可知无论哪种情况，都有 $S\cup X=S$.



(1)　　　　(2)

图 1－1－12

例 8 若$\{1,2\}\subseteq X\subsetneqq\{1,2,3,4\}$,求集合 X 的所有可能情况.

【分析】 重要的是理解题意,对记号"$\subseteq$"和"$\subsetneqq$"的区别应搞清.

【解答】 由$\{1,2\}\subseteq X$ 可知,集合$\{1,2\}$真包含于集合 X 或等于集合 X,所以集合 X 中至少含有元素 1 和 2;由 $X\subsetneqq\{1,2,3,4\}$可知,集合 X 还是集合$\{1,2,3,4\}$的真子集,因此集合 X 中最多含有三个元素.综上,$X=\{1,2\}$,或 $X=\{1,2,3\}$或$\{1,2,4\}$.

例 9 下列各组函数中表示同一个函数的是(　　).

A. $y=x^2$ 与 $y=\dfrac{x^3}{x}$　　　　B. $y=\log_2 x$ 与 $y=\dfrac{1}{2}\log_2 x^2$

C. $y=(\sqrt{x})^2$ 与 $y=10^{\lg x}$　　　　D. $y=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$ 和 $y=\begin{cases}-1, & x\in(-\infty,0)\\ 1, & x\in(0,+\infty)\end{cases}$

【分析】 只有对应法则相同,并且定义域也相同的函数才是相同的函数,对 A、B、C、D 应逐个给予考查.

【解答】 A. 中 $y=x^2$ 定义域为 $x\in\mathbf{R}$,而 $y=\dfrac{x^3}{x}$的定义域为 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq0$,故两函数不同.

B. 中 $y=\log_2 x$ 的定义域为 $x\in\mathbf{R}^+$,而 $y=\dfrac{1}{2}\log_2 x^2$ 的定义域为 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq0$,故两函数不同.

C. 中 $y=(\sqrt{x})^2$ 的定义域为 $x\in\complement\mathbf{R}^-$ (即$\{x\mid x\geqslant0\}$),而 $y=10^{\lg x}$的定义域为 $\mathbf{R}^+$,故两函数不同.

D. 中 $y=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}=\dfrac{|x|}{x}=\begin{cases}1 & (x>0),\\ -1 & (x<0),\end{cases}$ 所以两函数相同.

故应选择 D.

例 10 下列函数中,定义域为全体实数的是(　　).

A. $y=\sqrt{x^2-x}$　　B. $y=\dfrac{1}{\lg|x+1|}$　　C. $y=\dfrac{x}{(x+2)^2-1}$　　D. $y=\sqrt{(x+2)^2+1}$

【解答】 A. 中 $y=\sqrt{x^2-x}$ 要求,$x^2-x>0\Rightarrow x(x-1)>0$ 所以 $x>1$ 或 $x<0$.

B. 中 $y=\dfrac{1}{\lg|x+1|}$ 要求,$\begin{cases}\lg|x+1|\neq0\\ |x+1|>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|x+1|\neq1\\ x\neq-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq0\\ x\neq-1.\end{cases}$

C. 中 $y=\dfrac{x}{(x+2)^2-1}$ 要求,$(x+2)^2-1\neq0$,所以 $x\neq-1$.

D. 中 $y=\sqrt{(x+2)^2+1}$ 其中$(x+2)^2+1>0$恒成立.

故 满足条件的函数为 D.

例 11 如果 $k>0,b<0$,则直线 $y=kx+b$ 不通过(　　).

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

【解答】 b 是直线的纵截距,即直线与 y 轴交点的纵坐标.由 $b<0$ 可知直线与 y 轴的负半轴相交.由$k>0$,知 $y=kx+b$ 是增函数,直线与 x 轴交于正方向,所以图像不过第二象限.

例 12 函数 $y=k(x+1)$与函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 当 $k>0$ 时的图像只能是图 1-1-13 中的(　　).

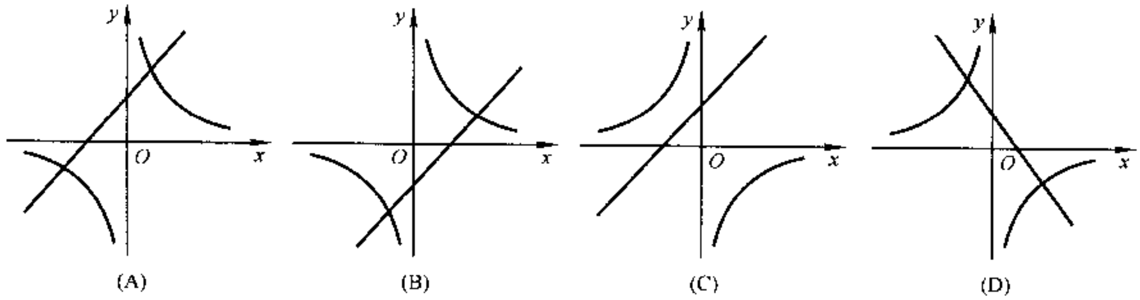


图 1－1－13

【解答】 A.

【评述】 $k>0$ 时，$y=\frac{k}{x}$ 的图像是在一、三象限的双曲线；$y=k(x+1)$ 的图像是通过一、二、三象限的直线.因此,应选 A.

例 13 已知函数 $f(x)=a^x$ $(0<a<1)$,则(　　).

A. 当 $x<0$ 时，$f(x)<0$　　　　B. 当 $x_1<x_2$ 时，$f(x_1)<f(x_2)$

C. 当 $x>0$ 时，$f(x)<0$　　　　D. 当 $x_1<x_2$ 时，$f(x_1)>f(x_2)$

【解答】 因为 $0<a<1$ 时 a^x 为减函数,所以应选择 B.

例 14 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ (　　).

A. 在$(0,+\infty)$上有定义且为增函数,　　B. 在$(0,+\infty)$上有定义且为减函数,

C. 在$(-\infty,0)$上有定义且为增函数,　　D. 在$(-\infty,0)$上有定义且为减函数.

【解答】 由对数函数定义,则 $x>0$,又因为$\frac{1}{2}<1$,故应选 B.

例 15 如果 $a<0,b<0,c>0$,则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像是图 1－1－14 中的(　　).

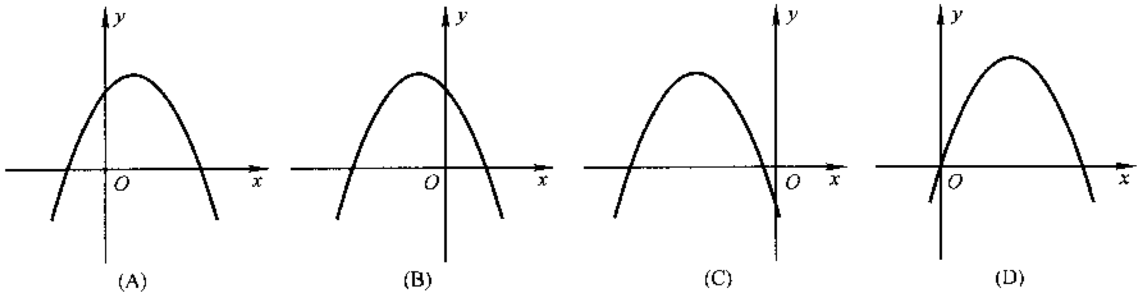


图 1－1－14

【解答】 由 $a<0$ 知抛物线开口向下,四个图均合条件.因为 $a<0,b<0$,所以对称轴方程 $x=-\frac{b}{2a}<0$,因此 B 和 C 合条件.又因为 $c>0$,即 $x=0$ 时，$y=c>0$,所以 B 合条件.

例 16 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图 1－1－15 所示,则 $ax^2+bx+c<0$ 的解为(　　).

A. $x_2\leqslant x\leqslant x_1$　　　　B. $x_2<x<x_1$

C. $x\geqslant x_1$ 或 $x\leqslant x_2$　　　　D. $x>x_1$ 或 $x<x_2$

【解答】 根据图像,使抛物线在 x 轴下方的点对应的一切 x 值为不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解.故应选择 D.

例 17 函数 $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$,求 $f(2),f(-1),f(0),f(a),f(2t)$.

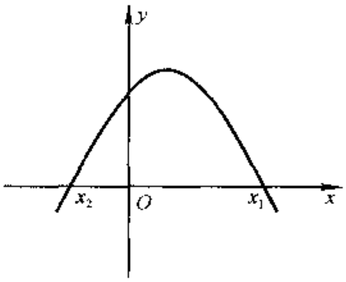


图 1-1-15

【解答】 $f(2)=\dfrac{2\times2+3}{2-1}=7$, $f(-1)=\dfrac{2\times(-1)+3}{-1-1}=-\dfrac{1}{2}$

$f(0)=\dfrac{2\times0+3}{0-1}=-3$, $f(a)=\dfrac{2\times a+3}{a-1}=\dfrac{2a+3}{a-1}$

$f(2t)=\dfrac{2\times2t+3}{2t-1}=\dfrac{4t+3}{2t-1}$

例 18 求下列函数的定义域:

(1) $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$ (2) $y=\sqrt{3-2x}$

(3) $y=\log_{\frac{1}{2}}(4-3x-x^2)$ (4) $y=\dfrac{(x+1)^0}{\sqrt{|x|-x}}$

【解答】 (1) 由 $x^2-5x+6\neq0$ 即 $x\neq2$ 且 $x\neq3$,故函数的定义域为 $\{x\mid x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq2,x\neq3\}$.

(2) 由 $3-2x\geqslant0$ 得 $x\leqslant\dfrac{3}{2}$,故函数的定义域为

$$\{x\mid x\leqslant\frac{3}{2}\}$$

(3) 由 $4-3x-x^2>0$ 即 $x^2+3x-4<0$,解得 $-4<x<1$,故函数定义域为 $\{x\mid-4<x<1\}$.

(4) 由 $\begin{cases}x+1\neq0\\|x|>x\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x\neq-1\\x<0\end{cases}$ 即 $x<0$ 且 $x\neq-1$,所以定义域为 $\{x\mid x<0$ 且 $x\neq-1\}$.

例 19 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像是通过点 $(-1,1)$ 及点 $(2,5)$ 的直线,求此解析式.

【分析】 只需由条件列出关于 k 和 b 的方程组,解之即可.

【解答】 由题得

$$\begin{cases}1=k\cdot(-1)+b\\5=k\cdot2+b\end{cases}\quad 解之得\quad\begin{cases}k=\dfrac{4}{3}\\b=\dfrac{7}{3}\end{cases}$$

例 20 设函数 $f(x)=\dfrac{m}{x}+m\ (x\neq0)$,且 $f(1)=2$,求 $f(2)$的值.

【分析】 $f(1)=2$ 表示的是:当自变量 $x=1$ 时,函数值等于 2,因此求 $f(2)$就是求 $x=2$ 时 $f(x)$的值.而 $f(x)$中有一个待定系数 m.一般说来,求一个待定系数,只要有一个已知条件.将此条件转化为关于这个待定系数的方程,即可求出这个待定系数.

【解答】 由 $f(1)=2$ 得 $\dfrac{m}{1}+m=2$ 解得 $m=1$,所以 $f(x)=\dfrac{1}{x}+1$,故 $f(2)=\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{2}$.

例 21 设 $y=y_1+y_2$,且 y_1 与 x 成正比例,y_2 与 x 成反比例.当 $x=1,x=-2$ 时,y 的值