[illegible]

[illegible]

周髀算經述

馮經撰

中華書局

此據嶺南遺書本
排印初編各叢書
僅有此本

周髀算經述

周髀算經述

清 南海馮經世則撰

昔者周公問於商高曰。竊聞乎大夫善數也。請問古者包犧立周天歷度。夫天不可階而升。地不可得尺寸而度。請問數安從出。商高曰。數之法出於圓方。圓出於方。

周謂全體。髀謂股分。此經卽割圓之法。祇述包犧而宗禹。皆河圖洛書所有耳。周公於商高再三請問。猶武王訪於箕子。而箕子乃言。立周天歷度者。卽下文笠以寫天。似今羅盤。不拘大小。定爲全邊三百六十度。易傳所謂當期之日也。凡圓中劃十字界開四髀。每髀弧邊九十度。角在圓心。正似方隅。故曰正角。若開六髀。每髀六十度。則成銳角。若合兩髀爲一髀。共百二十度。則成鈍角。若合三髀爲半圓。共百八十度。則角平矣。若開八髀。每髀四十五度。則角尤銳。若合三髀爲一髀。共百三十五度。則角尤鈍。若合四髀爲半圓。則角平矣。故問圓角銳角少於正角幾分之幾。或問鈍角多幾分之幾。而弧邊可算。雖無度如有度也。凡方不拘正斜。合外四角。必同圓心。雖非圓猶圓也。斜方角有銳鈍。偏角愈銳而度少。則餘角愈鈍而度多。故湊合全度。雖不正猶正也。又凡句股。正角既九十度。若股愈長。股端愈銳而度少。則句愈短。句端角度必稍多。合句端股端。必同正角。故凡三角不拘銳鈍正斜。必共百八十度。蓋上角愈銳而度少。則底兩角度必稍多。上角愈鈍而度多。則底角愈銳而度少。故雖極斜。割

底兩角湊補上角囚必平直可算雖非方猶方也故數法遞出焉

方出於矩矩出於九九八十一

矩曲器如正角者也橫九直九乘積八十一此黃鐘律數尤爲萬事根本其用不窮圖見下葉

故折矩以爲句廣三股脩四徑隅五既方之外半其一矩

折矩謂以長條七寸折爲曲器橫三寸直四寸也句廣橫闊也股脩直長也徑隅斜弦也自句端斜至股端爲弦五寸蓋既成長方三四乘積一十二寸囲外周十四寸自左上隅劃至右下⧅判爲兩髀每髀內得半積六寸外得半周七寸爲句股和

環而共槃得成三四五兩矩共長二十有五是謂積矩

以版方七寸爲槃七七乘積四十九於角邊照前句三股四斜劃四句股而共環焉◇中方即弦五自乘二十五◆共長疑是共張句邊張開三三如九股邊張開四四一十六亦共積二十五欲明其故另以紙方七寸於上四下三之間劃一橫線於左四右三之間劃一直線田四分各殊而不均正右上橫三直四囲左下橫四直三囲皆積十二共成二十四各加斜弦成四句股◻右下小方即句張三三如九左上大方即股張四四一十六共二十五與弦張同可見紙囲與版◇皆於四十九內割取二十四爲四句股而存二十五也若以此紙摺四正角於背與面相配如分四方◇均二十四寸半非二十五矣亦當照槃摺四句股於背則面如◆而背如◇背心恰少一寸此摺二十四與面二十五共四十九

之明驗也．圖附後．

故禹之所以治天下者．此數之所生也．周公曰．大哉言數．
以用也．禹得洛書．猶包犧河圖．其用不窮．

請問用矩之道．商高曰．平矩以正繩．偃矩以望高．

先由平求直．或由直求平．皆引繩切矩以正之．而後可測高深廣遠．如有高臺．不知其數．距臺度地幾丈．或坐或立．或坐立物上．將矩句端齊目．望上股端與臺斜齊．遂用比例．由少問多之法．由目前句長幾寸．股高於目亦幾寸．問目前臺遠幾丈．則知高於目亦該幾丈．再加自地至目幾尺．卽臺高於地幾丈幾尺矣．

覆矩以測深．臥矩以知遠．

測深．卽倒用望高之法．減自目至地幾尺．卽下深於地幾尺矣．若有遠燈．欲知其數．臥地直望．乃劃曲角．引繩橫行十餘丈．側持寸句尺股之矩．睨視句端股端與燈斜齊．遂由句橫一寸．股直一尺．問橫行十幾丈．則知直望亦該百幾丈矣．

環矩以爲圓．

環．猶運也．用木竿高丈餘．直插圓心．上勒小頸．以繫長繩．使寬可運．引繩數丈或十餘丈．斜至圓邊．繫錐堅持．環繞劃地．蓋以竿爲句．以繩爲弦．以半徑爲股．故問竿與繩．而全徑周圍可遞算也．若大至以

里計。不可以繩運者。臥矩知遠。卽知心角。而全圓可分算也。古稱徑一圍三。特大約耳。今歷久加密。算得徑十丈。則圍三十一丈四尺一寸五分零。舊法周百尺。徑三十二固屬疎率。卽徑七圍二十二、與徑五十周百五十七。未免有過不及之差。莫若九倍徑七、并徑五十。作徑一百一十三。亦九倍圍二十二、并周百五十七。共周三百五十五。尤爲加密。故凡知徑而未知周者。由所知徑與三百五十五相乘在位。而以一百一十三爲法除之。卽得眞周。若知周而未知徑者。由所知周與一百一十三相乘在位。而以三百五十五爲法除之。卽得眞徑。

合矩以爲方。

合兩矩爲方。而有斜弦。猶合八矩爲大方。而有內方也。舊法方五斜七。亦大約耳。今以版方一尺。容積百寸。劃去四角。則內方得半積五十。卽方五自乘二十五之加倍也。內計方邊七七除四十九。尙餘一寸。化作百分。每分作百釐。每釐作百毫。以爲數層廉隅。開得七寸零七釐一毫有奇。蓋尺右上劃取一隅。卽方五寸。其斜弦。卽內方之邊七寸有零也。又按舊法三角邊七。中直六。亦大約耳。三角中分。卽兩句股。外邊七寸。則中直六寸有零。若邊八寸。則中直七寸稍歉。蓋以斜邊八寸爲弦底邊八寸中分四寸爲句。於弦張八八六十四內減句張四四一十六。尙存四十八。以爲股張。欲開七七四十九而稍歉也。若斜邊七寸爲弦。底邊七寸中分三寸五分爲句。自乘一千二百二十五分爲句張。於弦張七七四十九作四千九百分內減句張。尙存三千六百七十五。以爲股張。先開六六除三千六。

仍餘七十五分.化作釐毫絲忽.以爲廉隅.開得六寸容六釐二毫一絲有奇也.上合句股共張以求弦.
此分弦張以求句股耳.

方屬地.圓屬天.天圓地方.

易傳曰.參天兩地而倚數.亦謂方內容圓.四分之三.圓內容方.三分之二.詳見平面.又按.圓內萬殊.猶天覆萬物.皆倚參兩而旁通焉.舊法圓容三角.十六分之七.三角容圓.七分之四.亦大約耳.試作一大三角.劃開四小三角.內小三角.既得四分之一.則容內三角之小圓.與容外三角之大圓.亦四分之一.即十六分之四也.六角內容三角.得其中半.三角內容六角.亦然.圓容六角.八分之七.試劃三斜方.合爲六角.各加斜弦.中分其半.即內三角.既爲圓內十六分之七.則圓容六角.當倍爲十六分之十四.即八分之七也.舊法六角容圓七分之六.與三角舊法.各有過不及之差.亦宜照上兩節密率求之.

方數爲典.以方出圓.

典.常法也.欲知方內之圓.以方邊爲圓徑而求周.欲知方外之圓.轉以方內斜弦爲徑而求周也.欲知圓內容積.以圓徑自乘.得平方積.次以七五乘之.即圓面積.七五乘者.於每百中取七十五也.還原以七五除之.復得方積.以平方開之.方邊即圓徑也.立圓體徑自乘再乘.得立方積.以七五遍乘.再乘即圓體積.還原亦以七五除積再除.復得方積.以立方開之.即圓徑也.

笠以寫天。天青黑。地黃赤。天數之爲笠也。青黑爲表。丹黃爲裏。以象天地之位。

笠。車蓋也。以覆輿者。故喩圓內容方回其圓黑邊圍青其方赤邊圍黃。以辨黃爲方積。赤爲方周。又爲弧弦。青爲弧積。黑爲圓周。又爲弧背。再加輻線分度。如考工記蓋弓二十八。以象星也。

是故知地者智。知天者聖。智出於句。句出於矩。

禹大智以生數。包犧聖以立度。句該股弦矩方爲典。智可希聖。大矩之於數。其裁制萬物。唯所爲耳。周公曰。善哉。

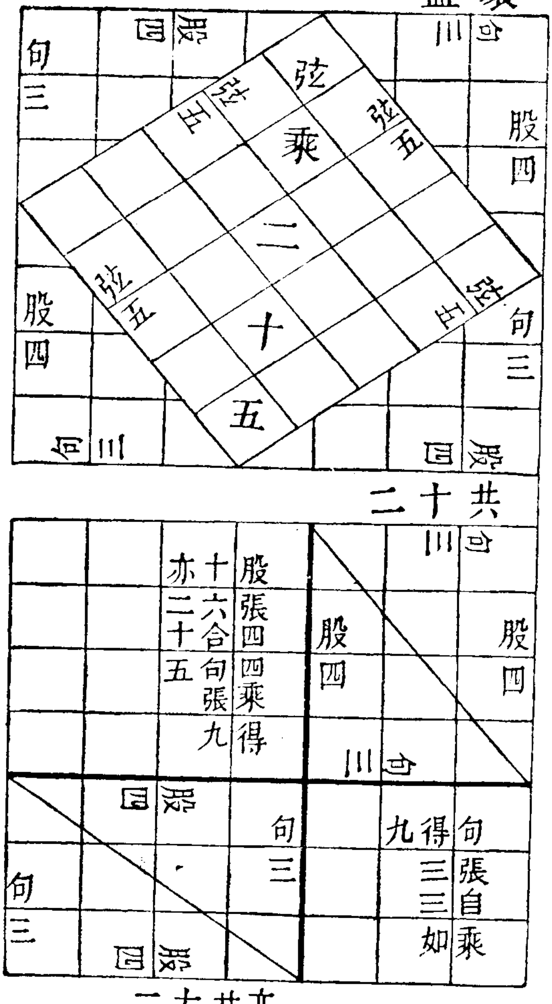
舊本此下復有昔者榮方問於陳子云云。漢趙君卿注曰。非周髀本文。今按旣有可疑。不敢妄述。

矩出九九八十一之圖

一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	四	六	八	十	十二	十四	十六	十八
三	六	九	十二	十五	十八	廿一	廿四	廿七
四	八	十二	十六	二十	廿四	廿八	卅二	卅六
五	十	十五	二十	廿五	三十	卅五	四十	四五
六	十二	十八	廿四	三十	卅六	四二	四八	五四
七	十四	廿一	廿八	卅五	四二	四九	五六	六三
八	十六	廿四	卅二	四十	四八	五六	六四	七二
九	十八	廿七	卅六	四五	五四	六三	七二	八一

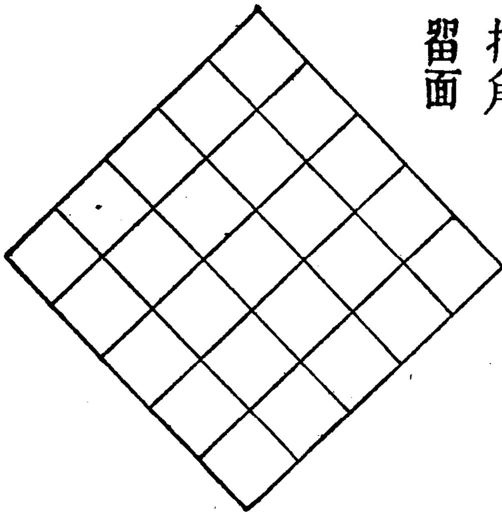
積爲物價。直爲物數。首行如每布一尺。値銀一分。二尺二分。極於九尺九分。次行如布一尺値銀二分。則二尺四分。三尺六分。極於九尺一錢八分。餘可類推。又矩分平方。初矩或百或萬皆一一如一。次矩二二如四。又次三三如九。餘可類推。又每格加倍塡寫。漸加三倍四倍。極於九倍。疊起九層。即立方也。三乘四乘。諸方俱倣此。

環盤

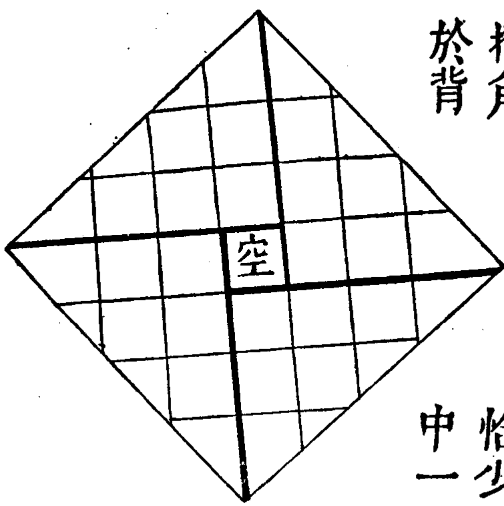


横七直七乘四十九除各句股共二十四故存二十五

摺角留面

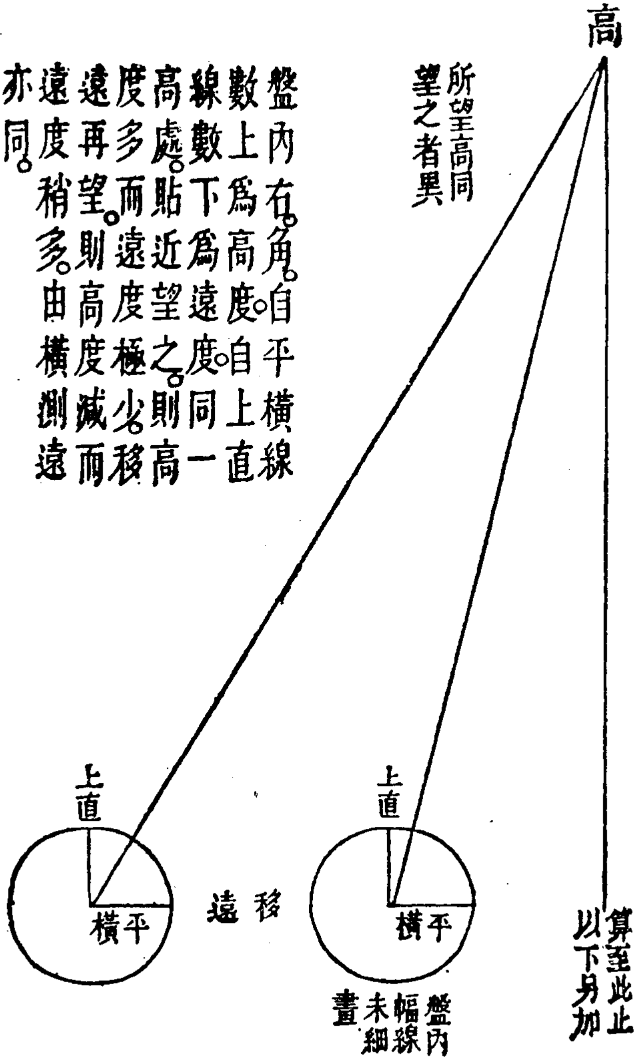


摺角於背



恰少中一

盤內右。角。自平橫線數上爲高度。自上直線數下爲遠度。同一高處。貼近望之。則高度多而遠度極少。移遠再望。則高度減而遠度稍多。由橫測遠亦同。



洛書戴九。右肩二七亦九。左足八一亦九。三六亦九。故正法用九。中下五一爲六。二四爲肩亦六。故或用六。或用縱橫十五。或虛中五而用十。無不可也。用九者。約角度九十爲九大度。每十度爲一大度。故高八則遠一。高七則遠二。高六則遠三。餘可類推。

假如圓塔外周有址。在址邊望得高八大度。遠一大度。移遠九步。望得高七大度。遠二大度。欲知塔高址廣實數。試以先望高八作每度七步。證以後望高七作每度八步。皆該八七五十六步。五尺爲步。即半丈也。故將五十六折半。實高二十八丈。先望高八遠一。則高八七。亦該遠七步。後望高七遠二。則高七八五十六。亦該遠二八一十六。證以自塔心至址七步。加移遠九步。亦共十六步。無疑也。由七步加倍。知徑廣七丈。以徑一圍三推之。知周二十一丈。然大率耳。若求密率。惟六面塔角徑廣一。則圍必三。若八面則圍稍寬。若圓中規者。徑一則圍一三一四一五有零也。又如隔溪有樓。在溪邊望得高七大度。遠二大度。移遠九尺。望得高六大度。遠三大度。試以先望高七作每度六尺。後望高六作每度七尺。皆該七六四丈二尺。先望高七遠二。則高七六。亦該遠二六一丈二。後望高六遠三。則高六七。亦該遠三七二丈一。證以自樓至溪邊一丈二。加移遠九尺。亦共二丈一尺。無疑也。

用六者。約角度九十爲六大度。每十五度爲一大度。三十度爲兩大度。故高五則遠一。高四則遠二。高三則遠亦三。餘可類推。

假如隔溪有臺。自溪邊望得高五大度。遠一大度。移遠六丈。望得高四大度。遠二大度。欲知高遠實數。試

以先望高五。作每度四丈。後望高四。作每度五丈。皆該四五高二十丈。先望高五遠一。則高五四。亦該遠四丈。後望高四遠二。則高四五。亦該遠二五爲一十丈。證以自臺至溪邊四丈。加移遠六丈。亦共十丈無疑也。

又如隔溪有樹。自溪邊望得高四大度。遠二大度。移遠六丈。望得高遠皆三大度。是高該四三得十二丈。先遠該二三爲六丈。後遠亦該三四得十二丈。以移遠相證。亦共遠十二丈無疑也。

用十五者。分角度九十爲十五。每六度爲一大度。十二作兩大度。十八作三大度。故高十四則遠一。高十三則遠二。餘可類推。

假如海中有島。在海邊望得高十四大度。遠一大度。移遠十五丈。望得高十三大度。遠兩大度。即以十四與十三相乘。該高一百八十二丈。先遠亦該一十三。後遠亦該兩其十四、爲二十八。證以自島至海邊十三丈。加移遠十五丈。亦共遠二十八丈無疑也。

又有海島。自海邊望得高十三大度。遠兩大度。移遠十五丈。望得高十二大度。遠三大度。即以十三與十二相乘。該高一百五十六丈。先遠亦該兩其十二、爲二十四。後遠亦該三其十三、爲三十九。證以二十四。加移遠十五。亦該共遠三十九丈無疑也。

用十者。分角度九十爲十大度。每九度爲一大度。高九則遠一。高八則遠二。餘可類推。此外或用三十分角度爲三十大度。每三度爲一大度。高二十九則遠一。高二十八則遠二。惟極遠者方用原度九十。高八

十九則遠一。高八十八則遠二。盤邊分劃三百六十度。又於次層。每連六度畫╳。連十二度畫╳╳。周六十╳。則三度。六度九度十二度之類。一目瞭然。又次層。每連十度畫△。連二十度畫△△。周三十六△則五度十度十五二十之類。亦一目瞭然矣。

算法總論

算學有線面體三部。有方田至句股九章。算之者有筆籌珠盤三用。而要不外併減乘除四事。併如散線幾條。總長若干。減如截去長線幾尺。尚存若干。乘謂由線求面。由面求體。如用版寫字。界分橫容十行。每行直容十字。計得面積百字。是為平方。疊起十版。計得體積千字。是為立方。橫線短少。直線加多。是為長方。除謂攤開。如有字四百。要分二十五行。則以二五為法除之。俗名二歸五除。攤得每行十六字。若要橫直均齊。則以平方開之。攤得橫二十行。每行直容二十字。自乘二二如四也。若有字八千。要分每葉每行與字均齊。則以立方開之。攤得二十葉。每葉每行字數同前。再乘二二四如八也。若有字十六萬。要分每卷每葉每行與字均齊。則以三乘方開之。攤得二十卷。每卷每葉每行字數同前。若有字三百二十萬。每分每套每卷每葉每行與字均齊。則以四乘方開之。攤得二十套。每套每卷每葉每行字數同前。餘可類推矣。他如由少問多。由多問少。則乘除互用。以明假異實同。謂之比例。四率音律皆由已知實數以求未知虛數也。本起河圖。一六居下。二七居上。三八居左。四九居右。五十居中。洛書中五。戴九履一。左三右七。二四為肩。六八為足。與周髀經云。