

变参数线性 自动控制系统

[苏联] A. B. 索洛多夫著

国防工业出版社

变参数线性自动控制系统

〔苏联〕 A. B. 索洛多夫 著

張明廉 高金源 陈忠信 譯

文傳源 校



國防工業出版社

1965

內 容 簡 介

本书討論了研究变参数綫性自动控制系统 的理論基础, 闡明了研究变参数綫性系統的基本方法。此外, 书中还包括以下內容: 結構变换理論; 确定脉冲过渡函数的某些方法; 变参数随动系統动态誤差的确定; 反演系統理論以及某些其他問題。本书各章中都列举了与其內容相适应的例題。

本书可供从事自动控制的工程技術人員及有关院校自动控制专业的师生参考。

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО
УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ
〔苏联〕А. В. Солодов
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 1962

变参数綫性自动控制系统

張明廉 高金源 陈忠信 譯
文 傳 源 校

国防工業出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售
国防工业出版社印刷厂印装

850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 10 $\frac{1}{2}$ 267 千字

1965 年10月第一版 1965 年10月第一次印刷 印数: 0,001—2,150册

統一书号: 15034·997 定价: (科七) 1.80元

目 录

序言	5
緒論	7
§ 1 概述	7
§ 2 变参数綫性系統	11
第一章 δ 函数和綫性系統的脉冲过渡函数	17
§ 3 概述	17
§ 4 δ 函数和它的特性	20
§ 5 系統輸入与輸出信号之間的关系和脉冲过渡函数	27
§ 6 微分网络的脉冲过渡函数	44
§ 7 系統輸出端的初始条件变换为等效的輸入信号	47
§ 8 按不同方式連接的变参数系統的脉冲过渡函数	56
§ 9 按給定的脉冲过渡函数确定变参数系統的微分方程式	62
第二章 变参数綫性系統的结构变换	71
§ 10 基本定义, 结构变换的任务	71
§ 11 綫性微分算子及它的某些运算	75
§ 12 利用算子变换一般类型的结构图	88
§ 13 只含有基本环节的结构图的变换	113
第三章 慢变参数系統脉冲过渡函数的近似求法	135
§ 14 概述	135
§ 15 拉氏变换的应用	137
§ 16 麦林(Меллин)变换的应用	146
§ 17 求脉冲反应的漸近方法	159
§ 18 二阶系統. 貝塞尔函数的应用	180
§ 19 二阶系統. 近似解的应用	205
第四章 在給定函数形式的信号作用下的变参数系統	211
§ 20 利用脉冲过渡函数确定系統的輸出信号	211
§ 21 拉氏及富氏变换的应用. 系統的參变傳遞函数及其确定	219

§ 22	变参数随动系统的动态误差及其补偿	227
§ 23	按参变传递函数估价变参数系统在有限时间 间隔内的稳定性	236
第五章	在随机输入信号作用下的变参数系统	245
§ 24	自动控制系統輸入信号的描述	245
§ 25	在线性系統輸出端的非平稳过程的离散差	253
§ 26	用变参数系統作非平稳过程的最优滤波	265
§ 27	由动态误差和均方差之和为极小值的 条件来选择系统的参数	273
§ 28	按常参数系統非平稳輸出过程的离散差确定平稳輸 入过程的相关函数	278
第六章	用模拟方法研究变参数系統的非平稳过程	286
§ 29	模拟非平稳过程的概述	286
§ 30	当平稳輸入信号时应用模拟装置的方法	288
§ 31	非平稳过程的模拟。构成反演系統的一般理論	295
§ 32	在原始和反演模拟装置中引入 δ 函数类型的信号	309
§ 33	利用反演系統选择最佳参数的模拟结构图	315
§ 34	用线性系統模拟随机过程的相关函数	322
§ 35	应用成形滤波器模拟非平稳过程	328
参考文献		335

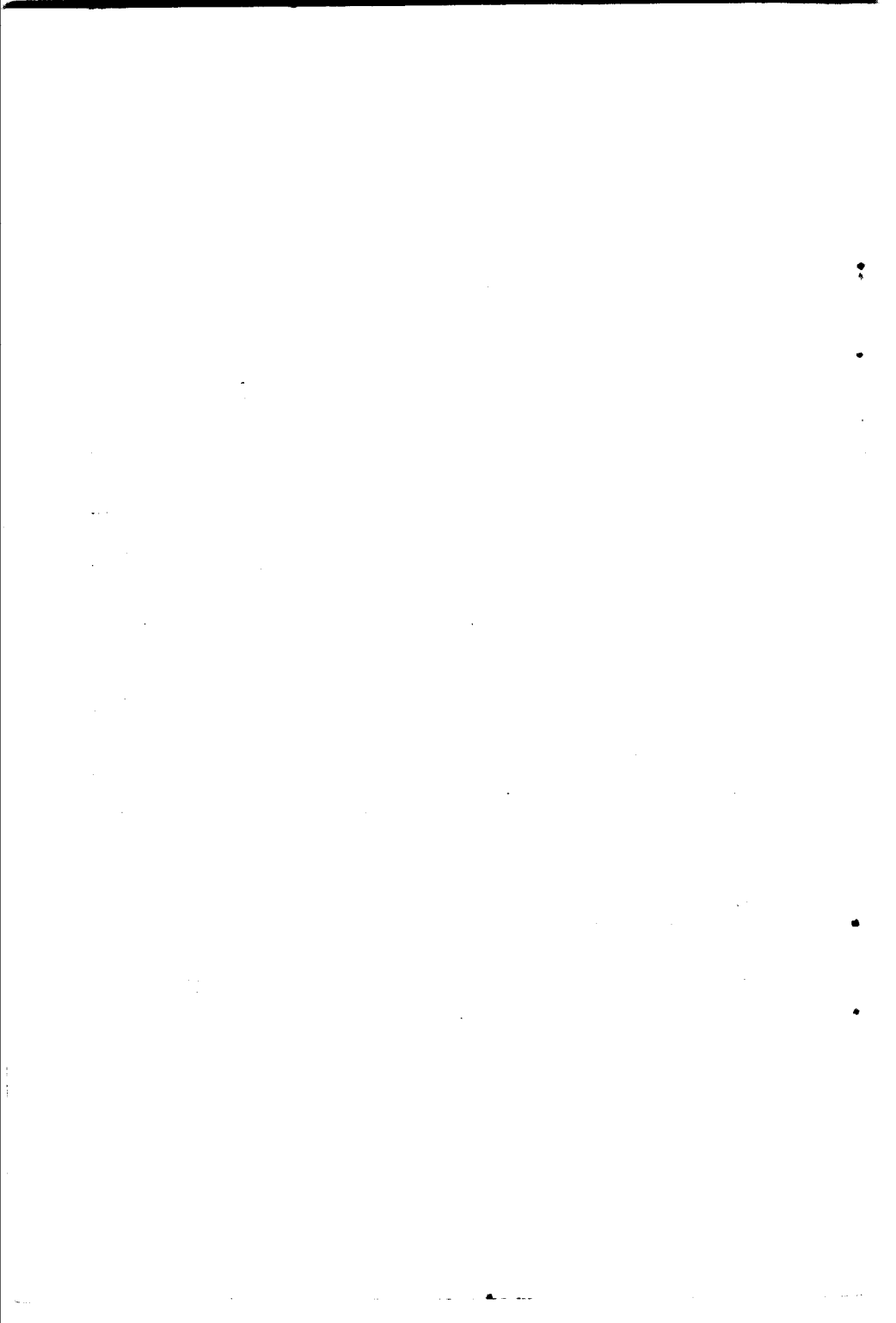
序 言

目前，变参数系統無論在自动控制領域內，还是在通訊領域內，都得到了广泛的应用。由于系統的类型繁多，而所研究的課題是新穎的，再加上数学特性上的困难，所以对这些系統的理论研究是一个非常复杂的問題。本书討論了研究变参数綫性自动控制系統的理论基础，闡明了研究变参数系統的基本方法。

全书包括緒論及其它六章。在緒論里表述了本門学科的特性，引出某些概念和定义，并且簡單地描述了某些类型变参数綫性系統。本书的第一章对綫性系統脉冲过渡函数（它反映系統的基本特性）进行了詳細的討論。第二章研究了变参数系統的結構变换理論，这种理論系建立在应用綫性微分算子的基础上。第三章闡述了求脉冲过渡函数的方法。第四章及第五章討論了給定時間函数类型的信号及随机時間函数类型的信号通过系統的問題，并且把基本着眼点放在信号傳遞的准确度問題上。第六章闡述了利用模拟裝置来研究处于随机信号作用下的变参数系統的方法。

每一章都列举了与其內容相适应的例題。书中材料的安排基本上是按所討論問題的难易程度循序編排的。

此外，书中还包含着下列新的材料：結構变换理論；确定脉冲过渡函数的某些方法；变参数随动系統动态誤差的确定；反馈系統理論以及某些其它問題。



緒 論

§ 1 概 述

由于近代采用了时变参数的自动控制装置和信号傳遞系統，因之产生了一系列技術問題，而解决这些問題的必要性引起了要寻求解决問題的相应方法。在探求研究变参数系統的工程方法时，存在着很大的困难，这就迫使人們或者利用基于常参数系統理論上的解析方法（例如系数“冻结法”）；或者完全放弃获得解析解的企图，采用按数值解法解問題等大量不同方案。这是利用現代計算技術工具来进行的。

如果这些方法在一定的发展阶段上尚能符合实际，那么以后将更感到需要一种普遍实用的理論，它可以指出变参数系統工作的一般規律，还可以指出設計时所提出的問題的合理解决方法。

目前，在各种变参数系統的不同理論方面，已經有了不少著作，但是並沒有把理論的輪廓完全勾画出来。显然，除本书所闡述的变参数系統的某些專門問題（如系統的结构变换，求解脉冲过渡函数的方法，系統的模拟方法等）外，还有与其它学科，首先是随机函數理論密切联系的問題。因此，也自然賦予所敘述的課題以一定的特点。

在研究及設計自动控制系统时，要求解决两个基本任务：

- 1) 闡明结构及系統的可变参数对其特性的影响；且在設計过程中，選擇其中某些最佳数值；
- 2) 找到可用來計算一系列指标的准确关系式，而对这些指标的要求必須达到。

实际上，只有在問題能以适当的方式簡化时，才可用明显的一般关系式求解第一個問題。企图把影响系統特性的因素都考慮

到，通常会使問題大大复杂化，以至使用来阐明上述关系的解析解失去实际意义。在簡化問題时，通常只考虑最本质的因素，所以問題的簡化程度，系以能使所要阐明的一般定性关系式完全适用为准。显然，此时所获得的关系式，在某种程度上将是近似的。所以，进一步研究的目的是求得准确的结果（当然，系在应用的理論範圍內）。解决这一問題，通常很复杂。除了利用分析方法外，充分利用現代数学机器的潜力是合理的。某些作者认为，由于計算技术的发展，解决工程問題（特别是自动調节及控制系統的分析与綜合問題）的分析方法，在很大程度上已失去意义。我們认为，这种意見有些片面。实践表明，尽管近似分析方法精确度不很高，但却可能定性地正确解决一般形式的問題。因为它能够为采用数学机器进行更深入和更精确的研究指出方向，因此现在它并没有失去自己的意义。

在研究常参数自动調节系統时，一般可分为三个基本理論問題：

- a) 强迫（平穩）运动的研究；
- б) 过渡过程的研究；
- в) 稳定性的研究。

这些研究，其总的目的是：依据某种准确度判据，以保証系統必需的工作准确度。对变参数系統來說，由于下述原因，把理論划分成上述三种問題显然是不适当的。

1) 由于在系統工作过程中，它的参数連續变化，就一般意义（当 $t \rightarrow \infty$ 时）說，系統并不具有稳态运动，且系統永远是非平穩的。

2) 根据同样的原因，系統的“过渡”过程（确切地說是它的自由运动）与其扰动作用的时刻有关。所以在一般情况下，系統于随机时刻可能有无限多种不同过渡过程。从通常意义說，按过渡过程来評价系統的品质，实际上是不可能的。

3) 按常参数系統的提法来研究变参数系統的稳定性的稳定性（即漸

近稳定性), 实际意义不大, 因为实际系统永远是在有限的时间间隔内工作, 而在此时间间隔以外, 系统的参数并未给定。在必要时, 我们可以每次都假定系统是渐近稳定的, 因为在此工作区间之外, 系统的参数总可以这样任意来选择, 以便能保证渐近稳定性。仅由于对变参数系统的研究, 而产生了在有限时间内的稳定性问题。就这问题本身的意义说, 与非线性系统稳定性问题相类似, 当然, 也可作为一个独立问题加以研究。

由此可见, 在研究变参数系统时, 当以某种方式给定输入作用, 而直接求系统的输出过程或者它的某些特性, 是有基本实际意义的。换句话说, 理论的基本问题就是系统传递信号的问题及与此有关的系统特性的确定和应用的问题, 且这些特性最简单, 同时完全建立了系统输入与输出之间的关系。

由于作用在系统上的输入信号 (既包含有用信息又含有噪音干扰), 其一般形式只能按统计方式来描述, 所以应把一般形式的输入信号看成随机信号。但是, 仍然必须讨论系统对给定时间函数信号的传递问题; 而给定的时间函数就是随机输入过程的数学期望。

最后, 要着重指出, 利用接收和变换系统状态与外作用信息的特殊装置, 在给定系统中, 其可变参数能按某种判据自动调谐为最佳值。所以在这种系统里, 参数的可变性是系统本身所具有的根本因素。

这样, 变参数线性系统理论应是自动调节与自动控制系统的分析与综合的理论基础, 而此类自动调节和自动控制系统含有变参数, 且通常作用有随机输入信号。

在本节的最后, 我们来讨论本书中将要利用的几个基本概念。正如已指出的那样, 系统输入信号的一般形式为随机时间过程, 其本身系随机时间函数, 即实变量 t 的函数。随机函数可定义为: 当给定每一个自变量时, 函数的数值是一个随机量。随机函数最完整的特性是它对任何数值的 n 维分布规律, 但在应用时,

利用多維分布規律常常引起严重的困难，且过分复杂。所以，一般在計算中要引入一些簡化假定，从而可利用比較簡單的随机函数特性。

以后，我們將认为，数学期望及相关函数足以用来描述系統的随机輸入与輸出信号，而这意味着随机函数的多維分布規律是正态的。

正如已指出的那样，作用于物理系統中的信号通常都是非平稳的。非平稳过程的特征是它的数学期望及相关函数与時間有关。从实践观点来看，这意味着实现的集合形式的过程的統計处理結果与选择实现值的时刻有关。但对于很多实际情况來說，所指的关系是十分微弱的，以致于可以认为过程是平稳的。从广义角度看〔14〕，这样的随机時間函数称为平稳的过程，即它的数学期望为常数，而相关函数只取决于自变量的差值。这些条件仅仅在下述情况下才能准确地滿足，即过程有无限长的持續時間，也就是在整个時間軸上（从 $-\infty$ 到 $+\infty$ ）过程都存在。由此可見，在实际系統里，信号不可能是精确平稳的，这是因为实际系統都是在有限時間內进行工作的。

最后这种情况要求更明确地說明另一个概念——系統的稳定性。系統的稳定性是用它的自由运动（即在不为零值的初始偏差作用下，輸出信号随時間的变化）来表征的。如果由系統自由运动所表征的曲綫随時間衰减，則系統为渐近稳定。此时衰减的區間不受限制，只要运动在 $t \rightarrow \infty$ 时停止下来即可。这样，渐近稳定性的概念要求考察无限长持續時間的过程，而这在实际系統里是不存在的。然而在研究常参数系統时，渐近稳定性却有着根本的意义，因为它可确定有限時間間隔內的稳定性，其原因是常参数系統的自由运动特性不取决于系統受扰动的时刻。对变参数系統來說，由于上述理由，渐近稳定性在一般情况下实际意义不大，因为在給定的時間間隔內不可能单值地确定它的行为。只是对于周期时变参数类型的系統，渐近稳定性才有一定实际意义。

但是在某些特殊条件下，与常参数系统相类似，也可能表述出变参数系统的稳定性判据及自由运动（过渡过程）品质的判据，同时也可能很有成效地用来解决实际問題。例如，对慢变化参数的系统，这些概念可以从它们的研究方法本身得出。

最后要指出，以后我們并不討論利用李亚普諾夫函数来研究动态系统的方法，这主要是由本书所选择的問題的思路所决定的。

§2 变参数线性系统

动态系统的运动可用系数随时间变化的线性微分方程组加以描述，这种动态系统称为变参数线性系统。

下面我們將討論有一个輸入及一个輸出的所謂单維系統。此系统的运动可用下列变系数微分方程描述：

$$\begin{aligned} a_n(t) \frac{d^n x_{\text{BIX}}}{dt^n} + \dots + a_1(t) \frac{dx_{\text{BIX}}}{dt} + a_0(t) x_{\text{BIX}} \\ = b_m(t) \frac{d^m x_{\text{BX}}}{dt^m} + \dots + b_1(t) \frac{dx_{\text{BX}}}{dt} + b_0(t) x_{\text{BX}}, \end{aligned} \quad (0.1)$$

它的初始条件为：

$$\left. \frac{d^v x_{\text{BIX}}}{dt^v} \right|_{t=0} = x_{\text{BIV}}, \quad v = 0, 1, \dots, (n-1). \quad (0.2)$$

討論单維系統并不妨碍結論的普遍性，但这样却使它变得比較簡單。系統的輸入信号 $x_{\text{BX}}(t)$ 是某种用一定方式表征的时间函数，并有不同的物理特性（电压，机械偏离及力等）。系統的輸出信号 $x_{\text{BIX}}(t)$ 是一个应予以确定的未知时间函数。它同样也可以有不同的物理特性。系数 $a_i(t)$ 与 $b_j(t)$ 表征系统的参数，且系給定的时间函数。常参数系统是变参数系统的特殊情况，此时系数 $a_i(t)$ 及 $b_j(t)$ 是常数。

在适当的条件下，某一个具体的非线性系统的研究可归结为变参数线性系统的研究。当未知的輸出量对給定运动偏离較小时，非线性系统线性化是研究系统运动的熟知方法。当系統的參

数与输出信号有关时，采用逐次近似法较有成效。对变参数自动控制系统的研究，不仅在参数的变化是确定过程本质的根本因素时是必要的，而且在要求阐明在系统工作过程中由于参数的变化而引起附加效应时，同样也是必要的。我们用几个例子来阐明下列几个问题的特性，这些问题要求研究考虑参数随时间变化的系统。

1. 往鼓轮上缠绕导线或金属带的速度调节系统 在多数情况下，当往鼓轮上缠绕导线或带子时，都要求保持缠绕的速度为常值或按一定的程序变化。现在来讨论如图 0.1 所示的简化系统线路。系统方程为

$$J(t) \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{AB}},$$

$$M_{\text{AB}} = k_M i,$$

$$u_M = -k_Y(u_T - u_0),$$

$$u_T = k_T \omega,$$

$$i = \frac{u_M - k_e \omega}{R_A},$$

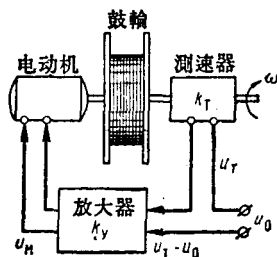


图 0.1

式中 $J(t)$ ——运动部分的惯性矩，它随着往鼓轮上所缠绕的导线的增多，亦即随时间的增加而增大； ω ——电动机轴的角速度（输出信号）； M_{AB} ——电动机转矩力矩； i ——电动机电枢电流； k_M 、 k_e 、 R_A 、 k_Y 、 k_T ——电动机、放大器、测速发电机的参数， u_0 ——确定转速的输入信号。消去中间变量，可得下列联系输出与输入信号的微分方程式：

$$J(t) \frac{d\omega}{dt} + \left[\frac{k_M(k_Y k_T + k_e)}{R_A} \right] \omega = \frac{k_M k_Y}{R_A} u_0. \quad (0.3)$$

显然，方程式有随时间变化的系数 $J(t)$ ，因而它描述了变参数系统。

2. 同步检波器 检波的任务在于从被调制的高频振荡信号中分出由它所携带的低频信号。我们来考察图 0.2 上的线路。在

$L_a \cdot \alpha$ ——气动升力; D ——迎面阻力; S ——发动机推力; β ——发动机安装角; α ——冲角; θ ——速度向量对水平面的倾斜角; φ ——俯仰角; v ——火箭速度。为了简单起见, 将火箭质量 m 、重力加速度 g 、升力系数 L_a 、迎面阻力 D 、发动机推力 S 都取为常值。

此时运动在轨迹的切线及垂线上的投影方程将为:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} &= S \cos(\alpha - \beta) - mg \sin \theta - D, \\ m v \frac{d\theta}{dt} &= S \sin(\alpha - \beta) - mg \cos \theta + L_a \cdot \alpha, \\ \alpha &= \varphi - \theta. \end{aligned} \right\}$$

在确定的初始条件并已知函数 $\varphi = \varphi_0(t)$ 、 $\beta = \beta_0(t)$ 的情况下, 上述方程相对于 v 、 α 和 θ 的解就单值地描述了火箭质量中心的轨迹, 这可用下列基准弹道关系式来描述:

$$v = v_0(t), \quad \theta = \theta_0(t), \quad \alpha = \alpha_0(t).$$

如果运动参数 φ 、 β 、 v 、 θ 及 α 偏离其本身的基准值很小, 则火箭运动的非线性方程可以线性化。

对这些变数取变分, 可得:

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d\Delta v}{dt} &= S \sin[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] \Delta \varphi + S \sin[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] \Delta \beta \\ &\quad + \{ S \sin[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] - mg \cos \theta_0(t) \} \Delta \theta, \\ m v_0(t) \frac{d\Delta \theta}{dt} &+ \{ S \cos[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] + L_a \\ &\quad - mg \sin \theta_0(t) \} \Delta \theta = \{ S \cos[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] + L_a \} \Delta \varphi \\ &\quad - S \cos[\alpha_0(t) - \beta_0(t)] \Delta \beta - m \frac{d\theta_0(t)}{dt} \Delta v, \end{aligned} \right\}, \quad (0.4)$$

式中 Δv 、 $\Delta \theta$ 、 $\Delta \varphi$ 及 $\Delta \beta$ 是火箭运动参数对基准值 v_0 、 θ_0 、 φ_0 及 β_0 的偏离, 并且把偏差 Δv 及 $\Delta \theta$ 看作系统的输出信号, 而 $\Delta \varphi$ 及 $\Delta \beta$ 看作输入信号。

所得的小偏差方程 (0.4) 是线性的。而且, 尽管我们曾假

定火箭质量、发动机推力、重力加速度、迎面阻力、升力系数都是常值，但 (0.4) 式仍含有随时间变化的参数。如考虑到这些参数的变化特性，则只是加剧了方程 (0.4) 系数的可变性，而不会使问题发生本质上的变化。这样，所讨论的例子说明了弹道式火箭的运动可作为变参数线性系统的运动来研究。

4. 具有可变通频带的滤波器 [21] 众所周知，噪音的最佳滤波可通过适当选择滤波器的通频带来加以保证。如果噪音和有用信号的统计特性在传递过程中是变化的，则采取对滤波器进行连续调谐仍可保持最佳滤波特性。

考察如图 0.4 a 上所示的低频滤波器结构图。对此结构图可用下面的方程正确表示：

$$T^2 \frac{d^2 x_{\text{вых}}}{dt^2} + 2\xi T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = x_{\text{вх}} \quad (0.5)$$

对应的传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

对不同 T 值的幅频特性如图 0.4 b 所示的形状。

显然，滤波器的通频带随参数 T 的增加而变窄，反之亦然。所以，在工作过程中，改变数值 T 就可以实现滤波器的连续调谐。

这样，滤波器动态特性的研究可归结为对变参数线性系统的研究，系统的运动则可用方程 (0.5) 来描述。所举的这些例子非常清楚地说明了变参数线性系统理论可应用的范围。而在某些情

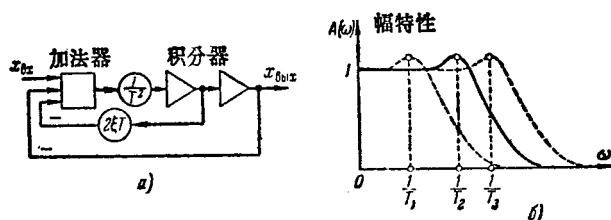


图 0.4

况下，参数的变化根本不能忽略，否則将破坏所研究問題（同步檢波器，变頻带的滤波器）本身的物理基础；而在其它場合，变参数在某些条件下可近似地用常值来代替，并根据变参数系統理論对所作的近似进行鉴定。換句話說，在系統参数随時間变化的各种情况下，用变参数系統理論来研究它，可以对其工作的各个方面作出全面的評價。后面将闡述这些方法。