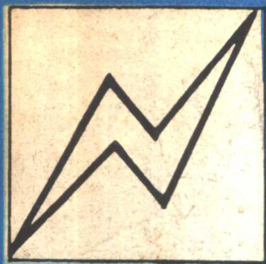
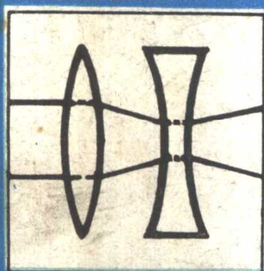
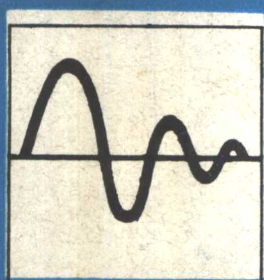
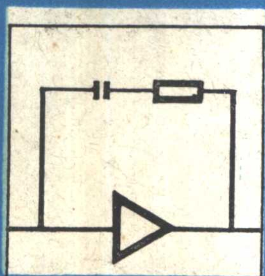
高等学校试用教材









自适应控制系统

清华大学　韩曾晋　编

机　械　工　业　出　版　社

高等学校试用教材

自适应控制系统

清华大学 韩曾晋 编

机械工业出版社

自适应控制系统

清华大学　韩曾晋　编

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行・新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092\ ^{1}/_{16}$・印张 $14^{3}/_{4}$・字数 359 千字

1983 年 6 月北京第一版・1983 年 6 月北京第一次印刷

印数 00,001—13,700・定价 1.60 元

*

统一书号：15033・5435

前　言

本书是根据1978年4月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会精神和同年12月在合肥召开工业电气自动化专业会议制订“自适应控制系统”教材大纲编写的。“自适应控制系统”是工业自动化专业高年级学生的一门选修课。本书除可作为该课的教材或教学参考书外，还可作为自动化专业研究生和有关工程技术人员的自学参考书。

本书的主要内容是讨论自适应控制系统的构成原理和分析设计问题。引言介绍了全书的概貌；第一章为预备知识；第二章为系统的参数估计和状态估计；第三、四章介绍随机自适应控制系统；第五章介绍参考模型自适应控制系统。在阅读本书前，读者应当具备自动控制理论（主要是线性系统理论）和概率论方面的基本知识。按照编者的体会，作为工科大学生的选修课，选讲本书中的部分内容就足够了。例如：安排60学时左右的讲课，可讲引言、第一、二、三章，再选讲第四、五章中的较基本的内容。如果安排40～45学时的讲课，可讲引言和前三章。研究生可阅读全书并参考所引文献。目录中凡注有 * 号的章节，不属于最基本的内容，初学时，可以先跳过它。

本书在完成初稿后，于1981年7月在广东肇庆召开了审稿会，由南京工学院徐南荣同志主审，参加审稿会的单位有：天津大学、山东工学院、华南工学院、重庆大学、同济大学、合肥工业大学、清华大学、一机部教编室等。与会同志对本书的初稿提出了许多宝贵意见，编者谨在此表示深切的感谢！

自适应控制是综合运用现代控制理论的一门新兴技术，目前正处在发展阶段，由于编者的学识和经验有限，本书一定存在不少的缺点和错误，编者殷切期望得到专家和读者们的批评和指正。

目　　录

引　言

作为引言，将阐明以下三个问题：

一、什么是自适应控制；

二、两类重要的自适应控制系统；

三、自适应控制的应用概况。

§0-1　什么是自适应控制

自适应控制的研究对象是具有不确定性的系统，这里所谓"不确定性"是指描述被控对象及其环境的数学模型不是完全确定的，其中包含一些未知因素和随机因素。

任何一个实际系统都具有不同程度的不确定性，这些不确定性有时表现在系统内部，有时表现在系统外部。从系统内部来讲，描述被控对象动态过程的数学模型的结构和参数设计者事先并不一定能确切知道。作为外部环境对系统的影响，可以等效地用许多扰动来表示。这些扰动通常是不可测的，它们可能是确定性的（如常值负载扰动），也可能是随机性的（如海浪和阵风扰动）。此外，还有一些量测的噪声从不同的测量反馈回路进入系统。这些扰动和噪声的统计特性常常是未知的，面对这些客观存在的各式各样的不确定性，如何综合适当的控制作用，使得某一指定的性能指标达到并保持最优或近似最优，这就是自适应控制所要研究解决的问题。

为了进一步说明自适应控制问题与确定性最优控制问题、随机最优控制问题等等的差别，下面举一个线性、离散时间系统的例子。设被控对象的状态方程和量测方程分别由下式表达：

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{\Phi}(\theta,\ k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{\Gamma}(\theta,\ k)\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{w}(k) \tag{0-1}$$

$$\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{H}(\theta,\ k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}(k) \tag{0-2}$$

式中　k——离散时间，k 取整数；

θ——s 维未知参数向量；

$\boldsymbol{u}(k)$——m 维控制向量；

$\boldsymbol{y}(k)$——r 维输出向量；

$\boldsymbol{x}(k)$——n 维状态向量。

$\boldsymbol{\Phi}(\theta,\ k)$，$\boldsymbol{\Gamma}(\theta,\ k)$，$\boldsymbol{H}(\theta,\ k)$ 分别为 $n\times n$，$n\times m$，$r\times n$ 矩阵。$\{\boldsymbol{w}(k)\}$，$\{\boldsymbol{v}(k)\}$ 分别为 n 维和 r 维的随机扰动和量测噪声，被控对象的结构可用图 0-1 表示。

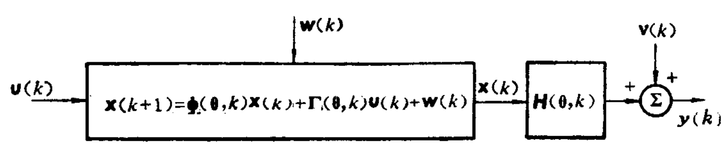


图0-1　被控对象的结构图

一、确定性最优控制问题

这是一种最简单的情况，它相当于：

（1）矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(\theta, k)$，$\boldsymbol{\Gamma}(\theta, k)$，$\boldsymbol{H}(\theta, k)$ 中的参数向量 θ 是已知的，即矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$，$\boldsymbol{\Gamma}$，$\boldsymbol{H}$ 是已知的。

（2）$\{\boldsymbol{w}(k)\}$，$\{\boldsymbol{v}(k)\}$是时间 k 的确定性函数，另外系统的初始状态也认为是已知的，通常是：

$$\boldsymbol{w}(k) = \text{常向量},\ \boldsymbol{v}(k) = 0,\ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 = \text{已知常向量}$$

所以确定性最优控制问题的提法是：在已知对象模型和环境模型条件下，综合一个控制序列 $\boldsymbol{u}(0)$，$\boldsymbol{u}(1)$，…，$\boldsymbol{u}(N-1)$，使得某一指定的性能指标函数 J 达到最小。

$$J = \sum_{k=0}^{N} C[\boldsymbol{x}(k),\ \boldsymbol{u}(k),\ k] = \text{最小} \tag{0-3}$$

其中 $C[\boldsymbol{x}(k),\ \boldsymbol{u}(k),\ k]$表示第 k 阶段的代价，整个控制过程共分N段，J 表示整个控制过程的总代价，即系统的性能指标。C、J 都是状态变量、控制变量和时间等的标量函数。

二、随机最优控制问题

这种情况要比确定性最优控制问题复杂一些，它所对应的条件是：

（1）矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(\theta, k)$，$\boldsymbol{\Gamma}(\theta, k)$，$\boldsymbol{H}(\theta, k)$ 中参数向量 θ 是已知的，即矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$、$\boldsymbol{\Gamma}$、$\boldsymbol{H}$是已知的。

（2）扰动$\{\boldsymbol{w}(k)\}$和噪声$\{\boldsymbol{v}(k)\}$是随机序列，但假定它们的统计特性是已知的。另外，系统的初始状态 $\boldsymbol{x}(0)$是一个随机向量，其统计特性也认为是已知的。

随机最优控制问题的提法是：在对象和环境的数学模型以及性能指标都已给定的条件下，要求综合一个控制序列 $\boldsymbol{u}(0)$，$\boldsymbol{u}(1)$，…，$\boldsymbol{u}(N-1)$，使得总代价的数学期望达到最小，即：

$$J = E\left\{\sum_{k=0}^{N} C[\boldsymbol{x}(k),\ \boldsymbol{u}(k),\ k]\right\} = \text{最小}$$

由于此时，C是一个随机变量，所以用C的概率平均值来计算和比较性能指标的大小才有意义。

三、自适应控制问题

这是一种最复杂的情况，其所对应的条件为：

（1）矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(\theta, k)$，$\boldsymbol{\Gamma}(\theta, k)$，$\boldsymbol{H}(\theta, k)$ 中的参数向量 θ 是未知的（即矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$，$\boldsymbol{\Gamma}$，$\boldsymbol{H}$中有些元未知）。

（2）$\{\boldsymbol{w}(k)\}$，$\{\boldsymbol{v}(k)\}$是随机序列，它们的统计特性是未知的；此外，系统的初始状态 $\boldsymbol{x}(0)$ 是一个随机向量，其统计特性也是未知的。假定 $\{\boldsymbol{w}(k)\}$，$\{\boldsymbol{v}(k)\}$，$\boldsymbol{x}(0)$ 都是正态分布；$\{\boldsymbol{w}(k)\}$，$\{\boldsymbol{v}(k)\}$都是零均值，其协方差阵分别为 $\boldsymbol{R}_1$，$\boldsymbol{R}_2$；$\boldsymbol{x}(0)$ 的均值为 $\bar{\boldsymbol{x}}_0$，协方差阵为 $\boldsymbol{P}_0$；则对确定性最优控制而言，相当于：$\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0 = \text{已知}$，$\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{P}_0 = \boldsymbol{0}$。对随机最优控制而言，相当于 $\boldsymbol{x}(0) = \bar{\boldsymbol{x}}_0 = \text{已知}$，$\boldsymbol{R}_1$，$\boldsymbol{R}_2$，$\boldsymbol{P}_0$ 已知。而对自适应控制而言，则 $\bar{\boldsymbol{x}}_0$，$\boldsymbol{R}_1$，$\boldsymbol{R}_2$，$\boldsymbol{P}_0$ 可能部分未知或者全部未知。

因此，自适应控制问题的提法可归结为：在对象和环境的数学模型不完全确定的条件下，设计控制序列 $\boldsymbol{u}(0)$，$\boldsymbol{u}(1)$，…，$\boldsymbol{u}(N-1)$，使得指定的性能指标尽可能地接近和保持最优。

对于自适应控制系统来说，可能还存在两种不同的情况。一种情况是，系统本身的数学模型是不确定的，例如模型的参数未知，但系统基本工作在确定性的环境之下，这类系统称为确定性自适应控制系统；另一种情况是，不仅被控对象的数学模型是不确定的，而且系统还工作在随机环境之下，这类系统称为随机自适应控制系统。当随机扰动和量测噪声都比较小时，对于参数未知的对象的控制可以近似地按确定性自适应控制问题来处理。

通过以上的分析，我们可以初步了解最优控制问题与自适应控制问题在提法上的一些差别。其中最主要的一点是：对于最优控制问题来说，一般都认为被控对象的数学模型已知，即在模型已知的条件下设计最优控制律；但对自适应控制问题来说，由于对象的数学模型事先未知，不能直接应用最优控制的方法来设计系统，而需要寻求新的设计方法。

什么是自适应控制的设计方法？它与常规控制或者最优控制相比较有何异同？简单地说，与常规反馈控制系统和最优控制系统一样，自适应控制系统中的控制作用，也是基于一定的数学模型和一定的性能指标综合出来的。所不同的是：自适应控制所依据的数学模型由于先验知识较少，需要在系统的运行过程中去提取有关模型的信息，使模型逐渐完善，具体地说，可以根据对象的输入输出数据，不断地辨识模型的结构和参数，这个过程称为系统的在线辨识。随着生产过程的不断进行，通过在线辨识，模型会变得愈来愈准确，愈来愈接近于实际。既然模型在不断地改进，显然，基于这种模型综合出来的控制作用也将随之不断改进，在这个意义下，控制系统具有一定的适应能力。譬如说，当系统在设计时，由于对象特性的初始信息比较缺乏，系统在开始投入运行时可能性能不理想，但是只要经过一段运行，通过在线辨识和控制以后，控制系统可以逐渐适应，最终将自身调整到一个满意的工作状态，并使系统的性能指标渐近地趋于最优。再比如某些被控对象，其特性可能在运行过程中要发生较大的变化，但是通过在线辨识和控制，系统也能逐渐适应。由此可见，通过辨识（包括对系统的结构、参数、性能指标等的辨识）而获得的自适应能力是自适应控制系统的主要特点。

当然，常规反馈控制系统，对于系统内部特性的变化和外部扰动的影响都具有一定的抑制能力，但是常规反馈控制系统不具备上述“自适应”能力，因此，当系统内部特性或外部扰动的变化幅度很大时，系统的性能指标不仅不可能保持最优，而且常常要大幅度下降，甚至会引起系统的不稳定。

由此可见，对于那些对象特性或扰动特性变化范围很大，同时又要求经常保持高性能指标的一类控制系统采用自适应控制方法是很有效的。

最后应当指出，自适应控制系统比常规反馈控制系统要复杂得多，因此成本也高得多，而且常常还需要借助于计算机才能够实现，所以在设计控制系统时，从满足系统的性能指标的要求出发，如果采用常规反馈控制能够达到目的，就应当优先考虑常规反馈控制的方案，这是系统设计的基本原则。自适应控制方案只是在常规反馈控制达不到期望的性能指标时才考虑采用的。

§0-2 两类重要的自适应控制系统

自从五十年代末期由美国麻省理工学院提出第一个自适应控制系统以来，先后出现过许多形式完全不同的自适应控制系统，但是，发展到现阶段，无论从理论研究和实际应用的角

度来看，比较成熟的自适应控制系统有以下两大类，本书只讨论这两类较完善的系统。

一、参考模型自适应控制系统

参考模型自适应控制系统由以下几部分组成，即：参考模型、被控对象、常规反馈控制器和自适应控制回路（自适应律），系统的结构图如图 0-2 所示。

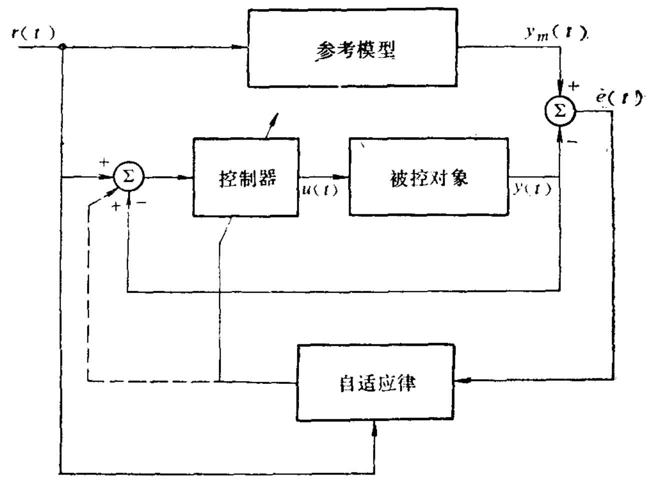


图0-2　参考模型自适应控制系统的结构图

从图 0-2 可以看出，该类自适应控制系统实际是在原来的反馈控制系统的基础上再附加一个参考模型和一个控制器参数的自动调节回路，其中参考模型的输出响应 $y_m(t)$ 直接表示系统希望的动态响应，所以参考模型相当于输出响应的一个样板，这种用模型输出来直接表达对系统的性能要求，对于某些生产机械的控制系统，例如某些电力拖动系统，往往是很直观很方便的。

控制器参数的自适应调整过程是这样的：当参考输入 $r(t)$ 同时加到系统和模型的入口时，由于对象的初始参数不确定（事先未知），控制器的初始参数不可能整定得很好，因此一开始系统的输出响应 $y(t)$ 与模型的输出响应 $y_m(t)$ 是不会完全一致的，结果产生偏差信号 $e(t)$，当信号 $e(t)$ 进入自适应调整回路后，经过由自适应律所决定的运算，产生适当的调整作用，直接改变控制器的参数，如果直接改变控制器的参数不方便，也可产生等效的附加控制作用，如图 0-2 中虚线所示。从而使系统的输出 $y(t)$ 逐步与模型输出 $y_m(t)$ 接近，直到 $y(t)=y_m(t)$，当偏差信号 $e(t)=0$ 后，自适应调整过程就自动停止，控制器参数也就自动整定完毕。

由此可见，尽管系统初始参数未知，但通过对参考模型输出 $y_m(t)$ 和对象输出 $y(t)$ 的量测和比较以及相应的控制器参数的自适应调整，系统初始参数不确定对系统运行性能的影响将逐步被减小。经过一段运行，系统对参考输入的动态响应最终将自动地调整到与希望的动态响应相一致，这就是参考模型自适应控制的基本工作原理。当对象特性在运行中发生变化时，控制器参数的自适应调整过程与上述过程完全一样。

设计这类自适应控制系统的核心问题是如何综合自适应律，关于自适应律的设计目前存在两类不同的方法。其中一种称为参数最优化的方法，即利用最优化技术搜索到一组控制器的参数，使得某个预定的性能指标（例如 $J=\int e^2(t)dt$）达到最小。自适应律的另一种设计方法是基于稳定理论的设计方法，其基本思想是保证控制器参数的自适应调整过程是稳定的，然后再使这个调整过程尽可能收敛得快一些，由于自适应控制系统一般都是本质非线性的，因此，这种自适应律的设计自然要采用适用于非线性系统的稳定理论，李雅普诺夫稳定理论和波波夫的超稳定理论都是设计自适应控制系统的有效工具。保证系统稳定是系统设计最基本的要求，所以基于稳定理论的设计方法，近年来已引起了广泛的注意。

本书的第五章将对参考模型自适应控制系统的分析和设计方法进行较系统的介绍，特别

是对于应用李雅普诺夫稳定理论设计参考模型自适应控制系统的方法将进行详细的介绍。

二、具有被控对象数学模型在线辨识的自适应控制系统

这类自适应控制系统的一个主要特点是具有被控对象数学模型的在线辨识环节，根据系统的运行数据，首先对被控对象进行在线辨识，然后再根据辨识得来的模型参数和事先指定的性能指标，在线地综合控制作用。通常这类系统在设计辨识算法和控制算法时，考虑了随机扰动和量测噪声的影响，所以应该属于随机自适应控制系统这一类。这类系统的结构可以用图 0-3 来表示。图中 $r(k)$ 为参考输入，$w(k)$、$v(k)$ 分别为随机扰动和量测噪声，$\hat{\theta}(k)$,$\hat{x}(k)$ 分别表示对象的参数估计和状态估计。$y(k)$ 为对象的观测输出，$u(k)$为输入控制作用。

自适应控制系统由被控对象、辨识器和控制器等三部分组成。辨识器根据一定的估计算法，在线地计算被控对象未知参数θ和未知状态 $x(k)$的估值 $\hat{\theta}(k)$，$\hat{x}(k)$。控制器再利用估值 $\hat{\theta}(k)$,$\hat{x}(k)$以及事先指定的性能指标，综合最优控制作用 $u(k)$，这样，经过不断的辨识和控制，系统的性能指标将渐近地趋于最优。这是由于在这类自适应控制系统中，被控对象的初始不确定性可以通过对对象参数和状态的在线估计而逐步得到减小，如果对象的参数估计$\hat{\theta}(k)$ 和状态估计 $\hat{x}(k)$ 都是收敛的，而且最后都渐近地收敛到它们各自的真值，那么，最后的自适应控制也将收敛到其最优控制（对象参数已知时的最优控制）。

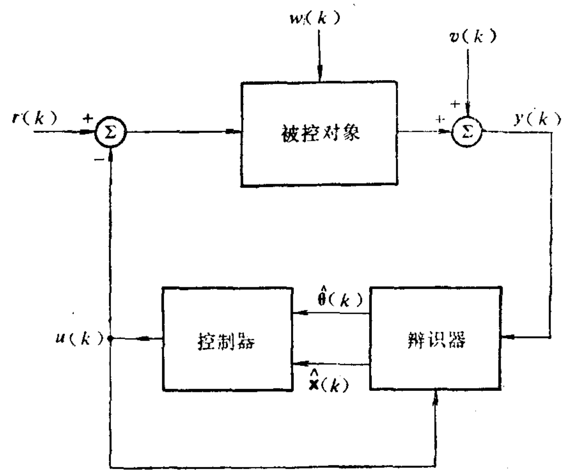


图0-3 具有在线辨识的自适应控制系统

图 0-3 中的辨识器和控制器实质都是一些递推计算公式，要实时地完成所需的递推运算必须采用数字计算机，因此，这类随机自适应控制系统实际上是一类计算机控制系统。设计这类自适应控制系统的理论基础，是估计理论和随机最优控制理论。本书的第二章将对参数估计和状态估计的有关理论和算法进行详细的介绍。至于随机最优控制问题，目前广泛采用两类不同的数学模型来进行分析和设计，在工业过程控制领域内，应用得比较多的是普通的输入输出模型，例如象最小方差控制、自校正调节器等等这些实践已经证明是行之有效的控制方法，都是采用输入输出模型来进行分析和设计的。本书的第三章将集中讨论如何应用输入输出模型，对某些随机控制系统和随机自适应控制系统进行分析和设计。

状态空间模型是现代控制理论中经常用到的系统描述方法。它在宇航技术，工业控制，系统工程等各个方面都获得了成功的应用。本书的第四章将着重讨论如何应用状态空间模型和动态规划法（一种最优化的计算方法）来设计一些较复杂的随机控制系统和随机自适应控制系统。

由于随机控制与随机自适应控制关系十分密切，如果对象和环境的模型已知时，系统的控制问题属于随机控制问题的话，那么，当模型参数未知时的控制问题，就转化成为随机自适应控制问题了。从以后的分析(第四章)读者将会看到随机自适应控制实际上是非线性随机最优控制的一种近似解法。因此，从教学上考虑，编者认为，将这两类控制问题合在一起，

按所采用数学模型的不同形式分两章来讲授，也许比较方便。

上述两类自适应控制系统的共同特点是：控制器的参数随着对象特性的变化和环境的改变将不断地进行调整，因而控制器具有一定的“自适应”能力。但是，控制器参数调整方法两类系统各不相同，第一类系统控制器的参数调整是基于参考模型输出与系统实际输出的偏差，而第二类系统控制器的参数调整则基于对象的参数辨识。另外，两类系统设计思想也不一样，第一类系统是从保证系统稳定的角度来设计自适应律，而第二类系统决定控制律的依据是某一性能指标的最优化，不过从近几年的发展趋势来看，两种设计方法也在互相影响，互相补充。

最后应当指出，上面介绍的两类自适应控制系统只是目前已经出现的为数众多的自适应控制系统中的一部分，不过是近十余年来国际国内比较重视，研究得也比较充分的一部分。我们选择这类系统为代表的另一个原因是因为这些系统已获得了实际应用。

§0-3　自适应控制的应用概况

早在五十年代末期，由于飞行控制的需要，美国麻省理工学院（MIT）的怀特克（Whitaker）教授首先提出了参考模型自适应控制方法，并且企图用它来解决飞行器的自动驾驶仪的问题。限于当时计算机技术和控制理论的发展水平，这些新的控制思想，没有得到应有的普及和推广。尔后，经过二十余年的努力，自适应控制理论和系统的设计方法都有了一定的进展，特别是由于近十余年来计算机技术的飞速发展，微型计算机和微处理机的广泛普及，自适应控制的应用这个课题又重新引起控制工程师们很大的兴趣，七十年代以来，自适应控制不仅在工程应用方面取得了较大的进步，出现了一批成功应用的实例，在非工程领域，如：社会、经济、管理、生物、医学等方面也进行了一些新的探索。下面仅对近十年来自适应控制在工程应用的几个方面，作一概略的介绍。

如前所述，飞行器的控制是较早应用自适应控制技术的领域，这是由于飞机的动态特性决定于许多环境参数和结构参数，例如与动态气压、高度、质量、机翼角、阻尼板位置等等参数都有关。在不同的环境下，这些参数可能在相当大的范围内变化，因此，要想在不同的飞行条件下都能获得高性能指标往往是很困难的。传统的解决办法是根据不同的环境条件，按事先安排好的程序，切换控制器的增益以适应不同的环境，为了确定当时的环境条件，需要量测所有影响飞机动态特性的参数，这种办法既不经济，也不现实，实践中只能测量几个主要参数，例如只量测动态气压和高度，因此控制性能不可能很理想。对于飞机这种工作环境复杂、参数变化幅度大的被控对象，采用自适应控制方案当然是十分合理的。因为采用自适应控制以后，不仅常规控制系统中使用的复杂的传感器可以大大节省，而且在不同飞行条件下的控制性能也能得到改善。文献〔6〕提出了一种数字自适应控制系统，通过混合数字仿真试验，证实了采用自适应控制的优越性。

大型油轮的自动驾驶仪是成功应用随机自适应控制的另一个例子。文献〔7〕提出了一种自适应自动驾驶仪，用它取代了原有的PID调节器，实践证明应用了自适应驾驶仪后，在变化的复杂随机环境下，例如在海浪、潮流、阵风等的扰动下，以及在不同的气候条件、不同的负荷、不同的航速下，油轮都能适应，并且能够经济地和稳定可靠地工作。

在工业过程控制方面，由于原材料的成分不稳定（其成分是随机波动的），或者由于改

换产品品种，或者由于设备磨损，这些因素都要使生产的工艺参数发生变化，从而使产品质量不稳定，常规的PID调节器不能很好地适应工艺参数的变化，需要经常进行调整，当采用自校正调节器后，由于调节器参数可以随环境和特性的变化而自动整定，所以对于各种不同的运行条件，调节器都能很好地工作，并且使被控过程输出对其设定值的方差达到最小，这样产品的质量就比较稳定，同时也能节省原材料的消耗（第三章），另外，由于自校正调节器的算法简单，通常用微型计算机就可以实现，因此，最近几年在工业过程控制的许多领域，例如：造纸机的基重控制，湿度控制；水泥的配料控制；蒸煮器和热交换器的温度控制等等方面，应用自校正调节器都取得了一定的成功[8]。

在电力拖动领域，近年来成功地应用了参考模型自适应控制技术，由可控硅变流器供电的直流调速和交流调速系统，在采用了自适应的电流调节器和速度调节器后，可以保证当系统参数，例如：惯量、时间常数、放大倍数等等在大范围内变化，甚至当系统结构也发生变化时；直流调速系统中当主回路的电流由连续变到断续时；整流器-电动机系统的开环传递函数由二阶变为一阶，而且增益和时间常数的变化幅度可能达到数十倍时；即使对象的结构和参数发生如此巨大的变化，但通过自适应，调速系统的动态响应仍旧可以保持与希望的响应（参考模型的输出）相接近[10]，从而为设计高性能的调速系统提供了一条重要途径。在高精度的随动系统中，例如卫星跟踪望远镜的高精度随动系统，由于采用了参考模型自适应控制技术，自动补偿了系统在低速和超低速运行时，系统惯量的变化，增益的变化，以及摩擦负载的非线性特性的变化，从而大幅度地提高了系统的稳态和动态跟踪精度[11]，[14]。

以上介绍的只是近年来自适应控制在工程应用方面的几个实例。更全面的应用情况读者可以参阅文献〔14〕。即便仅从以上几个方面的应用经验，已充分肯定了自适应控制的必要性，因为利用这种控制技术的确能够解决一些常规反馈控制所不能解决的复杂的控制课题。从另一方面看，微型计算机和微处理机的价格日益下降，这也为自适应控制技术的具体实现提供了比较有利的物质基础。因此，可以预料，自适应控制技术的应用在今后还会有更大的发展。

在非工程应用方面，如何应用自适应控制方法来研究具有不确定性的高维数的大系统，这是一个值得注意的新动向。另外，应用对偶控制（一种较复杂的随机自适应控制算法，详见本书的第四章）研究随机资源分配问题、研究宏观经济系统的随机最优化问题，近年来也引起了人们的注意[12]，[13]。

自适应控制系统的进一步的发展将走向所谓“自学习”系统和“智能控制”系统。这类系统除具有前述一般的自适应功能外，还应当拥有：大型记忆、模式识别、以及各式各样带有智能性的高级决策功能。这类系统能够记住系统过去的经验和教训，识别曾经发生过的情况，并且能够基于过去的经验来逐步改进其自适应动作。设计这类系统所采用的方法除解析方法外，更重要的是模拟人类行为的方法。所以研究这类系统，除需要控制理论的知识外，还需要大量其他方面的专业知识，这将大大超出本书讨论范围。另外，无论是理论研究还是实际应用，这类系统目前都还处在探索阶段。因此，本书就不详细讨论了。

参 考 文 献

〔1〕 George. E. Saridis;
Self-organizing control of stochastic systems. Control and systems theory volume 4, 1977.

〔2〕 Tsypkin. Ya. Z.

Adaptation and Learning in Automatic systems mathematics in science and engineecring, 1971.

〔3〕 K. S. Fu;

Learning Control Systems-Review and outlook. IEEE AC-15. 1970. №2.

〔4〕 K. S. Fu;

Learning control systems and intelligent control systems; an intersection of artificial intelligence and automatic control. IEEE AC-16. 1971. №1.

〔5〕 G. E. Saridis;

Toward the realization of intelligent controls. PIEEE 1979. August.

〔6〕 U. Hartmanu and V. Krebs.

Command and Stability systems for aircraft;

A new digital adaptive approach. Automatica. 1980. vol 16. №2.

〔7〕 C. G. Källastrom. K. J. Åstrom 等;

Adaptive autopilots for Tankers Automatica. 1979. vol 15. №3.

〔8〕 K. J. Astrom 等;

Theory and applications of self-turning regulators Automatica 1977 №5.

〔9〕 Laozlo Keviczky 等;

Self-Tuning adpative control of cement raw material blending Auromatica 1978. №6.

〔10〕 B. Courtial;

"Applying model reference adaptive technique for the control of electromechanical systems" proc. of the 5th IFAC Conrgress. Boston. 1975.

〔11〕 J. W. Gilbart and G. C. Winston.

Adaptive compensation for a optical tracking telescope. Automatica. 1974.

〔12〕 Bar-Shalom and E. Tse.

Control and dynamic systems; advances in theory and applications vol 12. Academic press.

〔13〕 Y. Bar-Shalom and K. D. Wall.

Dual adaptive control and uncertaninty effects in Macroeconomic systems optimization. Automatica. 1980. vol 16. №2.

〔14〕 Applications of adaptive control. 1980.

ed. by Narandra. and Molopoli.

〔15〕 Bar-Shalom;

Applicability of adaptive control to real problem——Trends and opinions Automatica 1978. vol 14. №4.

第一章　预 备 知 识

本章介绍随机过程的一些基本概念，主要讨论：随机过程及其数学描述，相关函数，z 变换及功率谱密度函数等几个问题，这些都是学习本课所必须了解的基本知识。

§1-1　随机过程及其数学描述

当某一信号可以准确地用一个确定性的时间函数描述时，这种信号称为确定性信号。例如熟知的阶跃信号，正弦信号就属于这一类。这类信号的一个明显特点是：它们可以准确地加以重现。但是，实践中还存在另一类信号，它们不能用确定性的时间函数来描述，也不能准确地加以重现。例如某些控制系统中传感器的量测噪声，一些不规则的不确定的随机扰动等等就属于这一类，人们将这类信号称为随机信号。这两类信号分别如图 1-1 a，b 所示。

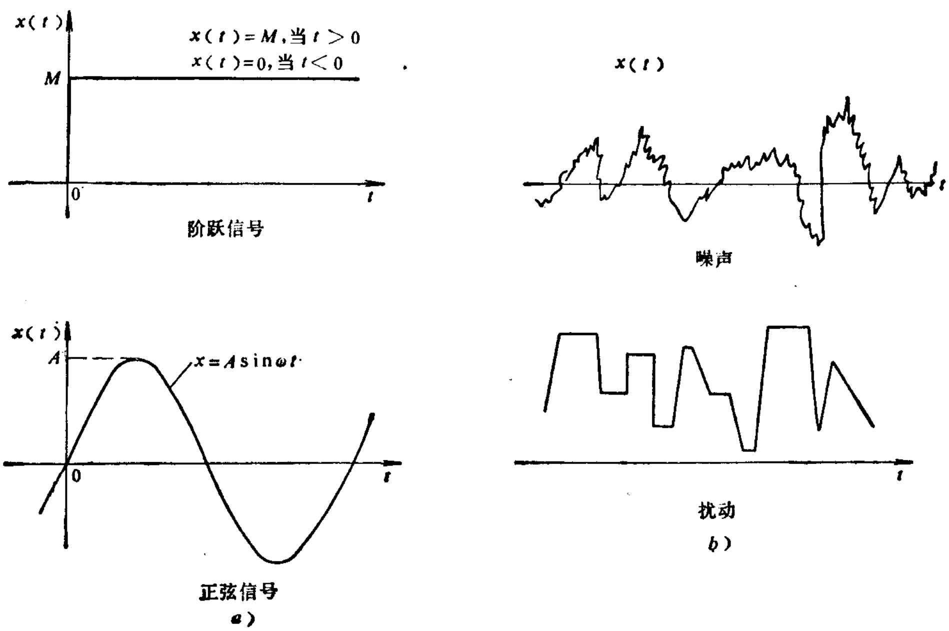


图1-1　确定性信号与随机信号

a）确定性信号　b）随机信号

在数学上随机信号可以用随机过程来描述。由于本书所讨论的控制系统，大都是依靠数字计算机来实现的数字控制系统，因此，下面着重讨论离散时间随机过程，即随机序列。

考查一个离散时间序列$\{x(k)\}$，$k=0,\pm1,\pm2,\cdots\cdots$。如果对于任意时刻 k，$x(k)$是一个随机变量(有时记作$X(k)$)，那么$\{x(k)\}$就是一个随机序列。为了从概率的观点描述这个随机序列，首先需要知道在某一时刻 k，随机变量 $x(k)$的概率密度函数 $p[x(k),k]$。然而，仅仅知道任一时刻 k 的概率密度函数 $p[x(k),k]$并不能完全地刻划出这个过程的

基本特征，因为一阶概率密度函数$p[x(k),k]$并未给出不同时刻随机变量之间的依赖关系。实践中存在一类过程，其$x(k)$在很大程度上依赖于$x(k-1)$，同时也存在另一类过程，其$x(k)$基本与$x(k-1)$无关。因此，要想描述不同时刻随机变量之间的相互关系就需要应用二阶联合概率密度的概念，二阶联合概率密度函数的定义如下：

$$
\begin{aligned}
& p[x(k_1),k_1;\ x(k_2),k_2]\Delta x(k_1)\Delta x(k_2) \\
&= P\{x(k_1) < X(k_1) \leqslant x(k_1)+\Delta x(k_1);\\
&\quad x(k_2) < X(k_2) \leqslant x(k_2)+\Delta x(k_2)\}
\end{aligned}
$$

这个式子的含义是：随机变量$X(k_1)$，$X(k_2)$同时取值在区间$[x(k_1),\ x(k_1)+\Delta x(k_1))$和区间$[x(k_2),\ x(k_2)+\Delta x(k_2))$之中的概率。

一般地说高阶联合概率密度函数也可类似地定义。如果一个随机序列，其一阶概率密度函数，二阶以及高阶联合概率密度函数都已获得，那么，在数学上就认为这个随机序列已能够完全描述，因为有关这个随机过程的全部统计信息都已知道了。但是在实际工作中，要想获得这样多的统计信息是非常困难的，有时甚至是不可能的。因此，工程上比较感兴趣的还是那些既能刻划随机过程的重要特性，同时又便于实际测量和运算的某些特征量，例如随机过程的均值函数、方差、相关函数等就是。

一、平稳随机过程

一般情况下，随机过程$\{x(k)\}$在不同时刻的概率密度函数是不同的，即$p[x(k_1),k_1] \neq p[x(k_2),k_2]$，而且当$k_1 \neq k_2$时，联合概率密度函数$p[x(k_1),k_1;x(k_2),k_2]$与$p[x(k_1+n),\ k_1+n;\ x(k_2+n),k_2+n]$也是不相同的，这类随机过程被称为非平稳随机过程。与此相反，如果一个随机过程，对所有整数k_1，k_2，n，具有以下统计特性：

$$p[x(k_1),k_1] = p[x(k_2),k_2]$$

$$p[x(k_1),k_1;\ x(k_2),k_2] = p[x(k_1+n),k_1+n;\ x(k_2+n),k_2+n]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

则这类随机过程称为平稳随机过程。粗略地说，平稳随机过程的统计特性不随时间的推移而改变，它相当于物理过程达到稳态时的情况。根据上述定义，平稳随机过程在不同的时刻应当具有相同的均值、均方值和方差。即：

$$E[x(k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\,p[x(k),\ k] = m$$

$$E[x^2(k)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2(k)\,p[x(k),\ k] = q$$

$$E[x(k)-m]^2 = \sigma^2$$

对所有时刻k、m、q和σ^2都应当是常数。上列各式中的符号$E[\cdot]$表示对$[\cdot]$取数学期望。

二、独立随机过程（白噪声过程）

这类随机过程的特点是：过程在任一时刻的状态和任何其他时刻的状态是互不影响的。从数学上看，如果一个随机过程$\{x(k)\}$的n阶联合概率密度函数可以表达成下式：

$$
\begin{aligned}
& p[x(k_1),k_1;\ x(k_2),k_2;\cdots\cdots;\ x(k_n),k_n] \\
&= p[x(k_1),k_1]\,p[x(k_2),k_2]\cdots\cdots p[x(k_n),k_n] \\
&\qquad (n=2,\ 3,\cdots\cdots)
\end{aligned}
$$

则称$\{x(k)\}$为独立随机过程。由上式可知，独立随机过程的一阶概率密度函数包含了该过程的全部统计信息。但是，连续时间的独立随机过程从物理观点来看是不存在的，因为当k_1与k_2充分接近时完全有理由认为$x(k_2)$将依赖于$x(k_1)(k_2>k_1)$的统计信息。所以连续时间的独立随机过程只能认为是一种理想化的随机过程。它在数学处理上有简单方便的优点。但是，独立随机序列在物理上是存在的。例如，在数字控制系统中，只要采样周期足够长，各时刻的采样值不相关，因此可以看成是一个独立随机序列，独立随机序列又称为白噪声序列。

三、马尔可夫（Markov）过程

当某个随机过程在时刻k_0所处的状态为已知的条件下，该过程在时刻k（$k>k_0$）所处的状态与该过程在时刻k_0之前的状态无关，这个特性称为无后效应。马尔可夫过程就是一种无后效应的随机过程。用数学来描述就是：如果随机序列$\{x(k)\}$，$k=0,1,2,\cdots\cdots$具有如下的统计特性：

$$p[x(k+1)|x(k),x(k-1),\cdots\cdots,x(0)]=p[x(k+1)|x(k)] \tag{1-1}$$

而且式（1-1）对所有k都成立，也就是说，如果$x(k+1)$的条件概率密度函数仅仅依赖于$x(k)$，而与$x(k-l)$，$l=1,2,\cdots\cdots,k$无关。则称$\{x(k)\}$为马尔可夫过程。而条件概率密度$p[x(k+1)|x(k)]$称为马氏过程的转移密度函数。

根据关系式(1-1)可以推出马尔可夫序列的一个重要特性：马尔可夫序列的联合概率密度函数完全由其初始密度函数$p[x(0)]$和转移密度函数$p[x(k+1)|x(k)]$来决定，这是由于：

$$\begin{aligned}
&p[x(N),x(N-1),\cdots\cdots,x(0)]\\
&\quad=p[x(N)|x(N-1),\cdots\cdots,x(0)]p[x(N-1),\cdots\cdots,x(0)]\\
&\quad=p[x(N)|x(N-1),\cdots\cdots,x(0)]p[x(N-1)|x(N-2),\cdots\cdots,\\
&\qquad x(0)]\cdots\cdots p[x(1)|x(0)]p[x(0)]
\end{aligned}$$

再利用关系式（1-1），上式即可简化为所要求的形式：

$$\begin{aligned}
&p[x(N),\cdots\cdots,x(0)]=p[x(N)|x(N-1)]\\
&\times p[x(N-1)|x(N-2)]\cdots\cdots p[x(1)|x(0)]p[x(0)]
\end{aligned} \tag{1-2}$$

如果随机序列$\{x(k)\}$，$k=0,1,2,\cdots\cdots,N$。具有如下的统计特性：

$$p[x(k+1)|x(k)]=p[x(k+1)]$$

根据前述的定义，这个序列就是独立随机序列。

马尔可夫序列可以用来描述许多客观存在的物理过程。例如，设有某一物理过程，经过采样以后得到一个随机序列$\{x(k)\}$，$x(k)$满足以下二阶差分方程：

$$x(k+1)=a_1x(k)+a_2x(k-1)+w(k) \tag{1-3}$$

假定其中$w(k)$是一个独立随机序列，a_1，a_2为常参数，从表达式（1-3）表面上看，$x(k)$似乎不是一个马尔可夫序列，不过只要经过简单的状态变量的变换，将$x(k)$化成向量马尔可夫序列的一个分量，即令：

$$x_1(k)=x(k)$$

$$x_2(k+1)=x_1(k)$$

则方程（1-3）就可转化成以下状态方程的形式：

$$\begin{bmatrix}x_1(k+1)\\x_2(k+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_1 & a_2\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(k)\\x_2(k)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}w(k) \tag{1-4}$$