金牌奥林匹克丛书

物理解题思路与方法

Wuli Jieti Silu yu Fangfa

王家庆　主编

深入剖析

巧妙点拨

融会贯通

举一反三

安徽科学技术出版社

金牌奥林匹克丛书

物理解题思路与方法

主编 王家庆

编委 王季兰 马 丽
梁金柱 王晓东
甘盛宁 代 玉
王 凰 王天元

安徽科学技术出版社

图书在版编目(C I P)数据

物理解题思路与方法/王家庆主编. 一合肥:安徽科学技术出版社,2002.9
(金牌奥林匹克丛书)
ISBN 7-5337-2517-4

Ⅰ. 物… Ⅱ. 王… Ⅲ. 物理课-高中-教学参考资料 Ⅳ. G634.703

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 098316 号

*

安徽科学技术出版社出版
(合肥市跃进路 1 号新闻出版大厦)
邮政编码:230063
电话号码:(0551)2825419
新华书店经销　合肥东方红印刷厂印刷

*

开本:850×1168　1/32　印张:11　字数:284 千
2002 年 9 月第 1 版　2002 年 9 月第 1 次印刷
印数:4 000
ISBN 7-5337-2517-4/G・571　定价:14.50 元

前　言

以解题思路与方法为线索来编辑一套辅导丛书，是一个比较新颖的思路和别具一格的构想。编者很高兴参与这套丛书的编写。

就学习角度而言，物理学有三大要素：概念、方法、实验。其中，概念与实验的重要性毋庸置疑，但它们带有浓厚的学科色彩；而方法的指导意义有时可跨越学科。

本书限于讨论初等物理学中常见的解题方法。解题是学习过程中的重要环节，它是对已学知识的消化与应用，是分析问题、解决问题的初级阶段，还可以看做是科学研究的启蒙训练。但是，解题不是“韩信领兵，多多益善”，不宜搞题海战术，切忌让学生盲目、被动地疲于解题。如果能引导学生主动地领会、比较、探讨和总结各种解题思路与方法，那将会收到高屋建瓴、事半功倍之效。

本书主要是面向对中学物理竞赛感兴趣的读者。在中学物理竞赛中，不能指望会遇到熟悉的题型，那种以多取胜的策略显然是行不通的。必须具备扎实的基本功，深刻领悟解题方法，并熟练掌握和灵活运用，才能临阵不乱，从容应战。

应当说明，解题方法的训练，不能代替对物理学各方面知识的系统了解与掌握。如果横向基础牢固，再从解题方法的角度，纵向地加以贯串、总结和融会贯通，那么，或许会有一种登高望远、豁然开朗的新感受，知识水准与解题能力也会更上一层楼。因此，希望本书不仅能为中学物理竞赛的参赛者服务，也能对热爱物理学的中学生有所帮助，并对物理教师亦能有一点借鉴参考作用。

本书中有些内容系作者研究所得。这些内容主要包括§4.1中配方乘子法与对称法，§10.3(例8除外)，§10.4中全部方法与定理。

另外，在本书酝酿阶段，安徽师范大学物理与电子信息学院王行翔、郭怀中两位院长曾参与了筹划，尤其是郭怀中教授，为本书的编写做了许多有益的准备工作，在此谨致谢意。

编　者

目 录

第一章　美学价值——对称法的应用

§1-1　关于对称性

对称性是大家所熟悉的概念，也是美学准则之一。早期，对称被视为左右同形之类的几何形态，人们往往欣赏、追求并创造这种形态。这也许与人类自身及其他生物都具有相当完善的左右同形形态有关。后来，对称性的涵义被逐渐拓宽，人们把均匀性、对等性、周期性乃至和谐性等特性也纳入对称性的范畴之中。

在物理学上，对称性的涵义既严谨而又灵活，其一般定义如下：

对一物理系统实施某种变换操作，如该系统对变换操作保持某种不变性，则称该系统具有相应的对称性。

这里的变换操作又称为对称变换，变换的形式不同决定了对称性的不同类型。常见的变换形式有平移、旋转、反演、反映、置换等，相应的对称性为平移对称性、旋转对称性等。一个系统能够经受的变换操作数目愈多（且能保持不变性），则它的对称性愈高。例如，正三角形可经受 3 种旋转变换$\left(\frac{2}{3}\pi,\frac{4}{3}\pi,2\pi\right)$，而保持形态不变。正方形可经受 4 种旋转变换而保持形态不变，故正方形对称度高于正三角形。圆形是具有最高对称度的二维形体，它可以经受任何角度的旋转变换而保持形态不变。对称性定义中的不变性，含义颇为灵活，它可以指系统状态不变，也可以指某个物理量不变，或是指物理规律形式不变，在不同场合下对不同的对称性而各有不同。

物理学中对称性种类繁多，现简要列举如下：

1. 时空变换对称性。

①时间平移对称性，即时间均匀性。

②空间平移对称性，即空间均匀性。

③空间旋转对称性，即空间各向同性。

④洛仑兹对称性，四维时空中关于洛仑兹变换的协变性。

⑤时间反演对称性（T 对称）。

⑥空间反映对称性（P 对称），即左右对称，又称镜象对称。

⑦空间反演对称性。

2. 规范变换对称性。

这是指系统（通常指粒子）在内部空间变换下的对称性。所谓内部空间，是指粒子的各种状态空间。这类空间数目非常多，因而规范对称性也名目繁多，并且随着理论的发展，还可能继续增多。常见的规范对称性有电荷规范对称性、同位旋对称性、电荷共轭对称性（C 对称性）、轻子数规范对称性、重子数规范对称性、色规范对称性、味规范对称性等。

规范对称性又可分为整体规范对称性与定域规范对称性两种，前者规范变换与时空坐标无关，后者规范变换依赖于时空坐标。

3. 置换对称性或统计对称性，也称粒子全同性。

根据置换对称性的特征，粒子可分为玻色子与费米子两类，分别对应于玻色统计与费米统计。

4. 超对称性，是存在于费米子与玻色子之间的一种基本对称性。

理论物理学中有一条著名的定理，称之为 Noether 定理。该定理指出，一种对称性必定与一条守恒定律相对应，这是自然界中极富哲理的一条法则。这里我们不拟讨论该定理，只简要列举一下这种对应关系：

时间平移对称性对应于能量守恒。

空间平移对称性对应于动量守恒。

空间旋转对称性对应于角动量守恒。

电荷规范对称性对应于电荷守恒。

以上是自然界中最基本的守恒定律，大家都很熟悉，其余的对应关系含义比较抽象，不再一一列举。

Noether 定理属于理论物理范围，但其基本精神还是可以理解的。按物理学的定义，对称性是一种变换不变性，而守恒也正是不变性的一种反映。因此两者之间存在对应关系亦在情理之中。

对称性是物理学中一个极其重要的概念，它往往标志着物理系统最本质的特征。可以说，物理学理论的发展过程，就是人类对自然界对称性的认识不断深化的过程。例如：

伽利略变换对称性导致牛顿力学。

洛仑兹变换对称性导致狭义相对论。

时空坐标一般变换对称性导致广义相对论。

规范变换对称性导致规范场理论。

……

以上诸例充分显示了对称性概念在物理学理论中的核心地位。不仅在理论上，在具体应用上，对称性也具有重要意义。许多物理问题难于精确求解，通过对系统对称性的分析，有可能获得必要信息，从而揭示系统状态，使问题得到解决。在初等物理学中，对称性方法也是求解问题行之有效的方法，本章以下将对此作具体介绍。

§1-2 对称分析法

这是求解对称性问题的最基本方法。一个物理系统，初看起来也许比较复杂，无从下手。但如果具有对称性，只要抓住其对称特征加以分析，往往可以比较容易地理出头绪，化繁为简，迎刃而解。对称分析法的主要依据是对称性的因果传递性。它指的是，如果一

个事物的原因里包含着某种对称性，则其结果也往往具有相关对称性。比如，时空对称性可能导致物理规律的相关对称性，一些物理量的对称性可能导致另一些物理量的相关对称性，等等。大而言之，对称性的因果传递性使得五彩缤纷的客观世界既千变万化，又井然有序；小而言之，它可以为我们求解各种物理问题提供宝贵线索。

例 1　从经典时空对称性出发，讨论牛顿惯性定律。

讨论　纯粹的经典时空具有时空各点同性及空间各向同性。如空间存在一质点，则空间各点同性将被破坏。如质点相对于某一参照系静止，则从该参照系观测，空间具有各向同性，质点便是对称中心。如果质点不受任何作用，则空间各向同性将保持，即质点相对于同一参照系保持静止状态。如质点相对于某一参照系作匀速直线运动，则空间将具有并保持轴对称性，对称轴即是通过质点并沿速度方向的直线。又由于时间的平移对称性，质点在任何相等时间间隔内通过的空间距离相同，也就是说，质点相对于同一参照系保持匀速直线运动。这样，即由经典时空对称性自然地引出牛顿惯性定律。

例 2　由经典时空对称性讨论行星轨道平面性。

讨论　设太阳与行星为两质点。取太阳参照系两质点连线与行星速度方向构成一基准平面，两质点之间的引力作用也在此平面内。因此，从太阳参照系观测，两质点系统连同周围空间具有反映对称性（关于基准平面的镜象对称）。如果不计其他作用，这种对称性将永远保持，因而行星轨道将始终局限于基准平面内。

以上两例表明，如果在初始时刻（原因）系统具有某种对称性，且其他条件不变，则在此后任何时刻（结果）系统将保持这种对称性。

§1－3　对称抵消法

对称抵消是对称性所导致的一种常见结果，因此这种方法也可看做是对称分析法的一种特例。物理系统如果具有某种对称性，则其各部分物理量的值往往可能相互抵消或部分抵消。以电场为例，一个带电系统，如果电荷分布具有某种对称性，则其电场分布将具有相关的对称性。这就意味着，电场强度的某些分量可能被抵消了。如球对称的带电体系，电场强度必指向径向，其余方向的分量相互抵消了。特别是在对称位置，抵消现象更为明显。例如，均匀带电圆盘，其轴线（垂直于圆盘）上一点的电场强度只保留轴向分量，其余方向的分量被抵消了。而具有球对称的带电体系，其球心处的电场强度被完全抵消了。不仅电场强度如此，其他一些物理量（主要是矢量性物理量）也是如此，例如引力。因此，我们在计算这类物理量之前，可先作对称性分析，对于相互抵消的分量就无须考虑了，这样可使问题简化。

例 3　远处的直流电源经长直导线 AC、BD 沿径向与圆环连接，圆环由均匀导电材料构成，求圆心处的磁感应强度。

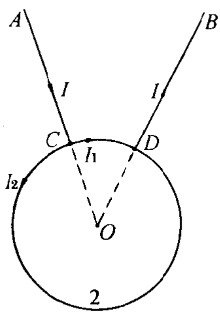

图 1－1

解　可能在圆心处产生磁场的有以下部分电流：一是远处电流，但因距离遥远，可以忽略；二是导线 AC、BD 上的电流，但因两者皆沿径向方向，故对圆心处的磁场无贡献。因此，需要考虑的只是流经圆环的电流 I_1 与 I_2。设 C、D 两点将圆环分为长为 l_1、l_2 两部分，则电流 I_1 在 O 点产生的磁感应强度为

$$B_1=\frac{k}{R^2}I_1l_1$$

方向由外向内指向纸里。电流 I_2 在 O 点产生的

磁感应强度为 $B_2=\frac{k}{R^2}I_2l_2$，$\boldsymbol{B}_2$方向与$\boldsymbol{B}_1$相反，指向纸外。

另一方面 $I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot I=\frac{l_2}{l_1+l_2}I=\frac{l_2}{2\pi R}I$

$$I_2=\frac{l_1}{2\pi R}I$$

因此 $B=B_1-B_2=\frac{k}{R^2}(I_1l_1-I_2l_2)=0$

可见，由于对称性，圆环电流在圆心处产生的磁场被完全相互抵消了。

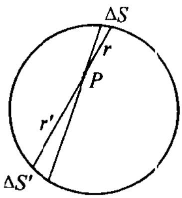

图 1-2

例 4 求均匀带电球壳所产生的电场。(先求壳内一点的电场强度)

解 1 球内任一点 P 的电场强度，是球面上各点电荷在该点所产生的电场强度的总和(矢量和)。设球面电荷面密度为 σ，考虑一小面元 ΔS，距 P 点为 r，该面元在 P 点产生的场强为

$\Delta E'=k\sigma\frac{\Delta S}{r^2}$球面上与 ΔS 关于 P 点相似对称的另一面元为 $\Delta S'$，与 P 点相距 r'，$\Delta S'$在 P 点产生的场强为

$$\Delta E=k\sigma\frac{\Delta S'}{r'^2}$$

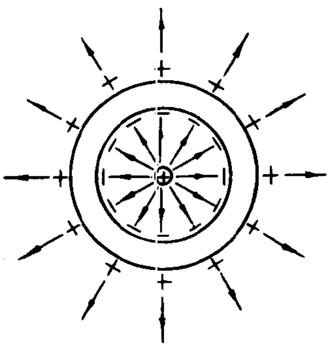
图 1-3

由于$\frac{\Delta S}{r^2}=\frac{\Delta S}{r'^2}$，故有 $\Delta E=\Delta E'$，且方向相反。这表明，球面上所有带电面元产生的场强全部相互抵消，或者说，带电球壳内任一点电场强度为零。

解 2 从对称性考虑，电场方向必沿径向。设球壳带正电荷，则电力线必由球面上正电荷出发，终止于负电荷或无穷远处。但球壳内无电荷，故电场强度只能为零。

再求球外一点电场。

设想在空心金属球壳中心，放置一点电荷，比如$+Q$，这样在金属球壳的内外表面，将会感应出等量(Q)异号的电荷，电场电力线分布如图1－3所示。由图可以看出，球壳外表面感应电荷在外部空间产生的电场，与原点电荷产生的电场是等价的。本例指出了一个电学基本常识。球对称分布的电荷系统，在其外部空间产生的电场等价于一个位于中心的等量点电荷产生的电场，而在其内部空间(无电荷区域)产生的电场为零。

例如，带电球体半径为R，总带电量为Q，则其在距中心r处产生的电场强度为

$$E(r)=k\frac{q(r)}{r^2}$$

其中，$q(r)$表示半径为r的球域内含有的电荷，显然，当$r\geqslant R$时，$q(r)=Q$。如球体均匀带电，则

$$q(r)=\frac{r^3}{R^3}Q$$

$$E(r)=\begin{cases}k\dfrac{Q}{R^3}r & (r<R,\text{球内})\\ k\dfrac{Q}{r^2} & (r\geqslant R,\text{球面，球外})\end{cases}$$

均匀带电球的$E(r)$曲线如图1－4所示。

下面，我们应用电力线概念介绍一条重要定理——电场高斯定理。

电力线是一种虚拟概念，但它使得对于电场的描述形象而又直观，因而很有用处。

首先，我们可自然地认定，在真空中，一定的点电荷所发生

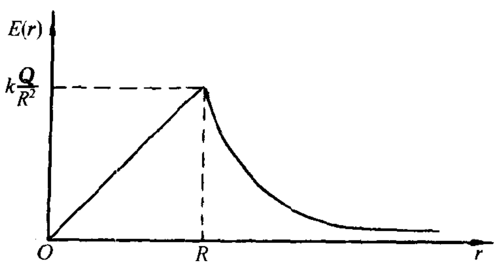

图1－4

的电力线数目是一定的。我们知道，电力线数目与电通量的含义是一致的。因此，包围某一电荷的任一闭合曲面所通过的电通量，就等于该电荷所发出的电力线总数。取球面来计算，可得

$$\Psi_e = N = k\frac{Q}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = 4\pi kQ$$

以上结果很容易推广到多个电荷的情形，这时

$$\Psi_e = 4\pi k\sum Q$$

式中，$\sum Q$ 表示电荷代数和。

上式即是著名的电学高斯定理。它指出，真空中通过任一闭合曲面的电通量，等于 $4\pi k$ 乘以闭合面内的净电量（电荷代数和）。

在一定条件下，利用高斯定理，可以简便地求解静电场问题。以下略举数例。

例 5 验证前例，求球对称分布电荷体系电场。

解 若求 P 点电场强度，则过 P 点作一具有相同对称性的球面，则通过此球面的电通量为

$$\Psi_e = 4\pi r^2 E(r) = 4\pi k\sum Q$$

$$E(r) = k\frac{\sum Q}{r^2} = k\frac{Q(r)}{r^2}$$

这里 $\sum Q = Q(r)$，表示半径为 r 球面内总电荷。

若 $r<R$，$Q(r)=0$，则 $E(r)=0$；

若 $r>R$，$Q(r)=Q(R)=Q$，则 $E(r)=k\dfrac{Q}{r^2}$，这时与点电荷电场等效。

由上例可看出，应用高斯定理求电场强度，包括以下步骤：

①由带电体系对称性，分析所求电场的对称性。

②过所求点作闭合面，通常称为高斯面。高斯面一般应与所求电场具有相同或相似的对称性。

③按高斯定理列方程。

④求出电场强度。

例 6　求无限长均匀带电直线所产生的电场，电荷线密度为 λ。

解　设带电线沿 z 轴，则可以判知，电场关于 z 轴具有辐射形轴对称性，并且沿 z 轴是均匀的。

过 P 点作圆柱形闭合高斯面，以带电直线为轴，半径为 r，高为 Δl。

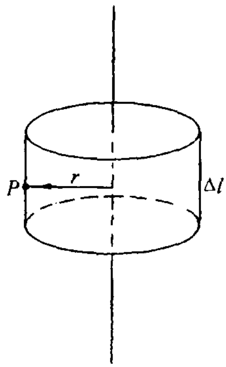

图 1－5

由高斯定理 $\Psi_e=4\pi k\sum Q=4\pi k\Delta Q$

其中　$\Psi_e=\Phi_{e侧}+\Psi_{e上底}+\Psi_{e下底}$

显然　$\Psi_{e上底}=\Psi_{e下底}=0$

由于对称性　$\Psi_{e侧}=E(r)\cdot 2\pi r\cdot\Delta l$

$\Delta Q=\lambda\cdot\Delta l$

于是　$E(r)\cdot 2\pi r\cdot\Delta l=4\pi k\cdot\lambda\cdot\Delta l$

$\therefore$　$E(r)=2k\lambda/r$

在实际情形中，如果带电线长 l，而 $r\ll l$，则本例结果也近似成立。

例 7　求无限大均匀带电平板产生的电场。

解　设带电平板所在平面为 xoy 平面，由带电体系对称性可知，电场是均匀的，沿 z 轴指向两侧。

过所求 P 点作柱形闭合高斯面，柱形底面与平板平行，侧面平行于电力线方向。

按高斯定理列方程

$\Psi_e=4\pi\sum Q=\Psi_{e底}+\Psi_{e侧}$

由对称性可知，$\Psi_{e侧}=0$，$\Psi_{e底}=2E_P\cdot\Delta S$

设若干板电荷面密度为 σ，则

$\sum Q=\Delta Q=\sigma\cdot\Delta S$

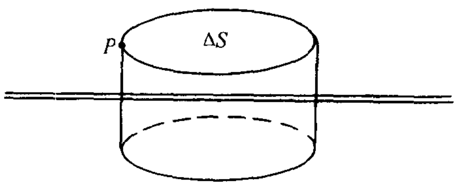

图 1－6