

082-673

水文测验误差研究文集(二)

水文测验误差研究文集

二



字木期刊出版社



编者的话

自1982年以来，水电部水文局组织了“明渠流量测验误差与水流规律”专题研究组，成员有长办水文测验研究所，黄委水文局，广西、广东、湖南、安徽、四川、山西、黑龙江等省水文总站，武汉水利电力学院治河系，河海大学、成都水利学院等水文系。本文集是该组全体成员的新近研究成果，内容涉及：流量测验误差理论及误差估算方法、流量测量中各个误差分量的特性与规律、根据测站特性运用成因分析与数理统计相结合对高洪测验精度指标及有关参数进行分类综合的方法、采用正交试验设计法及惩罚函数外点法对高洪测流方案的最优选择、从我国大中小各种河流对水文测验国际标准ISO748、1070、1088、5168和ISO/TR/7178等所作原型与模型试验的验证成果、对我国现行测流方法精度的初步分析等。尤其是文集中的高洪测验精度、流速仪测流误差模型试验、高洪测验方案的优化与选择等问题的研究，在国内外尚属首创。关于从我国各类不同河流对国际标准的检验验证，资料丰富，基础可靠，全面反映测站特性和误差变化规律。

本文集内容新颖，反映了我国在水文测验的理论和方法方面的新近发展，对广大水文测站和水文科研、教学人员研究误差，确定流量测验精度指标，选择测流方案等各个方面有重要的参考作用。

高洪测验精度研究一文，是水利电力科技重点攻关项目的课题之一，经专门的鉴定会评审验收通过，并获得水电部1986年科技进步论文奖。其他各文请水电部水文局李久昌同志、安徽省水利科学研究所金光炎同志、长办水文测验研究所杨意诚、张志达、陈宏藩、王本宸等同志分别负责审定。

文集中，如有错误或不当之处，衷心欢迎读者批评指正。

编者 1987年8月

74115

目 录

高洪测验精度研究.....	杨意诚	(1)
流速仪测流误差模型试验与分析.....	张志达	(32)
高洪测验方案的优化与选择.....	陈宏藩	(56)
关于流量测验 II 型误差的统计试验研究.....	程功武	(77)
罚函数法及其在测流方案优选中的应用.....	魏进春	(92)
黄河中下游流量测验总误差的实验研究.....	张海敏 李兆南 赵伯良	(104)
关于测流误差中一些问题的探讨.....	王本宸	(119)
感潮河段流量测验误差的试验研究.....	于龙兴	(133)
湖南省河流流速仪测流误差试验与分析.....	唐世沃	(146)
小河站的测流误差指标分析.....	石国华	(153)
西江河流的流量测量误差分析.....	彭期伟 潘新华 梁以夫	(168)
大中河流浮标系数误差分析.....	王时勤	(176)
比降、糙率及其不确定度估算方法探讨.....	刘东生	(188)
黑龙江省兰西站单次流量测验误差的估算.....	钱学伟 董治理	(205)
基于偏态分布的 χ^2 检验初探.....	金光炎 解经建	(221)

高洪测验精度研究

长办水文测验研究所 杨意诚

我国河流多属雨洪河流，洪水发生频繁。洪水的防范与控制，与沿河两岸人民的生命财产以及国民经济的发展息息相关。而洪水流量测验乃为防御洪水提供决策的一项极为重要的基础工作。但在高洪期间，测验条件十分困难，常规测流方案与方法，几乎无法实施，尤其是在洪水涨落急剧的河流更是如此。因此，研究高洪测流精度，探讨具有一定精度的简捷的高洪测流方案与方法，以满足防御洪水的需要，乃当务之急。

高洪测验精度的研究，不但可以为探求能适应高洪特点的、既经济又合理的测洪方案与方法提供可靠基础，也可以为确定高洪测流的水文仪器指标提供可靠的依据。所以它对于提高高洪水文测验技术具有重要意义。

目前，国内外关于高洪测验精度的研究还十分薄弱，尚无专论。我们这次研究是采用流量测验与水力学和水文学相结合，并将概率论和数理统计的方法以及最优化技术应用于流量测验中；从长江河流高洪特性和现有测流仪器设备的水平出发，运用理论分析、原型试验和模型试验相互比较验证，对我国常用的流速仪法、浮标法以及比降法，根据数学模型，从确定单次流量测验中的各被测量分量的误差入手，探讨了以下几方面的问题：

1. 流量测验误差不确定度计算公式的分析与建立；
2. 高洪流量测验误差变化规律与各类水文测站各项高洪测验误差指标的拟定；
3. 关于高洪测验误差指标的分类综合方法；
4. 现行流量测验方法的初步比较分析；
5. 高洪期间流速仪法测流方案的最优化问题。

通过分析研究，我们初步得出了以下主要认识和结论：

1. 对流量测验误差由测点到测线到断面，就其各自的误差变化与相互关系，作了较为系统的分析和阐明。在此基础上提出的各种误差估算方法，概念较清楚，方法较合理，对国际标准的误差估算方法有所改进。
2. 区分了各分项误差所包含的系统误差和随机误差，表明系统误差占比重较大，不容忽视。对系统误差和随机误差分别进行了统计处理，这是合理布置测流方案、提高单次流量测验精度的必要前提条件。
3. 按河流类别，根据测站测验特性进行误差指标分类综合，以用于没有进行误差试验的测站估算测验误差，可以保证单次流量测验精度，减少繁重的试验工作，并可收到较好的经济效益。本报告提出的大河分类综合方法，经分析论证与检验，证明是可行的，并可作为中小河流流量测验误差指标分类综合的借鉴。
4. 各种现行流量测验方法的比较分析所得出的认识，对高洪流量测验的规划布置具有一定实用价值。
5. 把非线性规划和高级实验设计原理，引用到流量测验中来，选择技术上可行，经济上合

理的测流方案,对促进水文测验技术的现代化科学管理有重要价值。

一、高洪测验精度研究的基本概念与原理

河流流量是一种动态物理量,须通过对流量计算公式中的各项水力因素分别进行直接测量而求得。通常由于河流流量本身的物理特性,而在某一时刻的某种水流状态下,对各单项变量只可能做一次测量加以测定。因此,对于单次实测流量值的总误差估算,需要事先具有专门的试验性测流方案与方法所收集的大量试验资料和对试验数据的数学处理,得出各单项变量的误差指标,然后加以合成。在高洪期间,流态复杂,洪水涨落较快,实施专门的试验性测流可能性极小,而利用河道模型则可创造长时间的某种流态的水流条件,模拟天然洪水过程和特大历史洪水过程,使之能对某一固定条件下的流量作多次重复测量,取得所需大量试验数据。所以,在尽量争取搜集较高水位的野外试验资料的同时,还需对具有代表性的水文测站做出室内模型试验,并对原型试验与模型试验的统计成果加以综合比较,拟定出较准确的高洪流量测验各项误差指标,以分别探讨在测站测洪设备能力以内和超过测站测洪设备能力情况下,各种具有一定精度且简便易行的高洪测流方案与方法。

由误差定义,误差等于测得值减去真值。而对各单项变量进行直接测量所得出的测得值,通常与它的真值并不一致而总存在误差,这种误差,一般含有随机的和系统的两部分。随机误差具有随机性和抵偿性,主要反映测量值自身的离散程度。系统误差具有确定性,它反映测量均值与真值之间的偏离程度。测得值的精度高低,是用误差来衡量的。所以,由系统误差和随机误差共同引起的测得值的偏离程度和离散程度越小,精度越高;反之,精度越低。

根据长江的原型与模型试验数据所做数学处理表明,随机误差明显地遵循统计规律,系统误差一般为常系统误差。

本文将不确定度与置信水平的概念引入单次流量测验误差估算中描述误差情况。如果采用被测量值的标准差,并应用概率论方法给它划出一个统计区间,使被测量值的真值在一个适当的概率下落入这个区间之内,则这个区间即为置信区间。置信区间的一半即为置信限。置信区间和置信限都可以表示随机不确定度。统计区间将包括的被测量真值的概率,即为被测量值的不确定度的置信水平。

对单次流量测验的各项变量的随机误差,按国际标准、假定遵循正态分布,并取用 $\pm 2\sigma$ 为随机不确定度,其对应置信水平为95%。当样本容量有限时,可按正态分布用学生氏t值的方法校正统计成果。

对各项变量的常系统误差,在试验条件控制适当的情况下,一般可以作为已定系统误差处理。但因若干独立系统误差对和的影响也具有一定程度的抵偿性,此时,也可作为未定系统误差而应用概率论方法加以处理。

已定系统误差可以修正,其它误差都不能修正。

单次实测流量的总随机不确定度的估算,可假定计算流量的各项水力因素均为相互独立的随机变量。用以合成总不确定度的各项随机不确定度都必须在95%的置信水平上。关于系统不确定度的综合,其组合置信水平至少为95%,综合不确定度的组合水平优于相伴于分不确定度的所有置信水平中最小的置信水平。

二、不确定度估算公式

(一) 流速仪法测流的不确定度估算公式

1. 流量计算公式

明渠横断面的数学表达式为：

$$q = \iint_A v(x, y) dx dy \quad (1)$$

式中 q 为真流量； A 为断面面积； $v(x, y)$ 为按河宽、水深分布的流速场。

按我国习用的平均分割法计算的一般通用公式为：

$$q = \sum_{i=1}^{m+1} (b_i \cdot \bar{d}_i \cdot \bar{v}_i) \quad (2)$$

式中 m 为垂线条数， $m \rightarrow \infty$ ；由于垂线将断面分成若干部分， b_i 、 \bar{d}_i 与 \bar{v}_i 分别为 i 部分的宽度、平均深度与平均流速。靠岸边的部分，应分别根据布线情况按现行规范适当处理。

如果断面上没有足够的垂线条数，则公式(2)可写成：

$$q = F_m \sum_{i=1}^{m+1} (b_i \cdot \bar{d}_i \cdot \bar{v}_i) = F_m \sum_{i=1}^{m+1} q_i = F_m \cdot Q \quad (3)$$

式中 q_i 为部分流量； F_m 为实测流量的改正因素； Q 为断面实测流量。

2. 用于原型试验的不确定度估算公式

由于真误差在大多数情况下是未知的，所以研究误差通常由残余误差入手，残差等于测得值减去测得值的均值。设测得值为具有正态分布的随机变量 $N(u, \sigma)$ ，那么，母体均值 (u) 决定系统误差的大小，标准差 (σ) 决定正态分布形状，正态分布形状决定随机误差的分布范围 $[u - k\sigma, u + k\sigma]$ ，以及在误差分布范围内取值的概率。定值系统误差不影响残差的计算，也不影响标准差的计算，只引起分布密度曲线位置的平移变化。

对随机误差进行数学处理和统计，是以测量数据中不含有系统误差为前提的。而系统误差往往隐藏在测量数据之中不易发现，所以对被测量的各项变量的测得值，必须认识和发现系统误差，对系统误差进行处理之后，再对随机误差进行估算。

由流量计算公式可知，被直接测量的各单项变量为宽度、深度和垂线平均流速，而垂线平均流速又相依于测速点数目和测点测速历时以及流速仪的精度。本文对于宽度、深度和流速仪的误差，主要依据一般通常采用的数值。对于垂线平均流速误差，着重研究由于有限测点测速历时和有限测点数所造成的误差。关于有限垂线条数对一次实测流量所造成的误差，主要研究按平均分割法在测深垂线与测速垂线一致的情况下，有限垂线条数对于水深、流速沿断面所造成的抽样误差。

(1) 有限测点测速历时所造成的脉动误差

在测流断面上，按布线原则，布设若干有代表性的测速垂线，于每一条测速垂线上，对不同位置的测点施测流速，测点测速主要受流速脉动的影响而产生误差，由流速脉动所造成的误差属于偶然误差，不存在系统误差。由于在长江进行的专门试验，一般均在水情较平稳的时期实施，瞬时流速无明显不稳定趋势，可不进行趋势改正。

根据对不同位置测点的原始时段 ($t_0 = 10$ 秒) 的时均流速系列，作不同时段位移所得出的自相关函数 $\rho(k)$ 大多数在 0 至 0.3 之间，偶尔发现 0.6，为反映高洪期间流速脉动的实际波

动情况,本文采用以下公式产生不同时段的时均流速的新系列:

$$v_{(nt_0)_j} = \sum_{i=1+n}^{n(1+j)} v_{(t_0)_i} / n \quad (4)$$

式中 n 为原始测量时段 (t_0) 的倍数, $n = 1, 2, \dots$; i 为原始测量时段 (t_0) 时均流速的原始系列序号, $i = 1, 2, \dots$; j 为某一计算时段 (nt_0) 时均流速的新系列序号, $j = 0, 1, 2, \dots$

新系列产生后,采用贝塞尔公式计算各不同位置测点的不同时段的标准差。然后,根据各不同洪水位级的不同位置测点的误差变化趋势,我们可以按不同精度要求选取不同位置测点的测速历时,用以进行高洪期的垂线平均流速的测量。

垂线平均流速的测量,通常采用有限测点测速历时施测。由此得出的垂线平均流速,一般均含有计算规则所造成的系统误差和随机误差。系统误差主要由计算规则造成,随机误差主要由流速脉动造成,其数学表达式为:

$$\bar{v}_i = v_i + s_i + \sum_{k=1}^p \alpha_k F_{ki} \quad (5)$$

式中 \bar{v}_i 为在第 i 条垂线上用有限测点和有限测点测速历时所得到的垂线平均流速; v_i 为第 i 条垂线平均流速的真值; s_i 为由计算规则所造成的第 i 条垂线平均流速的抽样误差; $\sum_{k=1}^p \alpha_k F_{ki}$ 为由于 p 个测点的流速脉动误差所造成的第 i 条垂线平均流速的随机误差; p 为测点数; α_k 为权系数, F_{ki} 为第 i 条垂线上的测点流速脉动误差。

于是,垂线平均流速的相对误差为:

$$\frac{\bar{v}_i - v_i}{v_i} = \frac{\Delta \bar{v}_i}{v_i} = \frac{s_i}{v_i} + \frac{1}{v_i} \sum_{k=1}^p \alpha_k F_{ki} \quad (6)$$

其方差为:

$$\frac{D(\Delta \bar{v}_i)}{v_i^2} = \frac{D s_i}{v_i^2} + \sum_{k=1}^p \alpha_k^2 \frac{D F_{ki}}{v_i^2} \quad (7)$$

由于在垂线上进行专门的试验性测速时,采用了精确的十一点法连续测速,并按梯形计算规则算出了十一点法的垂线平均流速。所以,由定义 $E(u) = E(\bar{x}) = u$, $\bar{u} = \bar{x}$ 是 u 的无偏估计值,可将若干次十一点法的垂线平均流速的均值 \bar{v}_{ii} 作为垂线上的近似垂线平均流速真值 (v),因而,由于计算规则所造成的垂线平均流速的抽样误差 (s),可由有限测点的垂线平均流速的均值与十一点法的垂线平均流速的均值之差近似地求得,即: $S_i = \bar{v}_i - \bar{v}_{ii}$,如用相对误差表示,则 $S_{rel,i} = (v_{rel,i} - 1)$ 。因此,对某一垂线而论,由于计算规则所造成的垂线平均流速的抽样误差 (S_i) 是一个常值,即为系统误差,于是由(7)式可知,某一垂线的垂线平均流速的相对脉动误差的方差为:

$$D\left(\frac{\Delta \bar{v}_i}{v_i}\right) = \sum_{k=1}^p \alpha_k^2 D\left(\frac{F_{ki}}{v_i}\right) \quad (8)$$

这样,采用有限测点和有限测点测速历时的流速脉动误差求得的某一垂线平均流速相对脉动随机误差的方差为:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{rel,i}^2 &= \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{v}_{rel,i,j} - \bar{v}_{rel,i})^2 \\ &= \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{v}_{rel,i,j} - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \bar{v}_{rel,i,j})^2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 j 为第 i 垂线上的有限测点的垂线平均流速系列序号; $\bar{v}_{rel,i}$ 为第 i 垂线的有限测点的相对垂线平均流速。

断面的垂线平均流速相对脉动随机误差的方差可按下式估算:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{rel,i}^2 &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \hat{\sigma}_{rel,i}^2 \\ \text{即 } \hat{\sigma}_{rel,i}^2 &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \hat{\sigma}_{rel,i,j}^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left[\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{v}_{rel,i,j} - \bar{\bar{v}}_{rel,i})^2 \right] \\ &= \frac{1}{I \cdot J - I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\bar{v}_{rel,i,j} - \bar{\bar{v}}_{rel,i})^2\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\text{或: } \hat{\sigma}_{rel,i}^2 &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (\hat{\sigma}_{rel,i}^2) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (F_{rel,i,j} - \bar{F}_{rel,i})^2 \\ &= \frac{1}{I \cdot J - I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (F_{rel,i,j} - \bar{F}_{rel,i})^2\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\text{式中 } \bar{F}_{rel,i} &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \left(\sum_{k=1}^I a_k F_{k,j} \right) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^I a_k F_{rel,k,j} \\ &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J F_{rel,i,j}\end{aligned}$$

(10)与(11)是等价的,证明从略。

(2)有限测点数所造成的计算规则抽样误差

根据大量试验资料所做的数学处理表明,断面内的某一垂线因计算规则所造成的垂线平均流速的抽样误差是定系统误差,但断面内各垂线之间的抽样误差,围绕零值波动,具有一定的随机性和抵偿性,可以作为相互独立的随机误差处理。由于计算规则所造成的断面内各垂线平均流速相对抽样误差($S_{rel,i}$)的均值为:

$$\bar{U}_{rel,i} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I S_{rel,i} \quad (12)$$

式中 I 为垂线数; $\bar{U}_{rel,i}$ 即系统误差。

相对抽样误差的方差为:

$$\sigma_{rel,i}^2 = \frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I (S_{rel,i} - \bar{U}_{rel,i})^2 \quad (13)$$

(3)有限断面垂线数所造成的误差

一般认为采用多线、多点、长历时的方法测流,测验误差最小,精度最高。但在高洪期间这种方法难于实施。鉴于测流断面内垂线数的多少是造成单次流量测验误差的主要因素,所以采用约 60 条测线的多线多点短历时的方案进行试验性测流,并将在一定洪水变幅内不同洪水位所测得的流量,近似地作为一个洪水位级测得的若干次流量,然后假设不同的有限垂线数,分别从各次多线测验资料中进行抽线,算出不同的有限测线数的流量值;作为不同的流量系列,据以估算不同有限垂线数所造成的单次实测流量的系统误差和随机误差;

$$\bar{U}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_{rel(i)} - q_i}{q_i} \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (q_{rel(m)i} - 1) = \bar{q}_{rel(m)} - 1 \quad (14)$$

$$\hat{\sigma}_{rel(m)}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (q_{rel(m)i} - \bar{q}_{rel(m)})^2 \quad (15)$$

式中 \bar{U}_m 为由于有限垂线数所造成的系统误差,即相对误差的平均值; m 为确定流量的

有限垂线数; n 为测量次数; q_i 为第 i 次测流成果按多测线计算的流量; $q_{rel(m)}$ 为第 i 次测流成果按 m 条测线计算的相对流量; $\bar{q}_{rel(m)}$ 为第 i 次测流成果按 m 条测线计算的相对流量。 $\bar{q}_{rel(m)}$ 为按 m 条测线计算的相对流量的均值; $s_{q_{rel(m)}}$ 为按 m 条测线计算的相对流量的标准差。

(4) 单次流量实测值的总不确定度估算公式

根据综合随机不确定度的原理, 假设一次流量中各单项变量可作为独立随机变量处理, 各部分流量近似相等, $q_1 = q_2 = \dots = q_{m+1} = \frac{Q}{m+1}$ 。则由(3)式可推导出总的相对随机不确定度的计算公式:

由

$$e_q^2 = \left(\frac{\partial q}{\partial F_m}\right)^2 e_{F_m}^2 + \sum_{i=1}^{m+1} \left[\left(\frac{\partial q}{\partial b_i}\right)^2 e_{b_i}^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial d_i}\right)^2 e_{d_i}^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial v_i}\right)^2 e_{v_i}^2 \right] \quad (16)$$

式中 e 表示随机不确定度。

可得出计算公式为:

$$\left(\frac{e_q}{q}\right)^2 = \left(\frac{e_{F_m}}{F_m}\right)^2 + \frac{1}{(m+1)^2} \left\{ \sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{e_{b_i}}{b_i}\right)^2 + \left(\frac{e_{d_i}}{d_i}\right)^2 \right] + \sum_{i=1}^{m+1} \left(\frac{e_{v_i}}{v_i}\right)^2 \right\} \quad (17)$$

如果 b_i, d_i 与 v_i 的相对随机不确定度差不多各自相等, 则

$$\left(\frac{e_q}{q}\right)^2 = \left(\frac{e_{F_m}}{F_m}\right)^2 + \frac{m}{(m+1)^2} \left[\left(\frac{e_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{e_d}{d}\right)^2 \right] + \frac{1}{m+1} \left(\frac{e_v}{v}\right)^2 \quad (18)$$

引入相对随机不确定度的符号 X' , 可得:

$$X'^2_s = X'^2_{F_m} + \frac{m}{(m+1)^2} (X'^2_b + X'^2_d) + \frac{1}{m+1} X'^2_v \quad (19)$$

$$\text{而 } X'^2_v = X'^2_{F_m} + X'^2_b + X'^2_d \quad (20)$$

式中 X'^s 为断面的垂线平均流速脉动相对随机不确定度; X'^s 为断面的垂线平均流速计算规则相对随机不确定度; X'^r_m 为断面有限测线数相对随机不确定度; X'^c 为流速仪相对随机不确定度。故

$$\begin{aligned} X'^2_s &= X'^2_{F_m} + \frac{m}{(m+1)^2} (X'^2_b + X'^2_d + X'^2_c + X'^2_v) + \frac{1}{m+1} X'^2_v \\ &\approx X'^2_{F_m} + \frac{1}{m+1} (X'^2_b + X'^2_d + X'^2_c + X'^2_v + X'^2_s) \end{aligned} \quad (21)$$

关于单次实测流量的系统误差的处理。测宽、测深和流速仪的系统误差作为未定系统误差处理, 其相对系统误差的总不确定度按以下公式计算:

$$X'^2_s = X'^2_b + X'^2_d + X'^2_c \quad (22)$$

由于计算垂线平均流速的规则和断面有限测线数所造成的相对系统误差(分别用 \hat{U}_b (%) 和 \hat{U}_m (%) 表示), 可作为定系统误差处理, 应从有关实测值中减去(或加入)。

单次实测流量值的表达形式为:

$$q = q_{\text{实}} \cdot [1 - (\hat{U}_m + \hat{U}_b)] \quad (23)$$

总相对随机不确定度:

$$(X'_s)_{\text{总}} = \dots \dots$$

总相对系统不确定度:

$$(X'_s) = \dots \dots$$

总相对不确定度:

$$\sqrt{(X'_q)_{\text{sys}}^2 + X_q'^2} = \dots$$

3. 模型试验流速仪法测流的不确定度估算公式

在葛洲坝水利枢纽 1/100 比尺的正态、整体、定床模型内，对处于坝下的宜昌水文测站，作了在恒定非均匀流条件下的各种流量测验误差试验和流速仪误差试验，用以认识流量测验误差特性及其变化规律并与原型各项高洪流量测验误差进行了对照比较。

对于模型试验数据的处理，假定流量沿河宽分布的单宽流量曲线 ($q_0 = f(B)$) 与横轴所包围的面积作为测流断面的流量理想值，按照平均分割法，考虑由于精简垂线数，测宽、测深和测速所造成各种误差进行推导，得出单次模型试验断面流量的定系统误差为：

$$\overline{\left(\frac{dq}{q}\right)} = \overline{\left(\frac{dq_{\text{sys}}}{q}\right)} + \overline{\left(\frac{dV_{\text{av}}}{V}\right)} \quad (24)$$

式中 $\overline{\left(\frac{dq_{\text{sys}}}{q}\right)}$ 为断面有限测线数相对定系统误差； $\overline{\left(\frac{dV_{\text{av}}}{V}\right)}$ 为断面的垂线平均流速计算规则相对定系统误差。

关于 $\overline{\left(\frac{db}{b}\right)}$ 、 $\overline{\left(\frac{dh}{h}\right)}$ 、 $\overline{\left(\frac{C}{V}\right)}$ 等相对定系统误差，在模型试验中为零或接近于零。

单次模型试验断面流量总相对随机不确定度为：

$$X'_q = X'_{\left(\frac{q_{\text{sys}}}{q}\right)} + \frac{1}{m+1} [X'_{\left(\frac{db}{b}\right)} + X'_{\left(\frac{dh}{h}\right)} + X'_{\left(\frac{dV_{\text{av}}}{V}\right)} + X'_{\left(\frac{C}{V}\right)}] \quad (25)$$

式中 $X'_{\left(\frac{dV_{\text{av}}}{V}\right)}$ 包括断面的垂线平均流速脉动和计算规则相对随机不确定度。

单次模型试验断面流量的不确定度表达式为：

$$q_{\text{sys}} = \overline{q}_{\text{sys}} \left[1 - \overline{\left(\frac{dq}{q}\right)} \pm X'_q \right]$$

总相对随机不确定度 $(X'_q)_{\text{sys}} = \dots$

(二) 浮标法测流的不确定度估算公式

1. 断面流量计算公式：

$$q = K_f \cdot q_f = K_f \sum_{i=1}^{m+1} (b_i \overline{d_i} \overline{V}_f) = K_f \sum_{i=1}^{m+1} (b_i \overline{d_i} \frac{L}{T_i}) \quad (26)$$

式中 q 为断面流量； q_f 为断面虚流量； m 为浮标法与流速仪法比测试验时的流速仪测速垂线条数， $m \rightarrow \infty$ ； \overline{V}_f 为浮标虚流速横向分布曲线上查得的相应于比测试验时各流速仪测速垂线位置的部分浮标虚流速； b_i 、 $\overline{d_i}$ 分别为 i 部分的宽度与平均水深； K_f 为比测试验时不同垂线条数的断面浮标系数； L 为上、下断面间距； T_i 为第 i 部分内各浮标流经上、下断面的平均历时。

当在断面上没有布设足够的垂线数目，则(26)式可写成：

$$q = F_m \cdot K_f \sum_{i=1}^{m+1} (b_i \cdot \overline{d_i} \cdot \frac{L}{T_i}) \quad (27)$$

式中 F_m 为实测断面流量的改正因素。

2. 不确定度估算公式

在高洪期用浮标法实测断面流量时，一般难于施测河道断面，常采用借用断面的方法计算断面流量。所以由于借用断面而造成断面流量误差。因此对浮标法测得的断面流量误差，除按(27)式估算各项误差外，还应计入一项借用断面造成的误差(X'_{ad})。

有限测线数目和测深测宽所造成的误差，均采用流速仪法的误差指标。浮标系数所造成

的误差，则取用浮标垂线虚流速与流速仪垂线平均流速测线数目对应相等的比测情况计算出的不同垂线数的误差指标。对由于测定浮标流经上、下断面位置时的瞄准视差及按停止表时的时差，则根据经验加以估计。

根据误差传播与综合的方法，假定影响断面流量的各项因素可作为独立随机变量处理，导得浮标法一次流量测量的总相对随机不确定度估算公式为：

$$X'^{\frac{1}{2}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{上}} + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}} + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{下}} + \frac{1}{m+1} (X'^{\frac{1}{2}}_{\text{上}}^2 + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}}^2 + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{下}}^2 + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{左}}^2 + X'^{\frac{1}{2}}_{\text{右}}^2) \quad (28)$$

如认为测宽和测深存在系统不确定度时，则总相对系统不确定度为：

$$X''^{\frac{1}{2}} = X''^{\frac{1}{2}}_{\text{上}} + X''^{\frac{1}{2}}_{\text{下}}$$

关于测线数所造成的定系统误差，直接取用相应于流速仪法的定系统误差值。

(三) 比降面积法的不确定度估算公式

1. 断面流量计算公式

$$q = \frac{1}{n} \bar{A} \cdot \bar{R}^{\frac{1}{2}} S^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n} \bar{A} \left(\frac{\bar{A}}{\bar{P}} \right)^{\frac{1}{2}} S^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$\bar{S} = S_{\text{上}} + S_{\text{底}} = \frac{Z_{\text{上}} - Z_{\text{下}}}{L} + \frac{(1-\zeta)}{2gL} q^2 \left(\frac{1}{A_{\text{上}}} - \frac{1}{A_{\text{下}}} \right) \quad (30)$$

$$\bar{A} = \frac{A_{\text{上}} + 2A_{\text{中}} + A_{\text{下}}}{4} \quad (31)$$

$$\bar{P} = \frac{P_{\text{上}} + 2P_{\text{中}} + P_{\text{下}}}{4} \quad (32)$$

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} b_i \cdot (d_{i-1} + d_i) \quad (33)$$

$$P = \sum_{i=1}^{n+1} \sqrt{b_i^2 + (d_i - d_{i-1})^2} \quad (34)$$

$$d_0 = d_{n+1} = 0 \quad (35)$$

式中 n 为河床糙率； \bar{A} 为平均断面面积； \bar{P} 为平均湿周； S 为摩擦比降； $S_{\text{上}}$ 为水面比降； $S_{\text{底}}$ 为动能比降； $Z_{\text{上}}, Z_{\text{下}}$ 分别为上、下比降水尺的水位读数； L 为上、下比降水尺间距； q_m 为观测比降水位之同时，采用有限垂线数的流速仪法测得的流量； ζ 为局部水头损失系数； b_i 为部分河宽； d_i 为垂线水深。

2. 不确定度的估算及简要分析(推导见附录)

关于各分项不确定度的估算公式

根据(31)至(35)式，假设：

$$\textcircled{1} X'^{\frac{1}{2}}_{\text{上}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{下}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{左}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{右}} = X'^{\frac{1}{2}}$$

$$\textcircled{2} A_{\text{上}}^2 + 4A_{\text{中}}^2 + A_{\text{下}}^2 = 6\bar{A}^2, \quad P_{\text{上}}^2 + 4P_{\text{中}}^2 + P_{\text{下}}^2 = 6\bar{P}^2$$

$$\textcircled{3} X'^{\frac{1}{2}}_{\text{上}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}} = \dots = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}+1} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{下}}$$

$$X'^{\frac{1}{2}}_{\text{上}} = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}} = \dots = X'^{\frac{1}{2}}_{\text{中}+1} = X'^{\frac{1}{2}}$$

可推导出：

$$X_A'^2 = \frac{3}{8} X_A'^2 = \frac{3}{8} \times \frac{1}{4A^2} [X_b'^2 \sum_{i=1}^{m+1} b_i^2 (d_{i-1} + d_i)^2 + X_d'^2 \sum_{i=1}^m d_i^2 (b_i + b_{i+1})^2] \quad (36)$$

$$\begin{aligned} X_P'^2 &= \frac{3}{8} X_P'^2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{P^2} \left[X_b'^2 \sum_{i=1}^{m+1} \frac{b_i^2}{b_i^2 + (d_i - d_{i-1})^2} \right. \\ &\quad \left. + X_d'^2 \sum_{i=1}^m d_i^2 \left(\frac{d_i - d_{i-1}}{\sqrt{b_i^2 + (d_i - d_{i-1})^2}} + \frac{d_i - d_{i+1}}{\sqrt{b_{i+1}^2 + (d_{i+1} - d_i)^2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

实际计算 X_A' 和 X_P' 时, 可用中断面的测量值, X_b' 和 X_d' 直接采用流速仪法的不确定度指标。当采用借用断面时, 估算 X_A' 和 X_P' 必须考虑由于借用断面所造成的误差:

$$X_A'^2 = \frac{3}{8} X_A'^2 + \frac{3}{8} X_{\Delta A}'^2 \quad (36')$$

$$X_P'^2 = \frac{3}{8} X_P'^2 + \frac{3}{8} X_{\Delta P}'^2 \quad (37')$$

其中 $X_{\Delta A}'$ 和 $X_{\Delta P}'$ 通过试验确定。

由于 $X_{(\bar{A}, \bar{P})}$ 为 \bar{A} 和 \bar{P} 相关所导致的不确定度, 根据

$$X_{(\bar{A}, \bar{P})} = \frac{(100t_a)^2 \cdot \text{cov}(\bar{A} + \bar{P})}{\bar{A} + \bar{P}},$$

假设

① 断面与断面间的 A 、 P 互不相关;

② $\text{cov}(A_F, P_F) = \text{cov}(A_B, P_B) = \text{cov}(A_F, P_F) = \text{cov}(A, P)$;

③ $X_{b,i} \doteq X_{b,j} \doteq X_{d,i} \doteq X_{d,j}$, ($i = 1, 2, \dots, m+1$, $j = 1, 2, \dots, m$);

④ $\text{cov}(b_i, b_j) = \text{cov}(d_i, d_j) = 0$ ($i \neq j$)

$\text{cov}(b_i, d_j) = 0$, ($i, j = 1, 2, \dots, m$)

可推导出以下估算式:

$$\begin{aligned} X_{(\bar{A}, \bar{P})}^2 &= \frac{3}{16 \bar{A} \cdot \bar{P}} [X_b'^2 \sum_{i=1}^{m+1} d_i^2 (b_i + b_{i+1}) \left(\frac{d_i - d_{i-1}}{\sqrt{b_i^2 + (d_i - d_{i-1})^2}} + \frac{d_i - d_{i+1}}{\sqrt{b_{i+1}^2 + (d_{i+1} - d_i)^2}} \right) \\ &\quad + X_d'^2 \sum_{i=1}^{m+1} \frac{b_i^2 (d_{i-1} + d_i)}{\sqrt{b_i^2 + (d_i - d_{i-1})^2}}] \end{aligned} \quad (38)$$

实际计算时, 可用中断面的 A 、 P 代替 \bar{A} 、 \bar{P} 。

根据(30)式可推导出:

$$X_s'^2 = \frac{1}{S^4} \left[S_b^2 X_{s0}^2 + 4 S_d^2 X_{sp}^2 + \left(\frac{1 - \zeta}{g L} \right)^2 q_n^4 \left(\frac{1}{A_{\perp}^4} + \frac{1}{A_{\top}^4} \right) X_A'^2 \right] \quad (39)$$

式中 X_{s0} 为水面比降观测的不确定度; X_{sp} 为可直接采用流速仪法的有限断面垂线测流误差的不确定度。

X_{s0} 可用下式估算:

$$X_{s0} = \frac{100t_a \sqrt{2\sigma_h^2 + 2\Delta^2}}{\overline{\Delta Z}} = \frac{100t_a \sqrt{2\sigma_h^2 + 2\Delta^2}}{\overline{S}_n \cdot L} \quad (40)$$

式中: σ_h 为水尺读数观测的标准差; Δ 为水尺零点的测量误差; \overline{S}_n 为平均比降; $\overline{\Delta Z}$ 为平均落差; t_a 为置信系数。

实际估算时, X_A' 可用中断面的值代替。

根据 $n = \frac{1}{q_n} \bar{A} \cdot \left(\frac{\bar{A}}{P} \right)^{\frac{1}{2}} S^{\frac{1}{2}}$ 可推导出糙率的不确定度计算公式为:

$$X_r'^2 = X_{s0}^2 + \frac{25}{9} X_A'^2 + \frac{4}{9} X_P'^2 + \frac{1}{4} X_s'^2 - \frac{20}{9} X_{(\bar{A}, \bar{P})}^2 \quad (41)$$

关于比降面积法测验误差的总不确定度 (X_t) 公式, 根据(29)式可推导出:

$$X_t = \sqrt{X_s^2 + \frac{25}{9}X_{\bar{s}}^2 + \frac{4}{9}X_{\bar{F}}^2 + \frac{1}{4}X_s^2 - \frac{20}{9}X_{(\bar{s}, \bar{F})}}$$
 (42)

式中 $X_{(\bar{s}, \bar{F})}$ 经计算表明: $X_{(\bar{s}, \bar{F})} \ll X_s, X_{(\bar{s}, \bar{F})} \ll X_{\bar{s}}$ 如果将(41)式代入(42)式, 则得:

$$X_t = \sqrt{X_s^2 + \frac{50}{9}X_{\bar{s}}^2 + \frac{8}{9}X_{\bar{F}}^2 + \frac{1}{2}X_s^2 - \frac{40}{9}X_{(\bar{s}, \bar{F})}}$$
 (42')

由以上所列公式和根据试验资料的估算结果可以看出: $X_s, X_{\bar{s}}, X_{\bar{F}}$ 均与 $X_{\bar{s}}$ 有关, 但 $X_s, X_{\bar{s}}$ 与流速仪法测流的断面垂线多少关系很小, $X_s, X_{\bar{s}}$ 和 $X_{\bar{F}}$ 都是影响 X_t 的主要因素, 但 $X_{\bar{s}} < X_s < X_{\bar{F}}$, 且相差甚大, 以测线为十五线为例, $X_{\bar{s}} = 3.2, X_s = 7.3, X_{\bar{F}} = 10.2, X_t$ 主要由于 S_a 的影响, 而 $X_{\bar{s}}$ 主要由于比降水位观测误差 σ_h 的影响, 因此采用比降面积法测流, 一定要保证水位观测的精度。 t 值对分项和总的不确定度的影响很小可忽略不计。

关于与流速仪法的 q_a 有关的系统误差, 可直接采用相应于流速仪法的系统误差值。

三、高洪流量测验误差规律与误差指标

为探讨高洪流量测验误差变化规律, 我们在长江干、支流选择了河床基本稳定的汉口、螺山、白河、北碚、五通桥、苟渡口、朱沱等几个水文控制测站进行试验。同时利用葛洲坝工程的整体模型进行了宜昌站的河道模型试验。试验工作以我国常用的流速仪法为主, 并在朱沱、白河两站和模型中, 对浮标法和比降法作了一定的对比试验。

(一) 关于流速仪法的高洪测验误差规律与误差指标

我们把进行试验的各水文测站, 分别大致划分出高、中、低水期。等于大于各站历年高水位的 50% 水位者代表高水, 等于或小于各站历年低水位的 50% 水位者代表低水, 两者的平均情况代表中水。然后按高、中、低水, 根据它们所在水文测验河段的几何特征和水力特性, 按河流类别, 取用测站控制条件, 断面形状、宽深比、断面平均流速、垂线流速分布型式、涨落率等诸测站要素, 分门别类对各项相对误差指标进行归纳和综合, 以探求各项相对误差的变化规律。

我们所研究的测站, 其所在河流都属于大河, 各测站的控制面积均在 50,000 平方公里以上。根据各测站的控制面积, 我们把它们所在河流划分为两类, 控制面积大于 200,000 平方公里的为特大河, 控制面积在 50,000~200,000 平方公里之间的为大河。各类河流所属测站在高洪期的主要测站测验特性如表 1。

由于在研究期间, 天然来水出现高洪较少, 各站所收集的高洪试验资料不能达到预定要求, 且限于试验手段, 有的测站试验项目也不很齐全, 所以综合统计成果具有局限性。但一般均收集到了在历年最高水位平均值附近的大量试验资料, 有的试验站最大断面平均流速达到了 4m/s 多, 基本上具备了根据高、中水试验资料探讨高洪期间单次流量测验各类误差变化规律的条件。

关于断面的有限测点数和有限测点测速历时所造成的垂线平均流速相对脉动误差, 各站在高、中水范围均有随水位变化和测点数的多少而较有规律地变化。白河、五通桥两站随水位增高而脉动误差较大, 汉口、螺山、宜昌、北碚等站随水位增高而误差变小。各级水位不同测点数的脉动误差则均随测点数的增加而减小。各站从中水到高水的误差变化范围, 除一点法误差变化较大; 北碚站因其宽深比只有 7 左右, 属于特别窄深的峡谷河段, 其误差随水位的变化

甚微之外，其余各点法的误差变化范围一般均在1%左右，但随着测点数的增加而变化范围相对缩小。各站误差随测点数多少的变化，在高水部分，由一点到二点法各站平均变小2.3%，由二点到五点法只平均变小1.9%，其中以一点到二点变率最大，二点法以后逐渐变小，或趋于稳定。至于各点法由于有限测点测速历时所造成的误差均在1%左右，变化较小。

表1

河流类别	河名	站名	高洪期主要测站测验特性					
			控制面积 (KM ²)	宽深比 $\frac{B}{H}$	断面平均流速梯度 $\frac{dV}{dH}$	断面垂线平均流速 $\bar{V}_{\text{垂}}$	垂线流速分布 $\frac{1}{n}$	涨落率 $\frac{dH}{dt}$ (m/h)
特大河	长江	汉口	1488036	99	0.11	1.90	0.168	0.001
特大河	长江	螺山	1294911	108	0.04	2.60	0.163	0.0004
特大河	长江	宜昌	1000000	44	0.32	2.99	0.176	0.0003
大河	汉江	白河	59115	21.6	0.09	3.78	0.186	0.201
大河	岷江	五通桥	126478	27.5	0.47	3.80	0.026	0.171
大河	嘉陵江	北碚	156142	6.5	0.07	6.35		0.275

关于断面的有限测点数所造成的计算规则抽样误差，由于在测流断面上，同一水位级的不同垂线上的流速分布和不同水位级的各垂线上的流速分布，其分布型式均有差异。而有限测点数所造成的计算规则抽样误差又与垂线流速分布型式有关，所以它们的计算规则抽样误差也不同。但在高洪期间，各站各次洪水位的垂线流速分布型式变化不大，根据测流断面代表性垂线的试验数据，概化出断面的垂线平均流速抽样误差表明，各站的抽样误差，主要随测点数的增加而递减，至五点法时，误差变化缓慢而逐渐稳定。且除一点法外，其它各点法的抽样误差各站相差不大，一般均≤1%，或在1%上下。

关于有限断面垂线数目所造成的随机误差，各站均随各级水位的宽深比的变化而变化。如五通桥误差随宽深比由中水到高水变大而递减；螺山误差随宽深比由中水到高水变小而递增或变化不大。而在同一高水位下，各站误差均随垂线数的增加而减少。一般五至十五线误差变化较大，十五线以后，误差递减程度均趋缓慢。这类误差与断面形状有关。但至高水时，因水深增加较多，断面形状变化对断面面积和水流状态的影响变小。如螺山的断面形状，低水呈W型，到了中水以上，则可概化成抛物线型，此时其断面形状则可与白河的断面形状相似，由于有限测线数所造成的变化趋势也与白河相似。

关于单次高洪流量测验的系统误差，除测深、测宽和流速仪的系统误差外，经我们的统计分析表明，在由于有限测点数和有限垂线数所产生的误差中也含有系统误差。有限测点数所产生的系统误差，对于特大河各站，二点法均为负值，其他各点法均为正值。对于大河各站，五点法为正值，其他各点法为负值，参差不一，但所有各站的系统误差值，除五通桥的一点法外，均约在1%或在-1%以下。有限垂线数产生的系统误差，根据多垂线（一般多于40根）试验资料，采用测速垂线不变，精简测深垂线，测深垂线不变，精简测速垂线，测深测速垂线同时精简，等流量滑动精简垂线等四种方法，对特大河的螺山站和大河的五通桥站和白河站所进行的系统误差计算与分析，各站的系统误差均有随垂线数的增加而递减的趋势。在高洪水位，特大河螺山站，五线至二十线系统误差约由-6%减至-1%，递减较快。二十线以后，系统误差均

在1%以下，误差递减趋于稳定。大河白河站，五线至十五线，系统误差约由-8%减至-1%，递减较快，十五线以后均小于-1%。但大河五通桥站出现正系统误差，五线至十五线在1%~1.5%之间变化，十五线以后小于1%。究其原因，乃由于该站至高水位时，河床断面属复式断面，在转折处垂线布设对断面变化失去必要的控制所致。

因为在误差估算中，我们均剔除了系统误差，所以各单项随机误差和单次流量测验总随机误差都较小，这较之不删除系统误差进行计算为合理。

各试验水文测站流速面积法的各类相对随机不确定度指标，经按河流类别，对各站的误差变化趋势及其与测验河段诸水力因素的关系进行综合分析并经对照比较之后，拟定有限测点数所造成的断面的垂线平均流速脉动相对随机不确定度(X'_r)，断面的垂线平均流速计算规则相对随机不确定度(X'_{rs})，以及断面有限垂线数相对随机不确定度(X'_{rn})指标表，见表2至表4，图1至图5。

表2

计算规则	站名	不确定度 X'_r (%)		
		30°	60°	100°
一点法	白河	10.7	9.4	8.0
	五通桥	10.6	9.0	7.3
	螺山	6.9	6.3	5.6
	汉口	7.7	6.8	5.8
	宜昌(Mod)			8.4
二点法	白河	8.3	7.0	5.6
	五通桥	7.0	6.0	4.9
	螺山	4.1	3.5	2.8
	汉口	5.4	4.9	4.2
	宜昌(Mod)			6.9
三点法	白河	7.1	6.0	4.6
	五通桥	5.7	4.9	3.8
	螺山	3.1	2.6	2.1
	汉口	4.2	3.8	3.3
	宜昌(Mod)			5.8
五点法	宜昌(Mod)			4.3

表3

不 确 定 度 X'_r (%)	站 名	计算规则				测速历时
		五点法	三点法	二点法	一点法	
	白河	1.4	2.4	3.3	4.8	60°
	五通桥	0.6	1.1	2.0	6.7	60°
	螺山	0.8	0.9	1.1	3.5	100°
	汉口	0.9	1.1	1.4	2.4	100°
	宜昌 (Mod)	1.3	1.8	2.1	3.7	100°

表4

垂 线 数	站 名	不 确 定 度 X'_{rn} (%)								测速 历时	计算 规则
		5	9	10	14	15	20	25	30		
	白 河	3.5		2.7		2.3	2.1	1.9	1.8	60°	二点法
	五通桥	7.0		3.6		2.4	1.8	1.4	1.2	60°	一点法
	螺 山	5.1		3.9		3.2	2.8	2.5	2.3	100°	三点法
	汉 口	5.1		3.9		3.2	2.8	2.5	2.3	100°	三点法
	宜 昌 (Mod)	3.8	3.4		3.2					100°	二点法

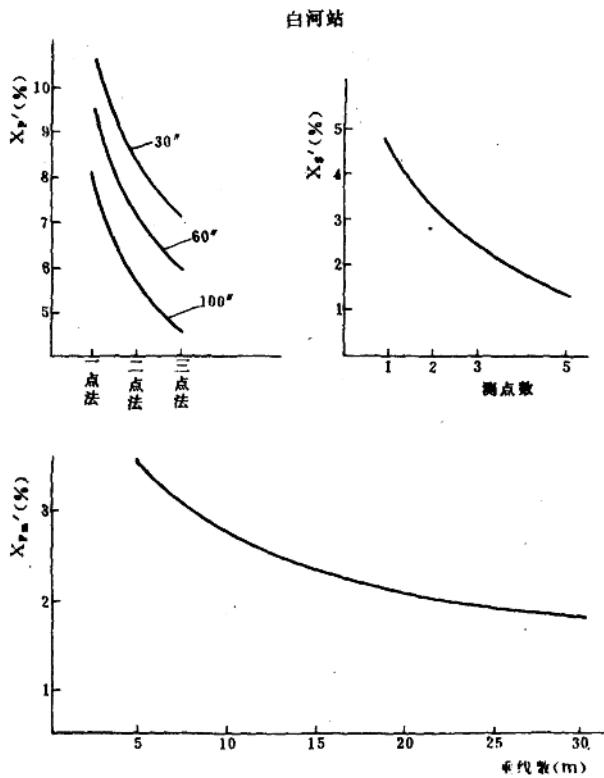


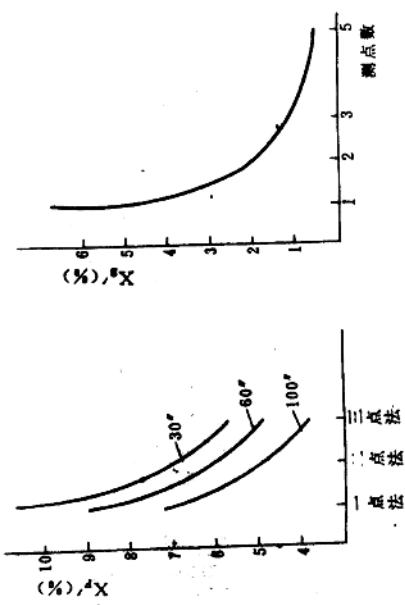
图 1

测深不确定度 (X_{d})、测宽不确定度 (X_{b})、流速仪不确定度 (X_{v}) 指标综合如下表 5。

表 5

不 确 定 度 (%) 站 别	(1) X_{d}	(2) X_{b}	(3) X_{v}	备 注
白河站 五通桥站	3.0	1.6	1.5	(1)按三线 30 次统计 (2)按三线 20 次统计 (3)引用仪器出厂误差
螺山站 汉口站	2.8	2.0	1.5	(1)按三线 20 次统计 (2)估计值 (3)引用仪器出厂误差
宜昌 (Mod)	3.0	2.0	1.5	(1)按三线 30 次统计 (2)估计值 (3)引用仪器出厂误差

五通桥站



螺山站

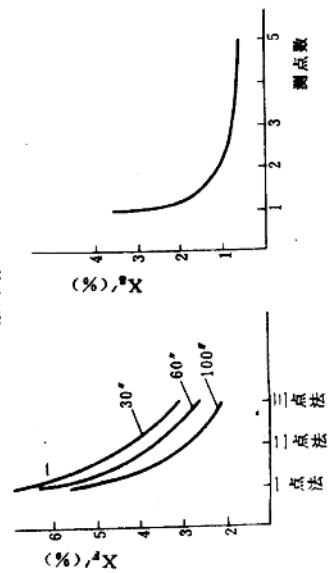


图3

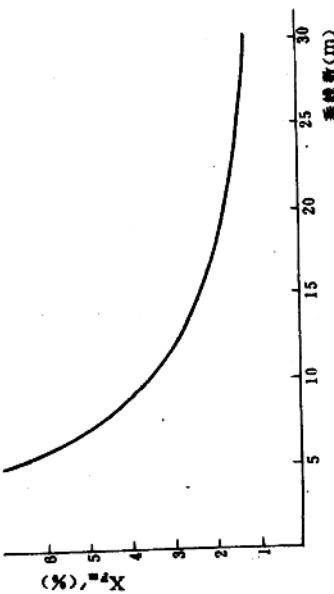


图2