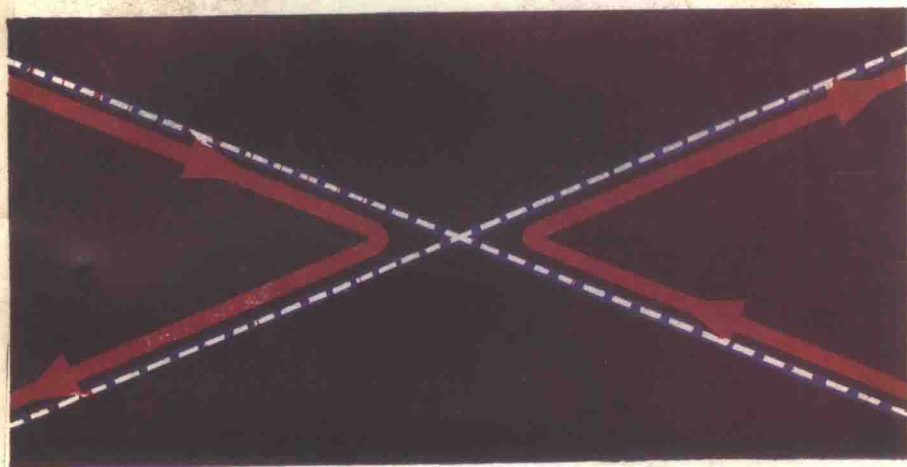


原子核理论

(核力部分)

徐躬耦 郑卫汉 著



高等教育出版社

原子核理论

(核力部分)

徐躬耦 郑卫汉 著

高等教育出版社

本书是作者根据多年来在兰州大学现代物理系授课的讲义改编而成的。

本书内容比较丰富,对原子核物理的基本理论问题作了系统的阐述。全书共三个部分,即核力、原子核结构、原子核衰变及原子核反应。本册为核力部分,共三章:核子间的作用与原子核二体问题;在中心力作用下的二体问题;在非心力作用下的二体问题。

本书可作为高等学校物理系原子核物理专业及理论物理专业的教学参考书,也可供其他有关专业的师生及科研工作者参考。

原子核理论

(核力部分)

徐躬耦 郑卫汉 著

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京市水利局印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 3.625 字数 84,000

1983年1月第1版 1984年6月第1次印刷

印数 00,001—4,600

书号 13010-0852 定价 0.57 元

目 录

绪言	1
----------	---

第一部分 核力

第一章 核子间的作用与原子核二体问题	3
--------------------------	---

§1. 核子的性质	3
§2. 两个核子的状态	5
§3. 核子-核子间的作用	9
§4. 核子间的作用和原子核二体问题	15

第二章 在中心力作用下的二体问题	18
------------------------	----

§1. 氦核的基态	18
§2. 低能中子-质子散射, 散射长度及有效力程	23
§3. 中子-束缚质子的散射	29
§4. 中子在正氢及仲氢分子上的相干散射	34
§5. 低能 $n-p$ 散射实验结果的分析	37
§6. 低能 $p-p$ 散射的有效力程公式	41
§7. 低能 $p-p$ 散射实验结果分析	47

第三章 在非心力作用下的二体问题	51
------------------------	----

§1. 氦核的电磁矩	51
§2. 核子间的非心作用	55
§3. 非心力作用下的核子-核子散射	59
§4. 极化	67
§5. 相移分析	72
§6. 核子-核子相互作用势	77

附录一 对称性和守恒定律	83
--------------------	----

附录二 核子间作用势的一般形式	97
-----------------------	----

附录三 极化核子的散射	104
-------------------	-----

绪 言

原子核理论包括三方面的问题：

第一是构成原子核的核子之间的相互作用力。这种作用规律是了解原子核的结构和变化的理论基础。同时，这种作用规律又是和基本粒子间的相互作用、相互转化以及这些基本粒子的结构问题紧密联系着的。因此，要彻底了解核子间的作用规律，就必须从基本粒子理论方面进行研究。除了核力的这一基础研究以外，我们还需要进行核力的现象性研究。现象性研究直接从分析和解释物理现象入手，它往往是解决本质问题的先导。但是迄今为止，无论在哪一方面都还没有获得完全令人满意的成就。核力的研究依然是原子核物理研究的中心问题之一。

第二是原子核的结构。影响原子核结构理论研究的两个问题，是核子间作用力的性质和多粒子系统的理论计算方法。这两个问题目前都还存在着困难，没有完全解决。但是近二十余年来，多粒子系统的理论已经有了相当的进展，从而使得原子核结构理论渐趋于比较完善的境地。

第三是原子核的变化。原子核的变化与原子核的内部结构有关。但是，要研究原子核的结构又必须先使原子核发生变化。所以研究原子核的变化又反过来帮助我们深刻了解原子核的内部结构。研究原子核变化的更深刻的意义还在于它能够指出征服自然界的道路。我们研究原子核物理学的最终目的就在于掌握规律、运用规律，为建设社会主义，实现四个现代化服务。

原子核的变化又可以分为两类：无需人为的激发而发生的原子核变化称为原子核衰变。例如，原子核与电磁场作用而发生 γ

衰变；原子核与电子-中微子场作用而发生 β 衰变；原子核因核力和库仑力相互制约而形成似稳的原子核，从而发生 α 衰变和自裂变。用人为的方法所产生的原子核变化称为原子核反应。例如，带电粒子引起的核反应；中子引起的核反应；原子核的裂变和聚变等等。在核反应的研究中，我们不再等待自然界的恩赐，而是发挥人的主观能动性，在控制的条件下进行人们预期的反应。因此，原子核反应理论的研究终将成为特别重要的中心问题。

在本书中，我们将讨论上述一些比较基本的问题。

第一部分 核 力

第一章 核子间的作用与原子核二体问题

§1. 核子的性质

原子由原子核及环绕它的电子所组成。原子核具有电荷 $+Ze$ ，这里 Z 就是原子序数。原子核的质量几乎等于原子的质量。如果考虑到同位素的存在，则各种原子核的质量几乎都是氢原子质量的整数倍，所以我们可以用质量数 A 来表征原子核的质量。但是原子核所占有的体积只是整个原子体积的极小部分，这表明原子核的结构是非常紧密的。

原子核由 Z, A 两个整数表征，这意味着此原子核是由 Z 个质子及 $N = A - Z$ 个中子所构成。质子带有电荷 $+e$ ，中子不带电，它们具有差不多相同的质量。单个质子和中子的性质如表 1.1 所示。

表 1.1 质子和中子的性质①

	质	子
质 量	$(1.67252 \pm 0.00003) \times 10^{-24}$ 克	$(1.67482 \pm 0.00003) \times 10^{-24}$ 克
自 旋	$\frac{1}{2}\hbar$	$\frac{1}{2}\hbar$
电 荷	$+e$	0
磁 矩	$(2.79276 \pm 0.00002) \frac{e\hbar}{2M_p c}$	$(-1.91315 \pm 0.00006) \frac{e\hbar}{2M_p c}$

① E. R. Cohen and J. W. M. DuMond, *Rev. Mod. Phys.*, **37** (1965) 537, V. W. Cohen, N. R. Corngold and N. F. Ramsey, *Phys. Rev.*, **104** (1956) 233.

质子和中子的自旋都是 $1/2$ ，可以有两种自旋状态，它们都是 Fermi 子。它们的主要差别是电荷的差别。按照 Dirac 理论，质子的磁矩应为 $e\hbar/2M_p c$ ，中子的磁矩应为 0。但是中子质子和 π 介子作用，引起所谓“反常磁矩”。由表 1.1 可见，中子和质子的反常磁矩差不多等值异号。质子和中子的质量有一微小的差别：

$$M_n - M_p = 2.52 m_e,$$

这使得自由中子成为 β^- 放射性的。这种质量差别也可以理解为核子与电磁场相互作用所造成的结果。

根据上述分析，质子和中子可以看成是核子的两种电荷状态。由于核子只有两种电荷状态，这种情况和核子只有两种自旋状态相似。因此，对这种电荷状态可以用与自旋状态相似的方法来描述，并称为核子的同位旋状态^①，而用

$$v_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

分别表示质子状态和中子状态。作用在这些状态上的算符也和自旋算符有相似的形式，它们是：

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

由 τ_1, τ_2, τ_3 可构成向量 τ ，并用

$$t = \frac{1}{2} \tau \quad (1.3)$$

表示核子的同位旋算符。可以看出核子的同位旋是 $1/2$ ， v_+ 和 v_- 是 t_3 的本征态，相应的本征值分别是 $\pm \frac{1}{2}$ 。

① 同位旋的概念首先是由 W. Heisenberg 提出的，Z. Physik, 77(1932)1.

因为

$$\frac{1}{2}(1 + \tau_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2}(1 - \tau_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(1 + \tau_3)v_+ &= v_+, & \frac{1}{2}(1 + \tau_3)v_- &= 0, \\ \frac{1}{2}(1 - \tau_3)v_+ &= 0, & \frac{1}{2}(1 - \tau_3)v_- &= v_-, \end{aligned} \quad (1.5)$$

它们分别表示质子和中子的投射算符，而 $\frac{e}{2}(1 + \tau_3)$ 则表示核子的电荷算符。又因为

$$\begin{aligned} \tau_+ &= \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \tau_- &= \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

所以

$$\begin{aligned} \tau_+v_+ &= 0, & \tau_+v_- &= v_+, \\ \tau_-v_+ &= v_-, & \tau_-v_- &= 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

τ_+ 表示将中子态转化为质子态的算符，而 τ_- 则表示将质子态转化为中子态的算符。

后面我们将用核子的同位旋来表示核子的与电荷有关的性质。

§2. 两个核子的状态

由前所述，核子有空间坐标、自旋坐标和同位旋坐标 5 个自由度，因此我们可以把两个核子的状态波函数写成空间坐标波函数、自旋坐标波函数和同位旋坐标波函数乘积的线性迭加。

两个核子的空间运动状态可以分解为质心运动和相对运动两

部分。如果这两个核子未受外力作用, 质心运动波函数就是表述自由运动的平面波。采用随质心运动的质心坐标系, 可以分离开质心运动, 单独研究两个核子的相对运动。相对运动波函数可以写成具有确定角动量的波函数的迭加:

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (2.1)$$

其中 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 是球谐函数, 用 Condon 和 Shortley 的规定, 它表述轨道角动量为 l , 其 z 轴投影为 m 的状态; $u_l(r)/r$ 是相应的径向波函数。

因为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(1) - \mathbf{r}(2), \quad (2.2)$$

交换两个核子的空间坐标时, 则

$$\mathbf{r} \longrightarrow -\mathbf{r}, \quad (2.3)$$

$$\text{或} \quad (r, \theta, \varphi) \longrightarrow (r, \pi - \theta, \pi + \varphi), \quad (2.4)$$

所以

$$\begin{aligned} & \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi) \\ & \longrightarrow \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-)^l \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (2.5)$$

由此可见, 波函数的对称性由 l 确定。当 l 是偶数时, 波函数是对称的; 当 l 是奇数时, 波函数是反对称的。

当坐标系作空间反演变换时, 也有

$$\mathbf{r} \longrightarrow -\mathbf{r}, \quad (2.6)$$

所以描述两个核子系统相对运动的空间坐标波函数的宇称性恰好与对称性相应^①。对称的波函数具有偶的宇称, 反对称的波函数

① 因为交换两个核子的坐标时, 质心坐标 $\mathbf{R} = \frac{1}{2} [\mathbf{r}(1) + \mathbf{r}(2)] \rightarrow \mathbf{R}$, 而作空间反演变换时, $\mathbf{R} \rightarrow -\mathbf{R}$, 故对于质心运动波函数, 对称性和宇称性间并无上述相应关系。

具有奇的宇称。

两个核子系统的自旋为

$$\mathbf{S} = \frac{\hbar}{2} [\boldsymbol{\sigma}(1) + \boldsymbol{\sigma}(2)], \quad (2.7)$$

其 z 轴投影为

$$S_z = \frac{\hbar}{2} [\sigma_z(1) + \sigma_z(2)]. \quad (2.8)$$

两个核子系统的自旋状态可以分为两类，如表 1.2 所示。其中自旋 $s=1$ 的状态称为自旋三重态，自旋沿 z 轴的投影为 $m_s = 1, 0, -1$ 。自旋 $s=0$ 的状态称为自旋单态，自旋沿 z 轴的投影为 $m_s = 0$ 。自旋三重态的波函数对于两个核子的自旋坐标是对称的，而自旋单态的波函数对于两个核子的自旋坐标则是反对称的。

表 1.2 两个核子的自旋波函数

s	m_s	自 旋 波 函 数	对 称 性
1	1	$\chi_+(1)\chi_+(2)$	对 称
	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_+(1)\chi_-(2) + \chi_-(1)\chi_+(2)]$	
	-1	$\chi_-(1)\chi_-(2)$	
0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_+(1)\chi_-(2) - \chi_-(1)\chi_+(2)]$	反 对 称

两个核子系统的同位旋为

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} [\boldsymbol{\tau}(1) + \boldsymbol{\tau}(2)], \quad (2.9)$$

它沿第 3 轴的投影为

$$T_z = \frac{1}{2} [\tau_z(1) + \tau_z(2)]. \quad (2.10)$$

两个核子的同位旋波函数和两个核子的自旋波函数相仿，如表 1.3

表 1.3 两个核子的同位旋波函数

T	m_T	同 位 旋 波 函 数	对称性	系 统
1	1	$v_+(1)v_+(2)$	对 称	$p-p$
	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}[v_+(1)v_-(2) + v_-(1)v_+(2)]$		$n-p$
	-1	$v_-(1)v_-(2)$		$n-n$
0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}[v_+(1)v_-(2) - v_-(1)v_+(2)]$	反对称	$n-p$

所示。其中 T 表示两个核子的同位旋, m_T 表示它对于第 3 轴的投影。因为两个同类核子的同位旋波函数一定是对称的, 故属于同位旋三重态。两个异类核子的同位旋波函数可以是对称的, 也可以是反对称的, 故分别属于同位旋三重态和同位旋单态。

两个核子系统的总的波函数是它们的空间波函数、自旋波函数和同位旋波函数的乘积。由于核子是 Fermi 子, 核子系统的波函数必须是反对称的, 所以两个核子系统的状态如表 1.4 所示。其中 $S, P, D, \dots$ 系光谱学记号, 分别表示 $l=0, 1, 2, \dots$ 的状态; 左上角的数字表示自旋多重态 $(2s+1)$ 之值, 右下角的数字表示总角动量 j 的数值。这里

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}, \quad (2.11)$$

$$|l-s| \leq j \leq |l+s|. \quad (2.12)$$

相应于某一个 j 值, 总角动量沿 z 轴的投影为

$$m_j = j, j-1, \dots, -j. \quad (2.13)$$

我们看到, 同类核子系统的同位旋 $T=1$, 只能处于 $s=0$ 的偶态(单偶态)和 $s=1$ 的奇态(三奇态)。而异类核子系统的同位旋 $T=1$ 或 0。当 $T=1$ 时, 可处于 $s=0$ 的偶态(单偶态)和 $s=1$ 的奇态(三奇态); 当 $T=0$ 时, 可处于 $s=1$ 的偶态(三偶态)和 $s=0$ 的

表 1.4 两个核子系统的状态分类

$s = 0$		$s = 1$	
$T = 1$	$T = 0$	$T = 0$	$T = 1$
1S_0		3S_1	
	1P_1		$^3P_{0,1,2}$
1D_2		$^3D_{1,2,3}$	
	1F_3		$^3F_{2,3,4}$
.....			

奇态(单奇态)。

§3. 核子-核子间的作用

现在我们讨论两个核子之间的作用，并考察两个核子处在各类状态时它们之间作用的差异。

由 A 个核子所构成的原子核，只占有极小的体积，这一事实表明，核子间存在强的吸引作用。核子间的作用随核子间的距离而变化，当核子间的距离在某一数值以内时，两个核子才有显著的相互作用。表征核力作用范围的这一距离称为力程。核力是短程力，它的力程约为 $1 \sim 2 \times 10^{-13} \text{cm}$ 。

这种短程核力可以用一定形式的势函数来表征。常用的形式是

(a) 矩形势阱

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases} \quad (3.1a)$$

(b) 高斯势阱

$$V(r) = -V_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \quad (3.1b)$$

(c) 指数势阱

$$V(r) = -V_0 \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right), \quad (3.1c)$$

(d) 介子势阱①

$$V(r) = -V_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-1} \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right). \quad (3.1d)$$

其中 V_0 表示势阱强度, r_0 表示核力的作用力程。当 $r > r_0$ 时, $V(r)$ 急剧趋于零。近年来的研究指出, 作用势 $V(r)$ 可以具有更复杂的形式。两个核子接近时, 可以呈现出排斥作用, 最初用硬的排斥心来显示这种排斥作用②。

(e)

$$V(r) = \begin{cases} \infty & r < r_0 \\ -V_0 f\left(\frac{r}{r_0}\right) & r > r_0 \end{cases} \quad (3.1e)$$

其中 r_0 是排斥心半径, $f\left(\frac{r}{r_0}\right)$ 是某种短程函数。以后的研究指出, 也可以用软的排斥心来显示这种排斥作用。

各种势阱的形状如图 1.1 所示。

核子间的作用和自旋状态有关。一对核子处在相同的空间状态, 但处在不同的自旋状态时, 有不同的作用。我们知道, 中子和质子可以形成自旋为 1 (以 $\hbar$ 为单位) 的稳定的氘核, 但是不能形成自旋为零的稳定核。这一事实指出, 当中子与质子处在动能最低的 S 态时, 自旋平行时吸引作用较强, 可以形成稳定核; 自旋反平行时吸引作用较弱, 不能形成稳定的原子核。

① 汤川秀树提出核力是交换介子所引起的。根据这种理论给出上述形式的的作用势, 故称介子势阱, 也称汤川势阱。见 H. Yukawa, *Proc. Phys. Maths. Soc. Japan*, 17 (1935) 48。

② R. Jastrow 在研究 p - p 散射时首先引入有排斥心的作用势。 *Phys. Rev.*, 81 (1951) 165。

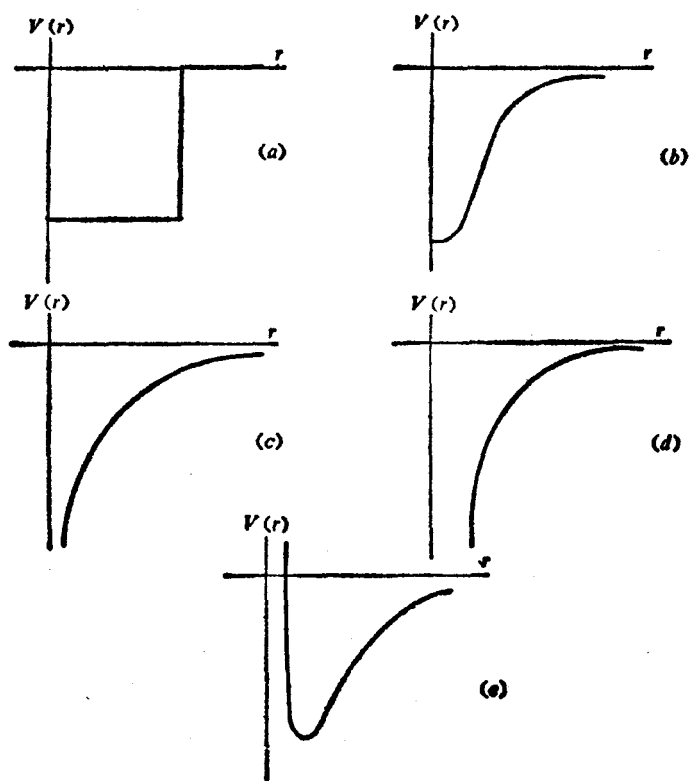


图 1.1 各种势阱形状

(a)矩形势阱; (b)高斯势阱; (c)指数势阱;
(d)介子势阱; (e)具有排斥心的势阱

为了表示核力与自旋的依赖关系, 两个核子的作用势应与自旋算符 $\sigma(1)$ 及 $\sigma(2)$ 有关。由于作用势必须保持对于转动变换的不变性, 所以 $\sigma(1)$ 及 $\sigma(2)$ 应构成标量 $\sigma(1) \cdot \sigma(2)$ 。因为

$$[\sigma(1) \cdot \sigma(2)]^2 = 3 - 2[\sigma(1) \cdot \sigma(2)], \quad (3.2)$$

所以可把作用势一般地写成如下形式:

$$V = V_0(r) + V_\sigma(r)[\sigma(1) \cdot \sigma(2)]. \quad (3.3)$$

其中 $V_0(r)$ 与 $V_\sigma(r)$ 分别表示和自旋无关的及和自旋有关的作

用。

算符 $[\sigma(1) \cdot \sigma(2)]$ 作用于自旋波函数时,有下述结果:

$$\begin{aligned} [\sigma(1) \cdot \sigma(2)]^1 \chi_0 &= -3^1 \chi_0, \\ [\sigma(1) \cdot \sigma(2)]^3 \chi_{m_s} &= {}^3 \chi_{m_s}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

算符

$$P_\sigma = \frac{1}{2} [1 + \sigma(1) \cdot \sigma(2)] \quad (3.5)$$

作用于自旋波函数的结果为

$$\begin{aligned} P_\sigma^1 \chi_0 &= -^1 \chi_0, \\ P_\sigma^3 \chi_{m_s} &= {}^3 \chi_{m_s}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

对于反对称的及对称的自旋波函数分别给出因子 ∓ 1 。所以 P_σ 是自旋交换算符。利用 P_σ 也可以把作用势写成

$$V = V_W(r) + V_B(r) P_\sigma, \quad (3.7)$$

其中 $V_W(r)$ 称为 Wigner 力①, $V_B(r) P_\sigma$ 称为 Bartlett 力②。

我们还要讨论核力与电荷状态的关系。有这样一系列共轭的镜像核,如 $({}_1\text{H}^1, {}_2\text{He}^3), ({}_4\text{Be}^9, {}_5\text{B}^9)$ 等,把质子和中子互换,就可以把每一组中的一个核换成另一个核。这些共轭的镜像核具有差不多完全相同的性质。由此可见,一对中子和一对质子只要处在相同的空间状态和自旋状态,就有相同的核力作用。从中子-质子散射和质子-质子散射实验,还进一步证明了中子-质子和质子-质子只要处于相同的空间状态和自旋状态,也有相同的核力作用。总起来说,一对核子,不论是中子-中子,质子-质子或中子-质子,只要处于同样的空间状态和自旋状态,就具有相同的核力作用。这叫核力的电荷无关性。

核力的电荷无关性就是指两个核子之间的作用与两个核子的

① E. Wigner, *Phys. Rev.*, **43** (1933) 252.

② J. H. Bartlett, Jr, *Phys. Rev.*, **49** (1936) 102.

总同位旋投影 T_z 无关。所以，如果两个核子的作用势包含同位旋算符 $\tau(1)$ 和 $\tau(2)$ ，则它们也必须组成同位旋空间的标量 $\tau(1) \cdot \tau(2)$ 。于是，我们可以把两个核子的作用势写成如下形式：

$$V = V_0(r) + V_\sigma(r) \sigma(1) \cdot \sigma(2) + V_\tau(r) \tau(1) \cdot \tau(2) + V_{\sigma\tau}(r) [\sigma(1) \cdot \sigma(2)] [\tau(1) \cdot \tau(2)], \quad (3.8)$$

或利用同位旋交换算符

$$P_\tau = \frac{1}{2} [1 + \tau(1) \cdot \tau(2)] \quad (3.9)$$

把作用势写成

$$V = V_W(r) + V_B(r) P_\sigma - W_M(r) P_\sigma P_\tau - V_H(r) P_\tau. \quad (3.10)$$

其中 $-V_M(r) P_\sigma P_\tau$ 称为 Majorana 力^①， $-V_H(r) P_\tau$ 称为 Heisenberg 力^②。

在高能中子和质子的散射中，按照普通力的概念，中子-质子间的作用仅仅使中子稍稍偏离其入射的轨道，中子主要表现出向前的散射。按能量动量守恒关系，质子将沿着与中子运动方向成 90° 的方向反冲，如图 1.2(a) 所示。然而实验结果中却同样出现大角度散射的中子，如图 1.2(b) 所示。如果认为中子与质子在碰撞过程中交换了它们的电荷，则正好可以解释这一结果。由此可以看到，与同位旋交换算符有关的 Majorana 力和 Heisenberg 力的确是存在的。

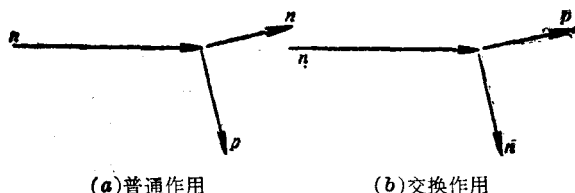


图 1.2 高能中子与质子的散射(实验室坐标系)

① E. Majorana, *Z. Physik*, **82** (1933) 137.

② W. Heisenberg, *Z. Physik*, **77** (1932) 1.