

大学物理实验

刘小廷 主编

航空工业出版社

1

04-33
275

大学物理实验

刘小廷 主编



A1054552

航空工业出版社

2000

内 容 提 要

本书根据教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》编写而成。全书分为六章,选编30个实验,除了保留多年来行之有效的物理实验内容外,还新增添了近代物理实验和设计性实验的内容。实验内容层次分明,各个实验既相互独立,又循序渐进,相互配合,组成了一个较为合理的知识结构,可以收到较好的总体教学效果。

全书比较系统地阐述了误差和数据处理的基本知识,详细介绍了物理实验中的基本方法、基本调整技术、常用仪器及设计性实验的一些基本问题。

本书可作为高等理工院校各非物理类专业学生的实验教材,也可作为涉及物理学实验的广大科技工作者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/刘小廷主编. —北京:航空工业出版社,
2000.2
ISBN 7-80134-585-1
I. 大… II. 刘… III. 物理-实验-高等学校-教材 IV.
04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 76003 号

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里14号 100029)

南京航空航天大学印刷厂印刷

全国各地新华书店经售

2000年2月第1版

2000年2月第1次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:11.5

字数:312千字

印数:1—10 000

定价:12.50元

前 言

本书按照教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会物理实验课程教学指导小组制定的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》编写,它是南京航空航天大学实验物理教研室长期从事物理实验教学和教改的经验总结。

大学物理实验是理工科大学生必修的一门重要基础实验课程,是接受严格科学训练的开端。大学物理实验教学对大学生辩证唯物观点、基本实验理论、基本实验知识、基本实验技能和理论联系实际能力的培养有着重要的作用。如何在有限的学时内使学生通过物理实验的学习和训练,了解科学实验的主要过程和基本方法,为今后的学习和工作奠定良好的实验基础,这是众所关心的问题。本书在编写过程中对每一个实验力求叙述清楚、层次分明、联系实际,便于自学和引导思考。在误差理论与数据处理的介绍中,侧重于基本概念的阐述和应用,适当地引入不确定度的概念,以求与当前在这方面的要求与发展接近。对设计性实验进行充实,并进一步明确了设计性实验的教学要求。

全书共分六章。第一章为测量误差、不确定度和数据处理,着重阐述了实验误差理论及有效数字、数据处理等基本知识;第二章为物理实验基本知识,比较系统地叙述了物理实验中的基本方法、基本调整技术和常用的基本仪器;第三章至第六章编入了力学和热学实验、电磁学实验、光学和近代物理实验、设计性实验项目共30个,对设计性实验教学要求和进行设计性实验的一般原则作了简要阐述。书末的附录给出了有关物理常数,供读者自己查阅参考。

本书由刘小廷、管尧兴、刘白鸽、叶梓丰、蔡云良、王诗进、卜满等分工编写。其中管尧兴编写实验2、7、9、15、19、21、28;刘白鸽编写实验1、4、16;叶梓丰编写实验14;蔡云良编写实验5;王诗进编写实验8;卜满编写实验26;其余由刘小廷编写并统稿。全体编者一致认为,实验教学是一项集体事业,无论是实验教材的编写,还是实验仪器设备的准备、实验项目的开发都是全体任课教师和实验技术人员、管理人员长年辛勤耕耘、不断改进、充实和完善的结果。一本实验教材的出版,也离不开以往历届教材编者的努力。本书在编写过程中,得到不少同仁的帮助,借鉴了兄弟院校的有关经验,特此深表谢意。由于编者水平有限,书中难免存在错误和疏漏之处,恳请读者斧正,以便日后重印、再版修订。

编 者

1999年12月于南航

目 录

绪 论	(1)
一、物理实验课的地位和作用	(1)
二、物理实验课的主要教学环节	(2)
第一章 测量误差、不确定度和数据处理	(4)
第一节 测量与误差	(4)
第二节 误差分类及其处理方法	(5)
第三节 仪器误差	(8)
第四节 测量不确定度及其估算	(9)
第五节 有效数字及其运算法则	(11)
第六节 常用实验数据的处理方法	(14)
第七节 计算器在数据处理中的应用简介	(19)
第二章 物理实验的基本知识	(21)
第一节 物理实验的种类	(21)
第二节 物理实验的基本测量方法	(22)
第三节 物理实验装置的基本调整	(24)
第四节 物理实验的基本仪器	(25)
一、力学基本仪器	(25)
二、电磁学基本仪器	(29)
三、光学仪器	(33)
第三章 力学和热学实验	(36)
实验 1 固体密度的测量	(36)
实验 2 气垫技术	(41)
实验 3 金属杨氏弹性模量的测量	(46)
实验 4 液体表面张力系数的测量	(49)
实验 5 用气垫摆测物体的转动惯量	(53)
实验 6 超声波波速的测量	(57)
实验 7 物体导热系数的测定	(62)
实验 8 冷却法测比热容	(66)
第四章 电磁学实验	(72)
实验 9 用电桥测电阻	(72)
实验 10 用直流电位差计精确测量电压	(79)
实验 11 示波器的使用	(83)
实验 12 用冲击电流计测量电容及高阻	(89)
实验 13 霍尔效应法测量磁场	(92)
实验 14 铁磁材料磁化特性的研究	(97)
第五章 光学和近代物理实验	(105)
实验 15 薄透镜焦距的测定	(105)

实验 16	等厚干涉——牛顿环实验	(110)
实验 17	分光计调节及棱镜折射率的测定	(114)
实验 18	衍射光栅	(119)
实验 19	迈克耳逊干涉仪	(122)
实验 20	密立根油滴仪测电子电量	(127)
实验 21	光电效应测普朗克常数	(131)
实验 22	全息照相	(135)
实验 23	塞曼效应	(141)
第六章	设计性实验	(149)
实验 24	简谐振动的研究	(152)
实验 25	重力加速度测定的研究	(153)
实验 26	滑线变阻器限流、分压特性的研究	(154)
实验 27	伏安法测电阻与补偿法测电压	(157)
实验 28	用电位差计校准电流表	(159)
实验 29	热电偶的定标	(161)
实验 30	热敏电阻温度特性的研究	(163)
附表	国际单位制和常用物理数据	(165)
表 1	国际单位制(SI)基本单位	(165)
表 2	国际单位制(SI)辅助单位	(165)
表 3	国际单位制(SI)词冠	(166)
表 4	部分国际单位制(SI)导出单位	(166)
表 5	基本和重要的物理常数表	(168)
表 6	水在不同温度 t 下的饱和蒸汽压 P_s	(169)
表 7	水的沸点 t ($^{\circ}\text{C}$) 随压强 P (mmHg) 的变化	(169)
表 8	在标准大气压下不同温度的水的密度	(169)
表 9	在 20°C 时常用固体和液体的密度	(170)
表 10	在海平面上不同纬度处的重力加速度	(170)
表 11	在 20°C 时某些金属的弹性模量(杨氏模量)	(170)
表 12	不同温度时水的粘滞系数	(171)
表 13	液体的粘滞系数	(171)
表 14	在 20°C 时与空气接触的液体的表面张力系数	(171)
表 15	在不同温度下与空气接触的水的表面张力系数	(171)
表 16	固体的线膨胀系数	(172)
表 17	某些材料的导热率	(172)
表 18	某些金属和合金的电阻率及其温度系数	(172)
表 19	固体的比热	(173)
表 20	液体的比热	(173)
表 21	常温下某些物质对空气的折射率	(173)
表 22	几种常用热电偶的塞贝克系数值($\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$)	(174)
表 23	镍铬—镍铝热电偶分度表(参考端温度为 0°C)	(175)
表 24	铜—康铜热电偶分度表(参考端温度为 0°C)	(176)
参考文献		(177)

绪 论

科学实验是人类研究自然规律和改造自然的重要实践活动。自然科学的理论要靠实验来验证,新的现象和新的规律要靠实验来发现,工程设计和生产要靠实验来推动和完善。所谓科学实验,是人类按照一定的研究目的,借助特定的仪器设备,按照一定的方法人为地控制或模拟自然现象,突出主要因素,对自然事物和现象进行精密、反复的观察和测试,探索其内部的规律性。这种对自然有目的、有控制、有组织的探索活动是现代科学技术发展的源泉。因此科学实验是科学理论的源泉,是自然科学的根本,是工程技术的基础;同时科学理论又对实验起着指导作用。我们要处理好理论和实验的关系,重视科学实验,重视对科学实验进行基本训练的实验课教学。

一、物理实验课的地位和作用

物理学是自然科学中最重要、最活跃的带头学科之一。物理学的发展不仅在自身的学科体系内生长和发展出许多新的学科分支,而且也是许多新学科、新技术或交叉学科产生、成长、发展的基础和前导。物理学是一门实验科学,无论是规律的发现,还是理论的验证,都要取决于实验。物理理论或实验的发展,哺育着近代高新技术的成长和发展。物理实验的思想、方法、技术和装备常常是自然科学研究和工程技术发展的生长点。可以说,现代高新技术的发明和突破,无不源于物理学上的重大发现,而高新技术的发展,又不断推动实验手段、方法和装备的发展,从而大大改变人类对物质世界认识的深度和广度。

为了适应 21 世纪科学技术更为迅猛发展的需要,高等工科院校培养的跨世纪人才必须具备坚实的物理基础、出色的科学实验能力和勇于开拓的创新精神。在高等工科院校中,物理实验是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。

物理实验课程的特点在于:

1. 物理实验课程内涵丰富,所覆盖的知识面广和包含的信息量大,同时使学生在基本方法和基本技能方面得到较为系统的严格训练;

2. 物理实验课程在学生深入观察现象,建立合理的物理模型,定量研究变化规律,分析、判断实验结果,激发学生的想象力、创造力,培养和提高学生独立开展科学研究工作等方面都具有重要的奠基作用。

物理实验课程的具体任务是:

1. 通过对实验现象的观察分析和对物理量的测量,学习物理实验的基本知识、基本方法和基本技能,并能运用物理学原理、实验方法研究物理现象和规律,加深对物理学原理的理解。

2. 培养与提高学生的科学实验能力,其中包括:

(1) 自学能力——能够通过阅读实验教材或资料,作好实验前的准备;

(2) 实践能力——能够借助教材和仪器说明书,正确调整和使用常用仪器;

(3) 思维判断能力——能够运用物理学理论,对实验现象或数据进行初步的分析和判断;

(4) 表达书写能力——能够正确记录和处理实验数据,设计表格,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;

(5) 简单设计能力——能够根据课题要求,确定实验方案和条件,合理选择仪器,拟定具体的实

验程序,完成具有简单设计性内容的实验。

3. 培养和提高学生科学实验的素养,要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风,严肃认真的工作态度,主动研究的探索精神,遵守纪律、爱护公共财物和团结协作的优良品德。

物理实验课是一门实践性课程,学生是在自己独立工作的过程中增长知识、提高能力,因而上述教学目的能否达到,在很大程度上取决于学生自己的努力程度。

二、物理实验课的主要教学环节

物理实验是学生在教师指导下独立进行实验的一种实践活动,实验教学不可能像理论教学那样使所有的学生按同一进度进行。因此,物理实验课就要求学生有较强的独立工作能力和更为认真的学习态度。学好物理实验课的关键在于把握好下列三个基本环节:

1. 实验前的预习

预习是进行实验的基础。预习时首先要认真阅读教材,明确实验的目的和要求,正确理解实验所依据的原理和采用的方法,初步了解实验仪器的构造原理、主要性能、使用方法和操作注意事项,并在此基础上写出预习报告。预习报告内容主要包括以下几个方面:①实验目的与要求;②实验原理摘要(包括主要计算公式及扼要文字说明,实验原理和装置图,待测物理量的测量方法和条件);③主要仪器设备;④列出记录数据用的表格;⑤实验注意事项及思考有关问题。

学生必须用练习本写好预习报告,上课时,教师将检查学生的预习情况,对于没有预习和未完成预习报告的学生,教师有权停止该生本次实验。

2. 实验中的操作

实验操作是实验的主要内容,是培养科学实验能力的主要环节。进入实验室后,必须遵守实验规则,服从教师的指导。对于严重违反实验规则者,教师应停止其实验,并按有关规定处理。

实验时应仔细阅读有关仪器的使用说明和注意事项,在教师的指导下正确使用仪器,注意爱护仪器设备,稳拿妥放,防止损坏。对于电学实验,必须经教师检查电路连接正确无误后,方可接通电源进行实验。

实验初始可作试验性探索操作,粗略观察实验过程和数据状况,若无异常现象,便可正式进行实验。实验数据记录是科学实验的一项基本功,在观察、测量时要做到正确读数。记录数据必须注意有效数字和单位,用钢笔或圆珠笔将数据记录在预习报告的数据表格中,不要使用铅笔。同时还要记录实验所用的仪器名称、规格型号、编号和被测量样品的号码或其他标记,以便事后需重复测量或校核实验结果时用。切勿将数据随意记录在草稿纸上,不可事后凭回忆“追忆”数据,更不能拼凑或随意涂改数据,严禁抄袭别人数据。数据测量完毕,要把测量结果交给教师审阅,对不合理或错误的实验数据,经分析原因后要补做或重做。数据经教师认可签字后,方可整理复原仪器,并做好清洁工作。

要逐步学会分析实验,排除实验中出现的各种较简单的故障。实验原始数据及结果是否正确主要是靠分析实验本身来判断,即必须分析实验方法是否正确?仪器误差有多大?实验环境有多大影响等等。出现误差并不可怕,问题在于误差的大小是否合理,能否正确分析实验,找出成败的原因。

3. 实验后的报告

实验报告是实验工作的书面总结,其目的是为了培养和训练学生以书面形式总结工作的能力。对实验报告最基本的要求是:字迹清楚、文理通顺、层次分明、图表正确、数据完整和结论明确。实验报告要求用统一规格的实验报告纸书写,报告应包括以下几个部分:

(1)实验名称;

(2)实验目的；

(3)实验原理,原理简述应该是在对教材内容理解的基础上用自己的语言简要叙述,要求做到简明扼要,图(原理图、装置图)文并茂,并列测量和计算所依据的公式,注明公式中各量的物理意义及公式的适用条件,待测量的测量方法及实验数据处理方法等；

(4)实验仪器,注明实验中所使用的仪器名称、型号、规格、编号等；

(5)实验内容与步骤,写出具体的操作步骤,特别是应指出关键性的调整方法和测量技巧；

(6)数据处理,原始测量数据一般应以列表形式完整清晰地给出,数据处理的过程应先写出计算公式,再代入数据,给出计算结果,并进行误差和不确定度分析,有时还应作图线等,在计算处理完成以后,必须以醒目的方式完整地表达出实验结果；

(7)实验讨论,讨论内容一般不受限制,可以是对观察到的现象、实验结论和误差来源进行分析,也可以是实验方案及其改进意见的评述,回答实验思考题,叙述实验后的心得体会等。实验讨论内容是最开放、最灵活的部分,重在说理,所以最能反映实验者观察和分析问题能力的高低。

第一章 测量误差、不确定度和数据处理

科学实验的任务不仅要定性地观察自然现象,而且还要定量测量有关物理量以及它们之间的量值关系。在进行测量的时候,由于测量器具、测量方法、测量环境及测量人员等诸多因素的影响,使得测量结果与真值之间总会有一定的差异。通过对测量数据的误差分析和数学处理,能科学地评价测得的物理量或物理关系接近于客观真实的程度,以求得对自然现象本质的认识。本章主要介绍测量误差、不确定度和数据处理的基本知识。

第一节 测量与误差

一、测量及其分类

在科学实验中,一切物理量都是通过测量得到的。测量是进行科学实验必不可少的极其重要的一环,测量手段的好坏,测量精度的高低,反映了一个时代的科学技术水平。所谓测量,就是用一定的量具或仪器,通过一定的方法,将被测物理量与规定为标准单位的同类物理量进行比较,其倍数即为待测物理量的测量数值,一个物理量的测定值等于测量数值与单位的乘积。所以测量数据应包括数值和单位,二者缺一不可,一个数值有了单位,便具有了一种特定的物理意义,这时它才可称为一个物理量。目前物理学中各物理量的单位,都采用中华人民共和国法定计量单位,它是以国际单位制(SI)为基础的单位,见附表。

测量可分为直接测量和间接测量两大类。可以用测量仪器或仪表直接读出测量值的测量,称为直接测量。例如用秒表测量时间;用米尺测量长度;用电表测量电流强度或电压等。而更多的物理量是由一些直接测量量通过一定的函数关系式计算得出的,这样的测量就称为间接测量。例如圆柱的体积是通过直接测量其直径 D 和高度 H ,由公式 $V = \frac{\pi D^2 H}{4}$ 算得的。值得指出的是同一物理量,有时由于选用的测量方法不同,它可以是直接测量量,也可以是间接测量量。例如,上面所说的圆柱体积,若改用排水法,它又成为直接测量量了。

如对某一物理量进行多次重复测量,而且每次的测量条件都相同(同一组仪器,同一种实验方法,同一实验环境和同一观察者),测得一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$,尽管各次测得结果有所不同,但我们没有任何充足的理由可以判断某次测量比另一次更精确,这样只能认为每次测量的精确程度是相同的。于是将这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量,这样的一组数据称为测量列。在诸测量条件中,只要有一个发生了变化,这时所进行的测量就为不等精度测量。

严格地说,在实验中保持测量条件完全相同的多次测量是极其困难的。但当某一条件的变化对测量结果影响不大,甚至可以忽略时,仍可视这种测量为等精度测量。为了简化问题的讨论,本章只限于研究等精度测量的数据处理问题。

二、误差

在一定的条件下每个物理量都有一个客观存在的值,称为该物理量的真值。测量的目的就是要

使测量结果尽可能接近真值。但是测量必须使用一定的仪器,依据一定的方法,在一定的环境下由测量者完成。由于测量仪器、方法、条件和人员水平等种种因素的局限,不可能使测量结果与客观真值完全相同,我们所测得的只能是某物理量的近似值,也就是说,待测物理量的真值是无法测得的,这就使测量值与真值之间有一定的差异。测量值与真值之差称为测量误差,简称误差。即

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值} \quad (1-1)$$

上式定义的误差反映了测量值偏离真值的大小和方向,因此又称为绝对误差。测量的相对误差表示为

$$\text{相对误差} = \frac{\text{误差}}{\text{真值}} \times 100\% \quad (1-2)$$

误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程之中,所以科学实验的结果不仅要知道测量所得的结果,而且还要知道误差的范围。实验者要从测量中正确认识客观规律,就必须分析误差产生的原因和性质,正确处理所测数据,确定误差范围,尽量消除或减少误差,以便能在一定条件下得到接近于真值的最佳结果。在设计一项实验时,必须根据要求和误差限度来制定或选择合理的实验方案、测量仪器和条件,力求以最低的代价获得最佳的结果,这是一个优秀实验工作者应具备的素质。

第二节 误差分类及其处理方法

误差产生有多方面的原因,从误差的性质和来源可将误差分为系统误差和随机误差两大类。

一、系统误差

在相同的条件下,多次测量同一物理量,误差的绝对值和符号保持不变,或按其确定的规律变化,这种误差称为系统误差。系统误差的特征是它的确定性,主要来自四个方面:

(1)仪器误差 这是由测量仪器本身的缺陷或没有按规定使用而引起的。如米尺本身长了或短了一点,等臂天平不等臂,电压表的示值不准等。

(2)方法误差 由于测量理论的近似或测量方法的不完善所引起的误差。例如称重量时未考虑空气浮力,采用伏安法测电阻时没有考虑电表内阻的影响等。

(3)环境误差 由于实际测量环境条件与规定条件不一致所引起的误差。如电阻与温度的关系为

$$R = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2$$

式中, R 为温度 t 时的电阻, R_{20} 为温度 20°C 时的电阻, α 和 β 分别为电阻的一次及二次温度系数。若在实验中不测温度或温度未加控制就用 20°C 时的电阻值作为任意温度下的电阻值,则将带来系统误差 $\Delta = -\alpha(t - 20) - \beta(t - 20)^2$ 。

(4)人员误差 这是由于实验观察者生理或心理特点所造成的,通常与观测人员的反应速度或固有习惯等有关。如记录信息或计时的滞后,对准目标时始终偏左或偏右,估计读数时始终偏大或偏小等。

由于系统误差在测量条件不变时有确定的大小和方向,因此,在同一测量条件下多次测量求平均不能减小或消除系统误差。实验者必须找出产生系统误差的原因,有针对性地加以消除或引入修正值对测量结果进行修正。例如,为消除天平的不等臂误差,可采用复称法,即将被测物分别放在左右两盘,秤得其质量为 m_1 和 m_2 ,则物体的质量 $m = \sqrt{m_1 m_2}$ 。

能否发现和消除或减小系统误差与实验者的经验和实际知识有着密切关系,对于初学者来说

是一件困难的事情,应该从一开始就逐步地积累这方面的感性知识。实验时要认真分析实验理论、方法、仪器及步骤等可能引起的误差因素,针对具体实验对系统误差加以处理,不能轻易放过。

二、随机误差

当竭力消除或减小一切明显的系统误差之后,在相同条件下对同一物理量进行多次重复测量时,还会发现各测量值之间仍有差异,由此而产生的误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化着,称为随机误差(或偶然误差)。随机误差的特点是随机性,既不可预测又无法控制。这种误差的来源也是多方面的,主要表现为:

(1)环境因素 实验条件和环境因素微小的、无规则的起伏变化,如空气流动、温度、湿度的起伏、电压的波动以及杂散电磁场的不规则脉动等均会影响测量的结果。

(2)主观因素 与观测者生理分辨本领、感官灵敏程度、手的灵活程度及操作熟练程度和估计读数误差等有关。

(3)仪器因素 测量器具精度不够高,稳定性差,如指针忽左忽右偏转、不固定等。

随机误差的出现,从表面上看,似乎纯属偶然,对任意一次测量而言,测量值偏离真值的大小和符号是不确定的。但在保持测量条件不变的情况下重复测量的次数很多时,随机误差服从一定的统计规律。实践和理论都证明,大部分测量的随机误差服从图 1-1 所示的正态分布规律。图中横坐标表示误差 $\Delta = x - a$,其中 x 为测量值, a 为真值;纵坐标为一个与误差出现的概率有关的概率密度函数 $f(\Delta)$,其物理意义为:测量误差落在 $(-\Delta, +\Delta)$ 区间内的置信概率 P 为

$$P = \int_{-\Delta}^{+\Delta} f(\Delta) d\Delta$$

可见测量误差(或测量值)为某一确定值的概率为零,只能是以某一确定的概率落在某个区间。 $f(\Delta)$ 必然满足下列归一化条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta) d\Delta = 1$$

从图 1-1 中可看出,服从正态分布的随机误差曲线具有以下属性:

单峰性 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率要大。

对称性 绝对值相等的正误差和负误差的出现概率相同。因此,随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零,即:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = 0$$

有界性 绝对值很大的误差出现的概率趋于零,亦即误差有一定的实际限度。

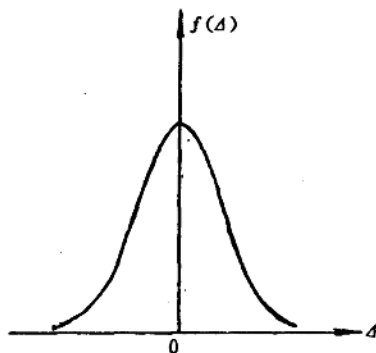


图 1-1 正态分布

设实验中已消除了系统误差,在同一条件下对某量 x 进行 n 次等精度、独立的测量,得到测量值为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。该测量列的算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-3)$$

根据误差理论,算术平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值,称为待测量的最佳值,因此我们可以用算术平均值表示测量结果。这是因为:

(a) 由于测量值无明显系统误差, 故每个测量值的随机误差为

$$\Delta_i = x_i - a$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - a = \bar{x} - a = 0$$

$$\bar{x} = a$$

即当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{x} \rightarrow a$, 所以算术平均值是真值 a 的最佳估计值。

(b) 当测量次数 n 为有限次时, 如何表达出待测量 x 的最终结果呢? 假如最佳结果表达值 X 的选择原则是最小二乘法原理, 即测量误差的平方和 S 应最小, 即

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2 \rightarrow \min$$

由求极值的法则可知, 要使上式得到满足, S 对 X 的微商应等于零

$$\frac{dS}{dX} = 2 \sum_{i=1}^n (x_i - X) = 0$$

于是

$$nX - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

所以 $\bar{x}$ 是最佳值。

$\bar{x}$ 虽是最佳结果, 但毕竟不是真值 a , $\bar{x}$ 与 a 之间有多少差距呢? 例如测同一物理量 x 时, 我们第一次对其进行 n 次重复测量, 得一测量列。同样, 第二次再对其 n 次重复测量, 得另一测量列, 若算出的 $\bar{x}$ 相同, 仅有一个不同之处是第一列的各数据比较集中, 而第二列的数据很分散。我们可以说第一列的 $\bar{x}$ 精密度高, 而第二列的 $\bar{x}$ 精密度低。换句话说, 对同样的测量次数 n 而言, 平均值 $\bar{x}$ 离开真值的程度, 尚需视原来各数据的离散程度而定。要描述数据的离散程度, 可以从计算各测量值 x_i 偏离算术平均值 $\bar{x}$ 的大小着手。但由于 x_i 各不相同, 只能求平均的误差。而简单的代数平均, 则常由于随机误差的正、负相消而不能如实地反映离散的情况, 在这种情况下, 多次测量值的误差可用测量值与算术平均值之差表示, 称为平均误差 (或称为平差):

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

把各次测量值的平差 Δx_i 平方的平均值再开方, 称为标准偏差 (或均方根偏差)。定义

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-4)$$

其中 S_x 称为测量列中单次测量的标准偏差。如 S_x 值小, 反映了测量列中各数据比较集中, 测量的精密度较高; 如 S_x 值大, 则数据分散, 测量精密度低。在测量同一个量时, 对于测量次数 n 相同的各测量列而言, S_x 小时, 其 $\bar{x}$ 较为可靠; S_x 大的, $\bar{x}$ 较不可靠 (注意这均指不存在系统误差的情况)。

例 1-1. 用螺旋测微计测量某一铜环的厚度六次, 得到的测量值由下表给出:

i	1	2	3	4	5	6
H_i (mm)	9.515	9.518	9.516	9.515	9.513	9.517

求 H 的算术平均值和标准偏差。

解: 利用式 (1-3) 和式 (1-4), 有

$$\bar{H} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 H_i = \frac{1}{6} (9.515 + 9.518 + \cdots + 9.517) = 9.516 \text{ (mm)}$$

$$S_H = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (H_i - \bar{H})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5} [(9.515 - 9.516)^2 + (9.518 - 9.516)^2 + \cdots + (9.517 - 9.516)^2]}$$

$$= 0.002 \text{ (mm)}$$

第三节 仪器误差

测量是用仪器或量具进行的,有的仪器比较粗糙或灵敏度较低,有的仪器比较精确或灵敏度较高,但任何仪器都存在误差。仪器误差是指在正确使用仪器的条件下,测量所得结果和被测量的真值之间可能产生的最大误差,用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示。仪器误差通常是由制造工厂或计量机构用精度更高的仪器或量具,经过检定比较后给出,或者是按仪器的准确度等级进行推算后获得。在单次测量中,我们常用仪器误差来估算测量的误差限。常用仪器的仪器误差由表 1-1 给出。

表 1-1 常用仪器的仪器误差

仪器名称	量 程	分度值(准确度等级)	仪器误差
钢直尺	0~300 mm	1 mm	$\pm 0.10 \text{ mm}$
	300~500 mm		$\pm 0.15 \text{ mm}$
	500~1000 mm		$\pm 0.20 \text{ mm}$
钢卷尺	0~1000 mm	1 mm	$\pm 0.5 \text{ mm}$
	1000~2000 mm		$\pm 1.0 \text{ mm}$
游标卡尺	0~300 mm	0.02 mm	$\pm 0.02 \text{ mm}$
		0.05 mm	$\pm 0.05 \text{ mm}$
		0.10 mm	$\pm 0.10 \text{ mm}$
螺旋测微计 (一级)	0~100 mm	0.010 mm	$\pm 0.004 \text{ mm}$
	100~150 mm		$\pm 0.005 \text{ mm}$
	150~200 mm		$\pm 0.006 \text{ mm}$
TW-1 物理天平	1000 g	100 mg	$\pm 50 \text{ mg}$
WL-1 物理天平	1000 g	50 mg	$\pm 50 \text{ mg}$
TG928A 矿山天平	200 g	10 mg	$\pm 5 \text{ mg}$
水银温度计	-30~300 °C	1 °C, 0.2 °C, 0.1 °C	分度值
读数显微镜		0.010 mm	$\pm 0.004 \text{ mm}$
数字式电表			最末一位的一个单位
指针式电表		0.1, 0.2, 0.5, 1.0 1.5, 2.5, 5.0	$\pm \text{量程} \times \text{准确度等级} \%$

仪器的准确度等级 a 是表示仪表本身在正常工作条件下使用时可能发生的最大绝对误差与仪表量程的百分比值。由此可见,在选用仪表的量程时要尽可能使所测数值接近仪表的量程,其测量的准确度才接近于仪表的准确度。

仪器误差具有系统误差和随机误差两重性,其性质在很大程度上取决于仪器的精度。

第四节 测量不确定度及其估算

一、不确定度基本概念

1981年10月国际计量委员会制定了“实验不确定度的说明、建议书”，建议用“不确定度(uncertainty)”一词取代“误差(Error)”来评定测量结果的质量，这一决议已在世界范围内推广。我国国家计量技术规范 JJG1027-91《测量误差及数据处理(试行)》于1992年10月1日开始实施。该规范中明确定义，不确定度是由于误差的存在而对被测量不能肯定的程度，测量结果总不确定度 U 是表征被测量真值所在量值范围的评定。

测量结果不确定度可表示为：

$$\begin{cases} x = x_0 \pm U_x & \text{单位} \\ E_x = \frac{U_x}{x_0} \times 100\% \end{cases} \quad (1-5)$$

其中 x_0 为待测物理量 x 的测量值，可以是单次测量值或多次测量的算术平均值。公式(1-5)表示待测量 x 的真值以一定的置信概率落在 $(x_0 - U_x, x_0 + U_x)$ 区间内。因此测量结果的最终表达式中必须包含 ① 数值(测量值和不确定度)、② 单位、③ 所表示数值的可置信程度三个要素。当取约定置信概率 $P = 0.95$ 时，可不必说明 P 值。

二、直接测量结果的不确定度计算

传统的误差理论将误差划分为系统误差和随机误差，这些划分在理论和实践中都遇到不少困难。以不确定度为主要特征的现代误差理论，只提出由统计方法计算的 A 类不确定度和非统计方法计算的 B 类不确定度两个概念，而 A 类 B 类间的差别也不需要太明确。

A 类不确定度 (多次测量时)用统计方法计算的不确定度分量 $S_1, S_2, \dots, S_n$ 。如果这些分量间彼此独立，那么 A 类不确定度 Δ_A 为

$$\Delta_A = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_i^2}$$

在大学物理实验中，我们假设表征测量数据离散性的 A 类不确定度分量遵从正态分布，那么 Δ_A 可简化为由测量列的标准偏差 S_x 乘以因子 $t/\sqrt{n}$ 得到

$$\Delta_A = \frac{t}{\sqrt{n}} S_x$$

式中 t 为与一定置信概率 P 相联系的置信因子，当取约定置信概率 $P = 0.95$ 时，测量次数 n 确定后， $t/\sqrt{n}$ 由表 1-2 给出。

表 1-2 $P=0.95$ 时因子 $t/\sqrt{n}$ 的值

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
$\frac{t}{\sqrt{n}}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.55	0.47	$\frac{1.96}{\sqrt{n}}$

当测量次数 $n = 6 \sim 8$ 次时，可取 $t/\sqrt{n} \approx 1$ ，则 A 类不确定度分量 Δ_A 表示为

$$\Delta_A = S_x \quad (1-6)$$

B类不确定度 用其他非统计学方法评定的不确定度分量 $u_1, u_2, \dots, u_n$, 同样, 如果这些分量彼此独立, B类分量 Δ_B 为

$$\Delta_B = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2}$$

在物理实验中一般只考虑仪器误差所带来的B类分量, 用仪器的误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 估计其模拟标准偏差:

$$\Delta_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$$

C为修正因子, 与仪器误差的分布类型有关。物理实验中常用仪器误差的概率密度函数, 一般可认为服从均匀分布, 此时 $C = 1.05 \approx 1$ 。所以B类不确定度分量 Δ_B 简化为

$$\Delta_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (1-7)$$

总不确定度 设A、B两类不确定度间彼此独立, 总不确定度 U 由 Δ_A 和 Δ_B 通过方和根合成得到

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (1-8)$$

当测量次数 $n = 1$ (即单次测量) 时, 我们直接用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示测量结果的不确定度, 即

$$U = \Delta_{\text{仪}}。$$

例 1-2. 用分度值为 0.02 mm 的游标卡尺测量某铜环的内径 d 六次, 测量数据如下:

i	1	2	3	4	5	6
d_i (mm)	9.98	9.96	9.98	10.00	9.94	9.96

求其测量结果。

解:

$$\bar{d} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i = \frac{1}{6} (9.98 + 9.96 + \dots + 9.96) = 9.97 \text{ mm}$$

$$S_d = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum (d_i - \bar{d})^2} = \sqrt{\frac{1}{5} [(9.98 - 9.97)^2 + \dots + (9.96 - 9.97)^2]} = 0.02 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\text{仪}} = 0.02 \text{ mm}$$

$$U_d = \sqrt{S_d^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = \sqrt{0.02^2 + 0.02^2} = 0.03 \text{ mm}$$

$$\therefore d = 9.97 \pm 0.03 \text{ mm}$$

三、间接测量结果和不确定度的合成

间接测量是指由直接测量量通过一定的数学公式计算得到的结果。显然直接测量结果的不确定度必然会影响到间接测量结果。

设间接测量量 N 是直接测量量 $x, y, z, \dots$ 等的函数, 其函数形式为:

$$N = f(x, y, z, \dots)$$

在一级近似的情形下, 间接测量 N 的平均值 (即最佳值) 为:

$$\bar{N} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) \quad (1-9)$$

若 $x, y, z, \dots$ 的不确定度 $U_x, U_y, U_z, \dots$ 之间相互独立, 则 N 的不确定度 U_N 由以下合成公式求得

$$U_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \quad (1-10)$$

有时为了计算方便,通常可先计算出相对不确定度 $E = \frac{U_N}{N}$ 的值,然后再由 $U_N = EN$ 求出不确定度 U_N 。

$$\frac{U_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \quad (1-11)$$

当函数形式主要以和差形式出现时,一般采用式(1-10)计算 U_N ;而当函数主要以积商或乘方开方形式出现时,用式(1-11)计算 U_N 较为方便。

同样,间接测量的最终结果可表示为

$$N = \bar{N} \pm U_N \quad \text{单位} \quad (1-12)$$

例 1-3. 已知某空心圆柱体的外径 $D = 2.995 \pm 0.006 \text{ cm}$, 内径 $d = 0.997 \pm 0.003 \text{ cm}$, 高 $H = 0.9516 \pm 0.0005 \text{ cm}$, 求体积 V 和不确定度 U_V , 并写出测量结果表达式。

$$\text{解: } V = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) H = \frac{3.1416}{4} (2.995^2 - 0.997^2) \times 0.9516 = 5.961 \text{ cm}^3$$

$$\ln V = \ln \frac{\pi}{4} + \ln (D^2 - d^2) + \ln H$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D} = \frac{2D}{D^2 - d^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial d} = -\frac{2d}{D^2 - d^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial H} = \frac{1}{H}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_V}{V} &= \sqrt{\left(\frac{2D}{D^2 - d^2}\right)^2 U_D^2 + \left(-\frac{2d}{D^2 - d^2}\right)^2 U_d^2 + \left(\frac{1}{H}\right)^2 U_H^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2 \times 2.995 \times 0.006}{2.995^2 - 0.997^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.997 \times 0.003}{2.995^2 - 0.997^2}\right)^2 + \left(\frac{0.0005}{0.9516}\right)^2} \\ &= 0.0046 \end{aligned}$$

$$\text{于是 } U_V = 0.0046 \times V = 0.0046 \times 5.961 = 0.03 \text{ cm}^3$$

$$V = 5.96 \pm 0.03 \text{ cm}^3$$

第五节 有效数字及其运算法则

对任何物理量的测量结果都不可避免地存在着或多或少的误差,而代表测量值大小的数值,其位数却不能任意地取舍,应能反映出测量的准确度。另外,数据计算都有一定的近似性,计算过程中既不必超过原测量时的准确性,也不能使原测量的准确性受到损失,即计算的准确性必须与测量时的准确性相适应。所以,在记录数据、计算以及书写测量结果时,必须按有效数字及其运算法则来处理数据。熟练地掌握这些知识,是大学物理实验的基本要求之一,也为将来科学处理数据打下基础。

一、有效数字的基本概念

前面指出,测量结果表示中数值部分应包括测量值和不确定度,因此表示一个物理量的测量结果都不可避免地要与误差联系起来。如例 1-3 中体积的平均值 $\bar{V} = 5.961 \text{ cm}^3$, 其不确定度 $U_V = 0.03 \text{ cm}^3$, 那么 $\bar{V}$ 的最后结果应如何表示? 由 U_V 的数值可知小数后的百分位上已有误差,则 $\bar{V} = 5.961$ 中的“6”已是具有误差的不准确数,表示 $\bar{V}$ 结果时后面一位“1”已无意义。上述结果的正确表示应为