

高等学校交流讲义

热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编



中国工业出版社

高等学校交流讲义

热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编



中国工业出版社

本书包括下列部分：一、誤差理論及測量的基本知識；二、壓力及真空的測量儀表；三、流量測量儀表；四、料面測量儀表；五、溫度測量儀表；六、氣體分析器及物質性質測量儀表。

书中对上述各种仪表的作用原理、结构作了较全面的介绍，并分析了它们的测量误差产生的原因。

本书可供热工仪表、化工生产过程自动化及同类性质的专业作交流讲义。

本书由天津大学、浙江大学、华东化工学院、上海机械学院、哈尔滨工业大学、清华大学、北京化工学院、华南化工学院、成都工学院及华中工学院等十院校集体选编而成。

热工测量仪表

天津大学等十院校集体选编

*

第一机械工业部教材编审委员会编輯(北京复兴门外三里河第一机械工业部)

中国工业出版社出版(北京修麟閣路丙10号)

(北京市书刊出版事业許可証出字第110号)

新华社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

*

开本787×1092₁/16·印张281/4·字数663,000

1961年8月北京第一版·1962年6月北京第三次印刷

印数5,328—8,867·定价(10-5)3.30元

*

统一书号：K15165·488(一机-115)

目 次

第一篇 緒論	
第一章	測量誤差理論
第一节	測量的分类
第二节	誤差理論要点
第三节	測量仪表的一般知識
第二篇 壓力和真空度的測量	
第二章	液体壓力計
第三章	彈簧機械式壓力計
第一节	膜式通風計、風壓計及壓力計
第二节	彈簧管壓力計、真空計和壓力-真空計
第四章	活塞式壓力計
第五章	電氣式壓力計和真空計
第一节	電阻式壓力計
第二节	電容式壓力計
第三节	壓電式壓力計
第四节	壓磁式壓力計
第五节	热電阻真空計
第六节	电离真空計
第七节	放射性同位素真空計
第八节	一般工作法的和裝置儀表的要規則
第三篇 液体、气体、蒸汽的总量和流量的測量	
第六章	速度式和容积式流量計和計量表
第一节	速度式流量計
第二节	扁圓齒輪式液体計量表
第七章	用動壓測定管來測量液体和气体的流速和流量
第八章	用節流式測量裝置來測量液体、气体和蒸汽的流量
第一节	理論基础
第二节	節流式測量裝置的标准型式
第三节	在用標準節流裝置測量流量時所用計算公式中的系数和改正因數
第四节	关于物质重度的求法
第五节	計算的公式
第六节	流量測量的誤差
第七节	節流裝置的計算
第八节	液体、气体和蒸汽流量測量的
第九章 特殊情況	
第一节	標準節流裝置的安装
第十章 差压計	
第一节	差压計的一般知識及其分类
第二节	攜帶式液体差压計
第三节	浮子式差压計
第四节	环式差压計
第五节	钟罩式差压計
第六节	彈簧式差压計
第七节	差压計的机械式积算器
第八节	远距离傳訊差压計
第九节	用节流裝置来測量物质流量的注意事項
第十章 固定压力降的流量計	
第一节	轉子流量計
第二节	閥塞式流量計
第十一章 電氣式流量計	
第一节	电磁流量計
第二节	超声波流量計
第三节	放射性同位素流量計
第四节	热電式流量計
第四篇 料面測量	
第十二章	常用料面計
第十三章	放射性同位素及超声波料面計
第一节	放射性及其測量的原理
第二节	放射性料面計
第三节	超声波料面計
第五篇 溫度測量	
概論	
第一节	基本概念
第二节	溫度标尺的基本概念，攝氏、華氏和列氏溫标
第三节	熱力学溫度标尺
第四节	国际溫标
第五节	溫度計的分类
第十四章	膨脹式溫度計
第一节	液体膨脹式溫度計
第二节	固体膨脹式溫度計
第十五章	压力表式溫度計
第一节	压力表式溫度計的作用原理和构造
第二节	液体压力表式溫度計的計算及

其誤差	226	第一节 由于感受元件安装不正确而引起的誤差	344
第三节 气体压力表式溫度計的計算及其誤差	230	第二节 濕溫感受元件的动态誤差	347
第四节 蒸汽壓力表式溫度計的計算及其誤差	232	第三节 高速流动介质溫度的測量	348
第五节 壓力表式溫度計的惰性以及三种壓力表式溫度計的比較	235	第四节 固體溫度和表面溫度的測量	350
第十六章 热电高温計	236	第五节 火焰溫度的測量	352
第一节 一般概念	236	第六篇 气体分析器和物质性质測量仪表	
第二节 热电偶作用原理	236	概論	353
第三节 冷接点溫度补偿	240	第二十一章 化学式气体分析器	356
第四节 热电偶測量線路	242	第一节 体积压力法(或称吸收式)气体分析器	356
第五节 热电极材料和常用热电偶	245	第二节 化学反应热式气体分析器	359
第六节 热电偶的构造	248	第三节 比色式气体分析器	363
第七节 毫伏計的动作原理	251	第二十二章 热导式气体分析器	368
第八节 毫伏計測溫誤差以及毫伏計的附加电阻	254	第一节 概述	368
第九节 毫伏計的构造	257	第二节 ГЭУК-21型CO ₂ 及CO+H ₂ 分析器	376
第十节 电位計及其作用原理	260	第二十三章 氧气分析器	379
第十一节 标准电池	262	第一节 磁性氧分析器	380
第十二节 實驗室用电位計	262	第二节 去极化式微量氧分析器	392
第十七章 电阻溫度計	277	第二十四章 紅外綫分析器	396
第一节 作用原理	277	第一节 基本原理	396
第二节 热电阻材料	278	第二节 工业用紅外綫气体分析器	404
第三节 热电阻的构造	280	第二十五章 电导式成分分析器	408
第四节 测量热电阻电阻值的仪表	283	第一节 基本作用原理	408
第五节 电阻溫度計的測溫誤差	290	第二节 电导池的結構問題和溫度的影响	411
第十八章 电子式二次仪表	292	第三节 电导式濃度測定仪的溫度补偿	412
第一节 概述	292	第四节 苏联 PЭC-106型盐量計	416
第二节 电子自动电位計	293	第五节 DD-5型硫酸濃度計	420
第三节 电子自动平衡电桥	313	第六节 非接触电导式濃度計——电磁濃度計	423
第四节 感应式电子仪表	316	第二十六章 色层分析仪	426
第五节 电子式二次仪表的測量誤差	322	第二十七章 质譜仪器	427
第六节 二次仪表的发展趋势	322	第一节 磁場偏轉式质譜仪器	428
第十九章 辐射式高温計	327	第二节 射頻质譜計	434
第一节 辐射高温計的理論基础	327	第二十八章 氢离子濃度(pH)的測量及pH計	435
第二节 光学高温計的作用原理及其构造	331	第一节 作用原理	435
第三节 光学高温計讀数上应加的改正值	334	第二节 电极	437
第四节 光学高温計測溫誤差的估算	334	第三节 测量仪表	440
第五节 光电式高温計	335	第二十九章 物质性质測量仪器	444
第六节 全辐射高温計的作用原理及其构造	337	第一节 粘度測量	444
第七节 全辐射高温計測溫誤差的估算法	338	第二节 湿度測量	445
第八节 比色式高温計	339	第三节 液体及气体比重的測量	450
第二十章 在測量溫度时发生的誤差及特殊条件下的溫度測量	344		

第一篇 緒論

在連續性的熱力生產過程，如化工、石油煉製、熱能動力及冶金等生產過程中，必須在嚴格地保持預定的條件下，生產才有可能高效率地進行，最終產品的質量才會有所保證。為要達到這個目的，首先必須確切地知道表征過程進行情況的諸物理參數值，如溫度、壓力、流量以及成分等，而後根據了解的結果，通過人工或自動調整裝置，改變輸入或輸出的物質量或能量，使過程能隨時都維持預定的條件。此外，由於高溫和高壓技術在生產中的應用，只有廣泛地應用測量儀表，才有可能確保生產安全進行。因此就對測量技術提出一系列的要求。

熱工儀表就是用來測量表征熱力過程進行情況的諸物理參數的儀表，它是人們管理這類生產的重要工具。

因此世界各國都十分重視熱工儀表生產的發展。尤其是在近廿年中，由於廣泛地應用新科學成就的結果，熱工儀表得到了巨大的發展。

解放前，我國是一個半封建半殖民地的國家，由於帝國主義和官僚買辦資產階級的殘酷掠奪和壓迫，生產極端落後，沒有自己的工業體系，更談不上儀表生產了，一些簡單的儀表都必須依賴於外國。

解放後十多年来，在黨的正確領導下，初步建立起自己的工業體系。隨著社會主義建設事業的發展，熱工儀表製造業也逐步建立起來，特別是在1958年工農業全面大躍進以來，取得了空前未有的成就。目前，在儀表生產方面，不僅初步建立起生產基地，而且也建立了科學研究和培養人才的基地；不但能生產一般的熱工測量儀表，而且也完成了不少高、大、精、尖產品的研究和試制工作。所有這些成績是在黨的總路線的光輝照耀下取得的。

目前，工業生產和科學技術先進的世界各國，特別是蘇聯，為了適應生產的高度機械化和自動化，熱工儀表的研究和生產都發展得很快。总的看來，目前的情況和今後的趨勢可以概括為以下幾個方面。

首先是儀表的標準化和系列化。這一工作的目的，一方面在於大大地簡化儀表的生產過程，使得能以最少的零件（或元件），裝配成適用於測量多種參數和不同測量範圍的儀表，另一方面也簡化使用部門對儀表的安裝和經常的維修工作。蘇聯在這一方面已經達到了很高的水平，許多儀表都有比較完整和成熟的系列，標準化的程度也很高。

在標準化系列化的基礎上，進一步發展起來的是儀表的單元組合。所謂單元組合是將一個結構複雜的基地式儀表，分解成能完成一定作用的獨立單元，根據生產上不同的要求，這些獨立單元可以採用不同的方式進行組合來完成預定的作用。這就大大地增進了儀表在使用上的靈活性，降低了製造成本，消除了基地式儀表龐大複雜的缺點。

其次關於新技術應用在測量方面的研究工作已廣泛開展起來了，而且已獲得一定成果，如應用超聲、微波、放射性同位素、質譜分析及半導體等新技術的儀表已出現不少種類型。這類儀表的特點是惰性小、反應快，而且能夠完成許多在某些特殊條件下利用一般物理性質的儀表所不能勝任的測量任務。

在生產中不斷提出對測量超高溫、特低溫、超高壓、特低壓以及微流量的要求，因此，

关于测量这类参数的热工仪表将成为研究工作的重要課題。

值得提出的是有关在热力过程中使用成分分析仪器的問題，已經引起了广泛的注意，而各个国家都在大力开展这方面的研究工作。因为通过成分測量来管理生产和自动控制生产过程要比利用溫度、压力或流量等参数来得及时可靠，有助于降低損耗提高设备的生产能力和产品的质量。这将是热工仪表发展的重要方向之一。

在提高現有各种热工仪表的精度和灵敏度方面，也是一个重要的問題。此外，有关远距离測量以及数字仪表，随着生产的发展，也日益显示出它的重要意义。

我国自 1958 年工农业全面大跃进以来，对热工仪表提出了更高更多的要求。为了适应这种要求，有关以上几方面的研究工作都已开展起来，而且已获得很大的成果。但是与此同时，必須注意我国的具体情况。我国过去是一个一穷二白的国家，各工业部門正在成长壮大，一方面要繼續建立新型的大企业，另一方面也必須大力发展中小型企业。特别是在党中央提出的以农业为基础大抓农业的前提下，为了满足农业战綫上的要求，小型化学肥料工厂和农药厂不断增加。因此，在热工仪表工业中，也必須采取两条腿走路的办法，一方面要适应现代化大型企业的需要，同时也必須注意研究和制造結構簡單，使用方便的仪表，以滿足各种不同类型工厂配套的需要。

* * *

热工仪表根据不同的角度有不同的分类方法，目前用得比較普遍的仍是按測量参数进行分类。

热工仪表按参数分类計有：

1. 壓力測量仪表；
2. 流量及总量測量仪表；
3. 液面及料面測量仪表；
4. 溫度測量仪表；
5. 气体分析器及物性測量仪表。

本书就按这种系統进行介紹。

第一章 測量誤差理論

第一节 測量的分类

測量是一种辨别性的工作过程，主要是用实验的方法来决定所测物理量与被采用的測量单位之間的数字比值。

这个关系可以表示为：

$$Q = qU \quad (1-1)$$

式中 Q ——被測量数值；

U ——測量单位；

q ——所求的数字比值。

當測量單位 U 變後，則所求數字比值 q 也隨之而變，但它們之間存在着一定的相互轉換關係，即

$$q_1 = q \frac{U}{U_1},$$

例如在測量標準大氣壓時，如果採用物理大氣壓為測量單位，則

$$p = 1 \text{ 物理大氣壓}$$

式中 $q = 1$

假如採用毫米水銀柱為測量單位時，則

$$p = 760 \text{ 毫米水銀柱}$$

式中 $q_1 = 760$ ，同時 q 和 q_1 之間的關係是

$$q_1 = q \frac{760}{1}$$

測量的方式可按各種不同的觀點來分類，按如何得到測量的結果來分類，可分為直接測量、間接測量和組合測量三類。

凡由實驗數據直接得出測量結果的測量方式稱為直接測量，例如用尺量長度，用溫度計量溫度，用壓力計量壓力等。

凡是基於直接測量得出的數據，再按一定的函數關係，通過計算才能求得測量結果的測量方式稱間接測量，例如用節流設備的壓降來計算流量等。在間接測量中，測量結果 y 與直接測量值 x_i 之間的關係可用下式表示：

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

凡是需要由一種數值或幾種同類的數值的多次測量，然後把測得數值組合起來，以得出最後結果的測量方式稱為組合測量。各次測量的數值可由下列聯立方程式表示：

$$\left. \begin{array}{l} f_1(y_1, y_2, y_3, \dots, x'_1, x'_2, x'_3, \dots) = 0 \\ f_2(y_1, y_2, y_3, \dots, x''_1, x''_2, x''_3, \dots) = 0 \\ f_3(y_1, y_2, y_3, \dots, x'''_1, x'''_2, x'''_3, \dots) = 0 \\ \dots \end{array} \right\}$$

式中 y_1, y_2, y_3, \dots 為所求測量結果；

x_1, x_2, x_3, \dots 為各次直接測量值。

例如在用鉑電阻溫度計測量溫度時，其電阻值和溫度的關係為：

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$$

式中 R_t —— 在 t °C 時鉑電阻值；

R_0 —— 在 0 °C 時鉑電阻值；

A, B —— 溫度系數。

要確定溫度系數就需先求出不同溫度下鉑的電阻值，再經組合及解聯立方程而求得 A 、 B 。組合測量一般只在實驗室工作中才用到。

按獲得測量值的方法來分，測量可分為直讀法、零值法和微差法三種。

(一) 直讀法（或稱伸展法）：採用這種方法時，被測量值直接從儀表上讀出，例如用壓力計來測量壓力。

(二) 零值法（或稱補償法）：採用此法時，被測量將被另一已知量的作用所平衡（相互補償），儀表指針趨近於零。例如用天秤稱重量，用平衡電橋測量電阻等。

(三) 微差法：就是未进行到底的零值测量法，当被测量尚未被另一已知量完全补偿时，量出剩余的偏差而达到测量目的的测量方法；例如不平衡电桥测量电阻。

在热工测量中的直读法一般采用指示式仪表，它具有刻度盘和一个动体（例如指针或液柱），通过动体的直动或转动，在刻度盘上指出读数。动体的运动一般是由被测量产生的力所推动，这个力称为内力，当指示值稳定时，亦即动体停止运动时，作用在动体上的力已被另一外力所平衡。外力系由仪表结构本身产生，一般是重量或弹簧等等。如图(1-1)被测重量 G 产生一力矩增量，此增量将逐渐被平衡质量 M 上升时所产生的反力矩增量所抵消，在完全抵消时，动体即达到平衡状态，这时就可以读数。又如图(1-2)中压力 P 所具有的内力，可迫使一管中的液面下降，同时使另一管中的液面上升，造成一个液柱高度差 h ，当它的重量（外力）与内力平衡时，液体停止运动，即可读数。同样图(1-3)中压力 P 可迫使弹性膜片移动，当膜片的弹力（外力）与压力（内力）平衡时，指针停止运动并指示出读数。图(1-4)是用热电偶测量温度的示意图。由于 t 与 t_0 间的温度差，在热电偶中会产生一个热电势 e （内力），因而线路中就有电流 i 通过，电流可使毫伏计的动线圈产生一个力矩，并使指针偏转，直到此力矩被毫伏计的游丝所产生的反力矩（外力）所平衡时，指针才停止转动。

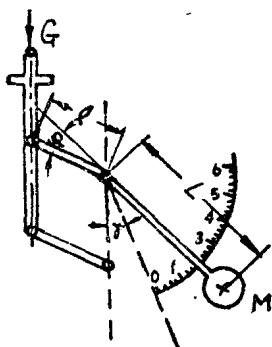


图 1-1

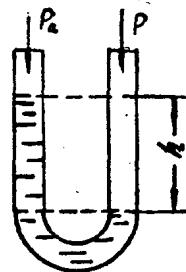


图 1-2

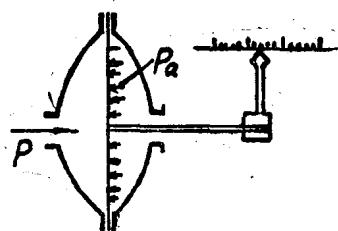


图 1-3

直读法的精度较差，但简单迅速，故在工业中被广泛采用。零值法不同于直读法的地方主要是外力系由另一已知量所产生，当它补偿了内力时使仪表恢复到原始位置（即零值），因此，在原则上仪表只须一个刻度即零值。进行此法时，必须设法产生外力（不论是人为的或自动的），使其恰能补偿内力，当仪表处于无荷载状态，然后再读出产生此外力的已知量。

在图(1-5)中所示的天秤称重量，这是最显著的零值法。图(1-6)是用补偿法测量热电势 e ，电池 B 在电阻 R 上产生一个电压降（外力），当其大小与热电势相等而方向相反时，微安表 A 将指示零值，这时就可用毫伏计上的 E 值求出温度差来。

补偿法测量比较精确，但手续较繁而且费时，故一般只用在实验室中，尤其是当被测量是个变动量时，补偿法往往不能及时跟上。在最近的测量技术中，已尽量设法采用补偿法。

除上述分类法外，也可把测量分为实验室用的和工程上用的两种。在实验室用的测量中，需要考虑到测量结果的精确程度，那就是说，应知道测量值的误差大小和可靠程度，

因此一般需要作多次重复的测量。在工程用的测量中，只要误差不超出预先规定的范围，一般只作单次测量就够了。

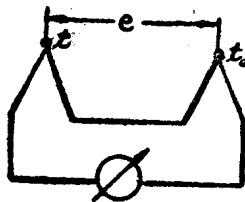


图 1-4

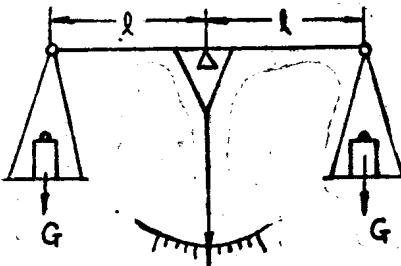


图 1-5

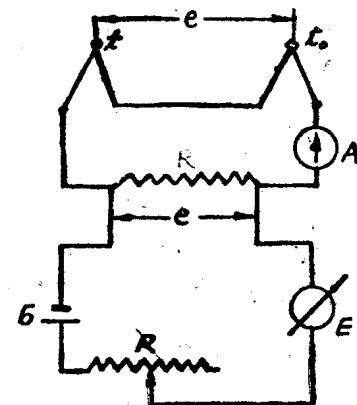


图 1-6

第二节 誤差理論要点

任何的测量不可避免地会有些误差，可能是由于所用仪表有缺点、观察者的主观性或条件的不恒定等原因所造成。不管是那种原因造成在测量工作中的误差统称为测量误差。既然有误差，我们就需要知道它，以判断测量结果的可靠程度，否则所测得的数值就没有任何价值。

测量误差可以分为三类：

(一) 固定误差(或称系统误差，规律误差) 大部分是由于仪表本身的指示或测量方法不正确所引起的，或是由于一种固定不变，但却是单方面的外来影响所引起。例如周围环境温度对于仪表的影响，抑或是观察者的主观性等。在一定程度上系统误差的数量或符号都是比较固定的，可以设法在测量值中加入修正值以消除之；

(二) 疏忽误差(或称粗差) 是由于测量错误或计算错误，抑或是由于疏忽大意的结果。具有疏忽误差的测量结果，必需从测量值中除去；

(三) 偶然误差 凡是在数量和本质上都沒有一定規律的誤差叫偶然誤差，它們是由於測量工作中不可避免的不精确度而引起的。这一类误差虽然从每一次测量值来看是没有规律的，但是从多次测量结果来看，它却服从概率論的一定法则，因而我們还可以把这类误差計算出来，用以衡量测量结果的可靠程度。

在这一节里主要是針對偶然误差来进行討論，同时在討論中假定固定误差及疏忽误差都已从测量值中除去掉了。

1. 概率論淺釋 假定我們对于一个真实值进行测量，无疑地每次测得的数值都会或多或少地与真实值有一点距离。如果是测量了很多次以后，可以发现离开真实值远的次数很少，而离开真实值近的次数很多。如果将出现的次数作为纵座标，用测量值作为横座标可以得到

图(1-7)的形状。从这个图上可以看到出現正的誤差及出現負的誤差的次数几乎相等，对于

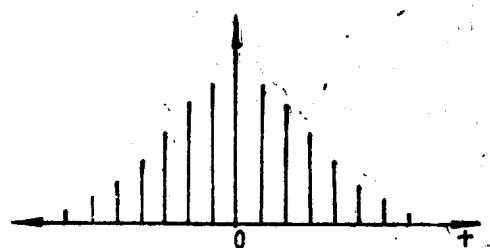


图 1-7 测量分布图。

同一誤差數值，出現正值與出現負值的次數也几乎相等。這些性質與總的測量次數有關，次數越多則越接近於對稱。假若用曲線來表示這些測量數值的分布情況，我們可以得到一條對稱的中間凸起的曲線。根據无数次的試驗，這條曲線可以用下列函數表示：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-L)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1-2)$$

上面函數中的係數 $1/\sigma \sqrt{2\pi}$ 是由於選擇曲線下面的面積等於 1 的結果，也就是

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (1-3)$$

這個函數叫做正態分布函數，所代表的曲線叫做正態分布曲線如圖 1-8 所示，在這個曲線下任何一個範圍內的面積，如圖中劃引線的一部分，就是測量得到大於 x_1 及小於 x_2 的次數。由於選擇了曲線下面的總面積等於 1，這就相當於把所得的次數被總的測量次數除，也就是出現的概率。這個面積與概率的關係以後我們要經常提到。

正態分布函數可以代表任何種測量結果的分布情況，而且可以證明測量的平均值（很多次的測量）

就是 L ，同時測量誤差的平方平均值就是 σ^2 。或者用方程式表示之如下：

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx = L. \quad (1-4)$$

$$\overline{(x-L)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (x-L)^2 f(x) dx = \sigma^2. \quad (1-5)$$

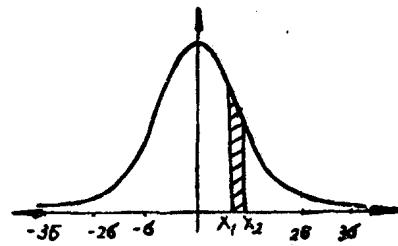


圖 1-8 正態分布曲線。

上面二式中每個符號上面加一橫表示平均值的意思，也就是說假定我們對真實值進行了很多次的測量，那麼算術平均值就很接近於真實值，同時均方根誤差（誤差平方和的平方根）是一個衡量單個測量值離開真實值的情況，均方差 σ 的意義是，當我們測量了很多次以後測量值在 $L \pm \sigma$ 范圍內的機會是 68.3%，也就是在這些測量值中有 68.3% 的讀數是在 $L \pm \sigma$ 之間，同時測量值在 $L \pm 2\sigma$ 范圍內的機會是 95.4%，在 $L \pm 3\sigma$ 內的機會是 99.7%，反過來說如果一種測量工作的均方根誤差是知道的話，那麼由於概率是對稱的關係，從一個測量值可以估計出真實值的範圍，也就是真實值有 68.3% 的機會是在 $x \pm \sigma$ 的範圍內，或 95.4% 的機會在 $x \pm 2\sigma$ 亦或 99.7% 的機會在 $x \pm 3\sigma$ 的範圍內。所以在決定測量值的可靠範圍時，也就是 $x \pm kr$ 中的數值 k ，是與我們所願意接受的機會（或概率）有關。假若是須要安全可靠的話，就應當用較大的範圍，所謂願意接受的機會也可以這樣來理解，假定我們用一支水銀溫度計來測量一個溫度，得到的讀數是 50°C，通過應用這支溫度計多次的結果，估計出均方差為 1°C，那麼當我們在寫出 $50 \pm 1^\circ\text{C}$ 時，我們寫對的機會是 68.3%，寫錯的機會是 31.7%。也可說如果每次測量以後我們都寫上正負 1°C 時，我們會有 31.7% 的時間是不正確的。在這 31.7% 的次數，真空溫度是大於 51°C 或是小於 49°C。

2. 均方根誤差的估計 上面談到當測量次數很多時，均方根誤差可以應用下面的公式求出：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - L)^2}{n}}. \quad (1-6)$$

上式中 n 是测量的次数，事实上在具体测量中，我們不可能进行无数次的测量，同时真实值也是不知道的，但是我們知道测量值的平均值随着测量次数的多少，可以很近似或近似于真实值。通过实践的证实假若测量的次数在20次以上时，平均值可以用来代替上式中的 L ，而不产生显著的误差，这样上式就可以变成为

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (1-7)$$

上式中的分母不再是 n 而是 $n-1$ 了，这是因为在计算平均值时，已經用去了一个自由度（在这里就等于测量次数）的关系。

假若测量次数少于20次，公式 (1-7) 仍然可以用来估计均方根误差，但是在误差范围的计算时就会引入较大的不可靠性。严格地说在应用由较少测量次数所估算出来的均方根误差时，误差范围和概率之间的关系，不再符合正态分布的规律，而应当采用 t — 分布的规律来获得。这一点读者可以参阅有关数理统计的书籍。

3. 算术平均值及其均方根误差 在上面一段中我們应用了算术平均值来代替真实值，这在估算均方根误差的时候是可以的，但是不能用它来代替真实值本身。因为它与真实值之间还有差别，而我們希望找到这个差别。

从过去实践的结果证明，如果应用 \bar{x} 作为一个测量值，并进行一组、一组的很多组测量，每组的平均值也符合于正态的分布规律，当测量组数很多时，各组平均值的总平均仍然是真实值，同时分布情况也可以用平均值的均方根误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 来衡量。所以只要将 \bar{x} 及 $\sigma_{\bar{x}}$ 用在前面一节中 x 及 σ 的地位，一切误差与概率（机会）之间的关系都是一样的。

对于一组测量值来说，可以有不同的方法来取其平均值，常用的有算术平均值、几何平均值、对数平均值等。不过假若用测量值与平均值之差的平方作为衡量标准的话，算术平均值是最好的一个，因为这个衡量标准与均方根误差有直接的关系，而且从统计学的角度也是一个最好的衡量偏差的指数，目前在数据处理中普遍地应用，为了进一步说明算术平均值（以后就简称为平均值）是最好的具有代表性的数值，可以作如下的数学推导。假設几次测量的结果是 x_1, x_2, \dots, x_n ，同最好的平均值为 A ，那么

$$(x_1 - A)^2 + (x_2 - A)^2 + \dots + (x_n - A)^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - A)^2. \quad (1-8)$$

就应当有一个最小的数值，应用最大（或最小）的条件，即其一阶导数为零的条件，将上式对 A 取一阶偏导数，然后令其等于零可得

$$\sum_{i=1}^n -2(x_i - A) = 0,$$

或

$$(x_1 - A) + (x_2 - A) + \dots + (x_n - A) = 0.$$

从上式可得

$$A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \bar{x}. \quad (1-9)$$

上式說明最好的平均值也就是算术平均值。

算术平均值的均方根誤差 $\sigma_{\bar{x}}$ 可以从測量值的均方根誤差 σ 来得出，因为算术平均值的均方誤差可以表示为

$$(\bar{x} - L)^2 = \left[\frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) - L \right]^2 = \frac{1}{n^2} [(x_1 - L)^2 + (x_2 - L)^2 + \cdots + (x_n - L)^2 + 2(x_1 - L)(x_2 - L) + \cdots + 2(x_{n-1} - L)(x_n - L)] \quad (1-10)$$

当測量次数很多，即 $n \rightarrow \infty$ 时，从正态分布的对称性可以証明

$$\sum_{i,j} 2(x_{i-1} - L)(x_i - L) = 0 \quad (1-11)$$

(1-10)式就可以改写成

$$(\bar{x} - L)^2 = \frac{1}{n^2} [(x_1 - L)^2 + (x_2 - L)^2 + \cdots + (x_n - L)^2] \quad (1-12)$$

从均方根誤差的定义：

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\Sigma(\bar{x} - L)^2}{n} \quad (1-13)$$

綜合公式 (1-12) 及 (1-13) 可以得到

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{x}}^2 &= \frac{1}{n^2} [\Sigma(x_1 - L)^2 + \Sigma(x_2 - L)^2 + \cdots + \Sigma(x_n - L)^2] \\ &= \frac{1}{n^2} \sum (x - L)^2 = \frac{1}{n} \sigma^2, \end{aligned} \quad (1-14)$$

或

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-15)$$

上式就是平均值的均方根誤差与測量值的均方根誤差之間的关系，假若均方根誤差是按照第二段中公式 (1-7) 估計出来的，那么平均值的均方根誤差按公式 (1-15) 計算出来的也是一个估計的数值。

4. 誤差表示法 从上面几段中可以知道誤差的表示法和概率 (或机会)有着不可分离的关系，只有确定了人們所願意接受的概率后，誤差才有意义，由于所碰到的場合不同和各人所願意接受的概率的不同，习惯上有下面几种：

1) 均方根誤差 它的意义及用途已經在上面几段中討論过了，简单的說就是均方根誤差範圍內包含了真实值的概率是68.3%。

2) 偶然誤差 通常用符号 ρ 来代表，它是一个50%概率的界限，在正态分布曲线上，在 $L - \rho$ 到 $L + \rho$ 的間隔內，曲線下面的面积是 $\frac{1}{2}$ 。所以当我们应用偶然誤差时，意思是在 $x \pm \rho$ 之整个範圍內有50%的概率包含着真实值，有50%的概率不包含它。也就是说如果我們每次都这样表示的話，有一半的时间是对的，在所写出来的範圍內包含着真实值，也有一半的时间是錯的，在我們所写出来的範圍內不包含真实值。从正态分布曲线下面的面积，可以得到下列偶然誤差与均方差的关系

$$\rho = 0.6745 \sigma \cong \frac{2}{3} \sigma \quad (1-16)$$

3) 最大誤差 (极限誤差) 这个誤差的範圍是均方根誤差的三倍，从正态分布曲綫可以知道在这个範圍內真值出現的概率是99.7%，几乎是等于百分之百，这是一个最安全的誤差範圍。

最后必須注意，这些誤差是在概率的基础上提出的，在应用的时候也就一定要联系到

概率，所謂概率就是在我們做很多次試驗的結果，其中有多少次是正面的結論，有多少次是反面的結論，假若是只作了一次或少數几次試驗（或測量）那么根據概率所得到的結論，就不一定符合了。前面已經一再說明了這一點。為了徹底明確現在再重複一次。當我們估計出來一個儀表（或任何一個測量過程）的均方根誤差是 σ ，在每次應用這個儀表進行測量而得到一個讀數 x ，那麼 $x \pm \sigma$ 表示在很多很多次的測量中，有68.3%次所測量的值是在這個範圍內，其他31.7%次不在這個範圍內。但是對於任何一次測量來說概率就沒有意義了，因為對於一次測量，被測量的值只有在或者不在這個範圍內的兩種可能性，假若說有68.3%在這個範圍內，到底測量值的那一部分是屬於這裡所說的68.3%呢？這显然是沒有意義的。

上面幾種誤差表示方法，同樣可以用作用於平均值的誤差，只不過每一種中用 σ_x 代替 σ 就可以了。

例一 某一長度經過十次重複測量，所得數值列於上表第一行中，試求各種誤差。

按公式(1-6)及(1-16)可以得到：

$$\text{均方根誤差} \quad \sigma = \sqrt{\frac{70 \times 10^{-4}}{9}} = 27.9 \text{微米}$$

$$\text{偶然誤差} \quad \rho = \frac{2}{3} \sigma = 18.6 \text{微米}$$

$$\text{極限誤差} \quad 3\sigma = 83.7 \text{微米}$$

按公式(1-15)可以得到

$$\sigma_x = \frac{27.9}{\sqrt{10}} = 8.80 \text{微米}$$

$$\rho_x = \frac{18.6}{\sqrt{10}} = 5.85 \text{微米}$$

5. 加權平均值 在很多情況下，決定測量結果時，需要把不同精度的測量值來進行平均。這時就要考慮到各個讀數的可靠程度，衡量可靠程度的表示方法是重度（或權數） P ，考慮到重度的平均值可以計算如下：

$$\bar{x} = \frac{x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} \quad (1-17)$$

對於誤差的計算也應按照加權平均來進行，

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 P}{(n-1)\sum P}} \quad (1-18)$$

應用公式(1-17)和(1-18)求出加權平均值及加權均方根誤差以後，其他的計算可以按照前面所討論的方法進行。同時各項誤差與概率之間的關係也是一樣的。

關於指定各個測量值的重度，在各種不同情況就需採用不同的方法決定。一般在用同樣精度的儀表進行測量時，重度 P_i 就等於測量出 x_i 的次數。在用不同精度的儀表進行測量時，可以指定最不精确的一種測量具有重度一，精度高的可靠的測量的重度為大於一的一

x (毫米)	$x - \bar{x}$ (毫米)	$(x - \bar{x})^2$
4.74	-1×10^{-2}	1×10^{-4}
4.78	+3	9
4.71	-4	16
4.80	+5	25
4.72	-3	9
4.77	+2	4
4.73	-2	4
4.75	0	0
4.74	-1	1
4.76	+1	1
$\Sigma x = 47.5$		
$\bar{x} = 4.75$		
		$\Sigma (x - \bar{x})^2 = 70$

个数值，至于应当是三呢还是五，则看各种情况而定。总之重度越大就表示我們对于这个测量越相信。假若应用各种测量的均方根誤差知道的話，可以指定权数的比是等于相应的均方根誤差倒数的比，即

$$P_1 : P_2 : \cdots : P_n = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \cdots : \frac{1}{\sigma_n^2}。 \quad (1-19)$$

式中 P_i ——測量值 x_i 的重度；

σ_i ——測量值 x_i 的均方根誤差。

6. 間接測量和聯立測量的誤差 在間接或聯立測量中，根据測量結果只能估算出各个直接測量的誤差，怎样从直接誤差求出所要求的間接量的誤差，目前还没有严格的办法。近似地可以用下面的方法求得。假定間接測量值为 y ，直接測量值为 x_1, x_2, \dots, x_n 。則他們之間可以用下面函数表示

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2-20)$$

将上式微分，

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial y}{\partial x_n} dx_n,$$

再近似寫成偏差的形式可得

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 + \cdots + \frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n.$$

如果将上式平方之，就可以得到与前面的 (1-10) 式相同的形状。应用从 (1-10) 式推导出 (1-14) 式的相同的原理，可以得到

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2}。 \quad (1-21)$$

应用 (1-21) 式來估計間接測量值的誤差一般是近似的，在一个特殊情况，即当 y 是各个 x 的線性函数时，同时各个 x 都是独立的相互沒有影响的，那么 (1-21) 式的估計可以从統計学的角度證明为完全正确严格的。这种特殊情况用方程式表示之，即

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \quad (1-22)$$

式中 a_1, a_2, \dots, a_n 都是常数，同时

$$\sigma_y = \sqrt{a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2 + \cdots + a_n^2 \sigma_n^2} \quad (1-23)$$

第三节 测量仪表的一般知識

凡是用来直接或間接将被测量的数值和測量单位作比較的设备，就称测量仪表。它們可作如下之分类：

- 1) 比較式仪表——例如电位計，活塞式压力計。
- 2) 指示式仪表——例如溫度計，彈簧压力計（能指示瞬时值）。
- 3) 自动記錄式仪表——例如自动記錄压力計，高溫計，流量計等（具有定时的自動記錄机构）。
- 4) 积算式仪表——例如流速式及容积式液体流量計，煤气表等（具有特殊的累积机构）。
- 5) 調节式仪表——是指一些仪表，在一些附加设备的輔助下，它們可以根据被測數量的給定值来自動地調節生产过程。

除上述的分类方法以外，如果将检验测量仪表，按其所起的作用含义来分，又可划分为两种类型：

1) 范型仪表——用以复制及检验其它工作仪表。

2) 实用仪表——供实际测量之用，它又可分为实验室用和工程用两种。

在使用这些仪表时，一定要考虑到周围环境（例：温度、压力、磁场等）对示数的影响，应该注意到它们需要在什么标准情况下工作的，然后对这些示值加以校正。

测量仪表的品质，可以通过下列品质来表示。

1) 仪表的指示误差、相对误差及基本误差。

指示误差——即所测数值对实际值之差。

$$\gamma = A - A_s \quad (1-24)$$

式中 γ —— 指示误差；

A —— 指示值；

A_s —— 实际值。

实际上这个数值不能充分表示出来一个测量仪表的品质。在工作中多用下面相对的方法表示。

相对误差——指示误差对某一值之百分率，可有以下几种表示法。

相对于仪表刻度标尺上的最大读数，可以表示为

$$\gamma_0 \% = \frac{\gamma}{A_{max}} 100 \% \quad (1-25)$$

式中 A_{max} 是最大刻度。通常热工仪表的精度等级就是这个数字，并且是印在仪表的表面上的。有时也有用相对于实际值或测量值来表示的，它仍分别表示于后，

$$\gamma'_0 \% = \frac{\gamma}{A_s} 100 \% \quad (1-27)$$

此式相对于实际值，

$$\gamma''_0 \% = \frac{\gamma}{A} 100 \% \quad (1-28)$$

此式相对于指示值

基本误差——相当于仪表在标准情况下工作的指示误差。

2) 精确度 是指用仪表进行测量所得结果的可靠程度。精确度可以用均方差，或然误差，极限误差等来表示（须要注明是用的那一种）。当误差的绝对值越小，则仪表越精确或精确度越高。精确度有下面几种情况之分，必须分辨清楚。

仪表的标准精确度——指在标准工作情况下所能得到的精确度。

仪表校验精确度——与范型仪表作比较加了改正值后，所能达到的精确度。

仪表实际精确度——在一个仪表的标准工作情况下，加上必要改正值后，用它来确定被测数量的实际值时所能达到的精确度。

在具体的测量过程中，不管测量工作做得怎样仔细，也不管测量是重复了多少次数，测量的精确度不能高于仪表的校验精确度。

3) 灵敏度 是指仪表指针的直线或角度位移，与造成该项位移的被测数量之变量间的比例关系，即

$$S = \frac{\Delta \theta}{\Delta x}$$

式中 Δa ——指針的角度或直線位移；

ΔA ——所測數量的變量；

s ——靈敏度。

4) 恒定度 是指儀表指示值在相同的外界工作條件下的穩定程度。恒定度是以儀表的變差表示，而所謂變差就是在外界條件不變的情況下，用一個儀表對於一個被測數量的實際值作重複測量時，所得到的最大差別。