

北京市九年义务教育初级中学教科书(实验)

几何教学参考

(第三册 修订版)

北京市九年义务教育初中数学教材编委会 编

首都师范大学出版社

北京市九年义务教育初级中学教科书(实验)

几何教学参考

(第三册 修订版)

北京市九年义务教育初中数学教材编委会 编

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

几何教学参考 第三册修订版/北京市九年义务教育初中数学教材编委会编. —北京:首都师范大学出版社, 2002. 6

北京市九年义务教育初级中学教科书

ISBN 7-81064-030-5

I. 几… II. 北… III. 几何课-初中-教学参考资料

IV. G633.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 07833 号

北京市九年义务教育初级中学教科书(实验)

JIHE JIAOXUE CANKAO

几何教学参考

(第三册 修订版)

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京嘉实印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

2002 年 6 月第 4 版 2003 年 6 月第 2 次印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 6

字数 145 千 定价 7.00 元

如有印装差错,请与出版部联系更换

电话 出版部 68472513 发行部 68418514

编 委 会

顾问	严士健					
主编	梅向明					
副主编	曹福海					
常务编委	梅向明	曹福海	郭立昌	王占元	贺信淳	
	明知白	赵大悌	周沛耕	周春荔	董凤举	
编委	梅向明	曹福海	郭立昌	王占元	贺信淳	
	明知白	赵大悌	周沛耕	周春荔	董凤举	
	郑康	刘治平	范永利	郭璋	李方烈	
	傅作梅					
执笔	周春荔	郭璋				

说 明

这本《几何教学参考(第三册修订版)》是与北京市九年义务教育初级中学教科书(实验)《几何(第三册修订版)》配套的教学参考用书,内容包括教学要求、教材分析、教材的重点和难点、教学建议、课时安排、习题答案或提示、附录。

这套教材遵照《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》编写,并力图把现代教学观念及近年来教学方法改革的成果引入课堂,在传授知识的同时,着眼于能力的培养及素质水平的提高。

在本资料的编写中,突出了以下六个方面的思考:

1. 注重教学内容的知识结构

知识的结构反映了知识之间的内在规律,通过课文或小结,揭示知识之间的内在联系,有助于加深对知识的理解。比如,共性与个性,特殊到一般等处理教学内容的方法,以减少学习中的障碍。

2. 注重学生的参与意识

教学活动是师生双向的活动,在教学中应注意发挥教师的主导作用和学生的主体地位。为此,在几何教材中,精心设置了《实践与探究》这一栏目,其目的是启发学生积极思维与主动参与。该内容新颖,思考价值大,参与性强,通过学生动手、动脑、观察、讨论等参与活动,发现其中的规律,

揭示内在联系,从而使同学们的思维能力得到提高,素质得到增强,教师在教学中要充分发挥这个栏目的作用,创造性地精心设计教学过程.

3. 注重逻辑思维能力的培养

在几何教学中,培养学生的逻辑推理能力是应充分重视的一个任务.在几何第一册入门阶段,还只是通过简单的推理,引导学生了解逻辑推理的基本方法.但从三角形一章开始,通过全等三角形等教学内容,要下功夫培养学生的逻辑推理能力,使学生真正领会推理的步骤,探求的方法,添加辅助线的目的,多种解法的训练,从而使逻辑推理真正过关.

通过四边形、相似形两章的学习,进一步培养学生探求解题思路,提高推理能力.

在教学中,教师应有计划、有目的地安排教学过程.本着循序渐进,由浅入深的原则,精心设计,整体考虑.

4. 注重发挥学生的潜力

在教学中,应尽可能减少教师包办代替,多采用启发式,多给学生留有思考的余地,使学生在实践中掌握规律,发挥潜能,增强能力,提高素质.

5. 注重渗透数学思想方法

在几何第三册中,含有丰富的数学思想方法,需要广大教师努力挖掘,有机渗透.如类比的思想、特殊到一般的思想方法,共性与个性的思想方法等,要结合教学内容介绍给学生,提高学生的思维品质.

6. 注重培养应用的意识

理论联系实际,培养学生的应用意识,是近年来教学改

革的成果之一.可以结合教学内容,把所学知识应用于实际,或从实际中抽象出数学模型,从而增强应用意识,提高能力.

由于目前这套几何教科书正处于实验阶段,还需要广大教师在教学中不断实践和完善,并欢迎提出具体的修订意见.

几何教学参考资料既有宏观的指导,也有具体的建议和要求.但是,由于编者的教学经验以及学生的差异,不一定能满足广大教师的要求.希望广大教师发挥创造精神,积极探索,大胆实践,努力贯彻因材施教的原则,不断提高教学效果.

本册教参第六章由周春荔编写,第七章由郭璋编写.

北京市九年义务教育初中数学教材编委会

2002年6月

目 录

第六章 解直角三角形	(1)
一、教学要求	(1)
二、教材分析	(1)
三、重点和难点	(4)
四、教学建议	(5)
6.1.1 正弦与余弦	(6)
6.1.2 正切与余切	(8)
6.1.3 锐角三角函数	(10)
6.2.1 解直角三角形	(13)
6.2.2 应用举例	(13)
6.2.3 可化为解直角三角形的问题举例	(14)
6.2.4 探究性活动	(15)
五、课时安排	(16)
六、习题答案或提示	(17)
第七章 圆	(33)
一、教学要求	(33)
二、教材分析	(34)
三、重点和难点	(42)
四、教学建议	(43)
7.1 圆	(47)

7.2	直线和圆的位置关系·····	(65)
7.3	圆和圆的位置关系·····	(79)
7.4	正多边形和圆·····	(89)
五、	课时安排·····	(99)
六、	习题答案或提示·····	(101)
附录一	一组动态几何题 ·····	(158)
附录二	平面几何中与圆有关的著名定理 ·····	(173)

第六章 解直角三角形

一、教学要求

1. 使学生了解锐角三角函数的概念,能够正确地应用 $\sin\alpha, \cos\alpha, \tan\alpha, \cot\alpha$ 表示直角三角形中两边的比.

2. 使学生熟记 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值,会计算含有特殊角的三角函数式的值. 会由一个特殊锐角的三角函数值,求出它对应的角度.

3. 使学生学会使用科学计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角.

4. 使学生掌握直角三角形的边角关系,会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余及锐角三角函数解直角三角形.

5. 使学生会用解直角三角形的有关知识解某些简单的实际问题.

6. 通过与三角形或四边形有关的实习作业,培养学生解决实际问题的能力和用数学的意识.

二、教材分析

1. 教材内容

本章内容分为两大节:6.1 锐角三角函数;6.2 解直角三角形.

第一大节即 6.1 节是引进锐角三角函数的概念(用直

角三角形中两条边的比来定义),并自然推出 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的各个三角函数值;在适当介绍一个锐角的三角函数值与它的余角的三角函数值的关系后,介绍使用科学计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它对应的锐角的方法.

第二大节即 6.2 节是归纳直角三角形中的边、角之间的关系,利用这些关系式解直角三角形,并利用解直角三角形的有关知识和通过与三角形或四边形有关的实习作业来解决某些简单的实际问题.

2. 教材内容的地位作用

本章内容属于三角学. 中学数学把三角学内容分成两个部分,第一部分归入义务教育初中阶段,就是本章的“解直角三角形”. 这主要是因为解直角三角形的知识有较多的日常应用,它的基础仅仅是锐角三角函数,这在学生学过相似三角形以后不难接受. 同时,对代数中已初步涉及的函数概念也是一次充实和视野开拓. 后一部分是三角学内容的主体部分,把锐角三角函数概念推广到一般角的三角函数. 它的内容包括解斜三角形、任意角三角函数、反三角函数及三角方程,将纳入义务教育后的教学阶段,放在高中学习. 前一部分是后一部分的必要基础,后一部分是前一部分的延拓和发展. 只有学好锐角三角函数和直角三角形的解法,才能继续学习三角函数和斜三角形的解法.

解直角三角形的知识体现了数形结合. 数形结合的桥梁就是锐角三角函数. 通过这一章的学习,学生才能形成对直角三角形概念的较为完整的认识,才能把直角三角形的判定、性质、作图与直角三角形中边、角之间的数量关系统

一起来,提供了一种以计算手段处理几何问题的途径.另外,有些简单的几何图形可分解为一些直角三角形的组合,从而也能用本章知识加以处理.以后学生学习解斜三角形的正弦定理、余弦定理和任意三角形的面积公式时,也要用到解直角三角形的知识.

解直角三角形的知识可以被广泛应用于测量、工程技术和物理之中,主要是用来计算距离、高度和角度,教科书中的应用题虽然经过一定简化,但内容比较广泛,具有综合技术教育的价值.解决这类问题需要进行运算,但三角中的运算和逻辑思维是密不可分的.为了便于运算,常需要先选择公式并进行变换.同时,解直角三角形的应用题和实习作业也有利于发展学生的空间想象能力.要求学生通过对实物的观察,或根据文字、语言叙述的某些条件画出适合它们的图形,并要安排一定的运作程序.总之,解直角三角形的应用题和实习作业可以培养学生的三大数学能力和分析、解决实际问题的能力.这是6条教学要求中前面3条教学要求的目的和归宿.

3. 教材编写的指导思想及特点

按照素质教育的要求,本章内容编写力求遵循中学数学教育的基本规律,既重视数学基础知识的学习和基本技能的训练,又充分注意数学思想方法的渗透,重视以思维能力为核心的各种数学基本能力的培养.

教材编写力求符合由个别到一般,由浅入深的思维发展路径,注意层层缓步拾阶,渐近式启发,通过教材学习可以领悟由简到繁,以简驭繁的化归思想,数形结合思想,力求重点突出,便于自学.在形式的计算中可以体会到理论思

维发展的脉络.

教材编写时针对学生的思维特点,设计了若干实践与探究的问题.这无疑是要求在教师指导下,学生通过做数学来学数学,力求使学生体会到学习是个再创造的过程.

解直角三角形有很强的应用性,实际上直角三角形是一种抽象的数学模型.一个实际问题要变为解直角三角形问题,必须在图形中找到直角三角形.为了集中精力夯实基础,在众多的应用题中只突出两次应用解直角三角形与解梯形问题这两类模型,以期培养学生运用数学解决实际问题的意识.为了适应应用中的计算需要,本教材提倡使用计算器来进行有关计算.

三、重点和难点

本章重点是锐角三角函数的概念和直角三角形的解法.特殊锐角与其三角函数值之间的对应关系也很重要,应当让学生牢记.即:已知特殊锐角,说出它的四个三角函数值;反过来,已知特殊锐角的三角函数值,说出这个锐角的度数.

锐角三角函数的概念,既是本章的难点,又是学好本章的关键.说它们是难点,是因为这里隐含着角度与数值之间有一一对应关系的“函数”思想,通过学生自己用计算器求值填“正弦和余弦表”、“正切和余切表”的练习,启发学生观察到函数的增减性;角与数互相对应,并且用含有几个字母的符号组 $\sin A, \cos A, \tan A, \cot A$ 来表示,学生过去未接触过.说它们是关键,是因为只有正确了解锐角三角函数的概念,才能正确理解直角三角形中边、角之间的关系,从而才

能利用这些关系来解直角三角形.

为了克服这些难点,教材采用下面一些措施:

(1)遵照大纲的要求,对这些概念只要求学生做到“了解”,不作严格推理叙述.

(2)直接利用直角三角形中两条边的比,并通过学生手中人人具备的三角板和量角器来引入锐角三角函数.

(3)把“正弦”、“余弦”放在第一小节讲,“正切”、“余切”放在第二小节讲,第二小节复习了第一小节的内容.每一小节都包含概念、计算,计算器求值、应用,每个小节是一个整体小循环,第二循环又包含了第一循环的内容,可以较为有效地克服难点.6.1.3节又在分开研究的基础上,进行综合整体的总结,利用基础知识的整体把握,为解直角三角形的应用打下理论基础.

四、教学建议

1. 注意形数结合.形数结合是重要的数学思想和数学方法.本章内容又恰好是进行形数结合最理想的材料.在引入概念、推理论证、计算化简、解决实际问题时,都应该通过画图帮助分析.通过图形找出直角三角形中边、角的关系,并进行定量描述,加深对直角三角形本质的理解.教材中精心设计了一些按图形变式、变位的题目,目的就在于加强数形结合的训练,有利于准确地把握概念.

2. 注意循序渐进.学生的认识有一个由特殊到一般,由简单到复杂的发展过程.教学要适应这一规律,比如从三角板观察到一般概念,从开始的简单应用到后面的综合复杂应用,由理论上的准备到实际实习测量,都是一个逐步提高

的过程,教材中的台阶设置较细、较密,教学中也要注意这一点,以利于克服难点.

3. 紧密联系实际,培养用数学的意识. 教科书一开始就设计了一个实例,解决这个实例,过去的知识不够用,而在铁路隧道工程设计中又需要计算,这样突出了学习新知识的必要性. 在讲完基础知识以后,自然地应用它们解决了这一实际问题. 在第二节(即 6.2 节)中讲的知识应用都是联系实际的. 要通过实际应用增强学生学数学的兴趣,培养用数学的意识.

6.1.1 正弦与余弦

本节是重中之重. 重点讲正弦,然后讲余弦,接着讲正、余弦间的关系. 其中正弦讲好、讲透是关键.

从观察三角板,到边比为 $3:4:5$ 的三角形,再到一般情况任意锐角 α ,从角一边上任一点向另一边作垂线构成一个直角三角形,来揭示锐角正弦为锐角对边与斜边之比,是个由个别 $\rightarrow$ 特殊 $\rightarrow$ 一般的辩证的认识过程. 在讲锐角余弦时,有类比启发的作用.

第 1 个实践与探究(课本第 4 页):用量角器在纸上画一个 50° 的角,设法求出 $\sin 50^\circ$ 的近似值.

画 $\angle AOB = 50^\circ$,可先在射线 OA 上取一点 P . 自 P 作 $PQ \perp OB$ 于 Q ,用有刻度的尺量出 OP 的数值. 再量出 PQ 的数值. 计算得 $\sin 50^\circ = \frac{PQ}{OP} \approx 0.77$ (其近似值源于测量误差). 有的学生为了计算方便,先量 $OP = 10\text{cm}$,再自 P 作

$PQ \perp OB$ 于 Q , 量得 $PQ = 7.7\text{cm}$, 计算 $\frac{PQ}{OP}$ 就很方便了. 减少了除法运算的复杂性带来的误差, 应予鼓励.

第 2 个实践与探究(课本第 8 页): “用量角器在纸上画一个 25° 的角, 设法求出 $\cos 25^\circ$ 的近似值”方法类似.

上述两个实践与探究, 也可分组(每组 2~3 人)将 5° , 10° , 15° , $\dots$, 80° , 85° 的正弦值、余弦值分别求出, 依次排成一个表. 这实际是体验人们创设正弦、余弦表的朴素过程.

讲解正弦、余弦的关系, 采用学生动手填表发现规律的教学方法, 使学生亲自体验发现过程.

第 4 个实践与探究(课本第 12 页), 是引导学生发现在直角三角形中, 锐角 A 的正弦与余弦之间有

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

这个关系, 本质上是勾股定理的一种变式, 与直角三角形中的勾股定理是等价的.

最后学会利用计算器, 已知锐角, 求得正(余)弦值以及反过来, 已知正(余)弦值, 求得所对应的锐角的度数.

第 5 个实践与探究(课本第 17 页), 请同学们一起动手解决本章开篇的修铁路隧道打竖井深度问题:

$$\sin 41^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore BC = AB \sin 41^\circ = 380 \times \sin 41^\circ$$

$$= 380 \times 0.6561 = 249.3(\text{m})$$

至此, 体现了正(余)弦 $\rightarrow$ 关系 $\rightarrow$ 计算 $\rightarrow$ 应用的一个小循环.

6.1.2 正切与余切

从方法上讲,本节是第二个小循环,在问题处理上可以略简.内容分为:1.正切与余切;2.正切与余切的关系;3.利用计算器求锐角的正切值与余切值.

实践与探究(课本第21页) $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, D 是斜边 AB 的中点, E 是 AC 边中点, $\angle A=45^\circ$, CD 、 BE 相交于 O .

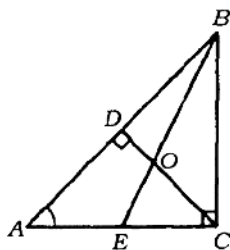


图 6-1

如图 6-1. 试求: $\tan \angle ABE$, $\tan \angle OEC$ 的值. 由 D 是 AB 中点, 易知 $AD = DB = DC$, O 是 $\triangle ABC$ 重心, $DO = \frac{1}{3}DC =$

$\frac{1}{3}BD$. 求 $\tan \angle ABE$, 可考虑 $\text{Rt}\triangle BOD$.

$$\tan \angle ABE = \tan \angle DBO = \frac{OD}{BD} = \frac{1}{3}.$$

求 $\tan \angle OEC$, 可考虑 $\text{Rt}\triangle BEC$.

$$\tan \angle OEC = \tan \angle BEC = \frac{BC}{EC} = 2.$$

对一个锐角,求它的三角函数,先画直角三角形使这个锐角是该三角形的一个锐角,再求“边的比”.

第 24 页的实践与探究:(1)可先画一个 16° 的角 $\angle AOB$. 在射线 OA 上取一点 P ,使 $OP=10\text{cm}$,再过 P 作 OA 的垂线交 OB 于 Q . 用刻度尺量得 $PQ=2.8\text{cm}$,于是求得 $\tan 16^\circ = \frac{2.8}{10} = 0.28$, $\cot 16^\circ = 3.6$.

(2)作 $\text{Rt}\triangle ABC$,使 $\angle C=90^\circ$, $AC=1\text{cm}$, $BC=3\text{cm}$, 则 $\tan A=3$. 用量角器量得 $\angle A \approx 71.5^\circ$.