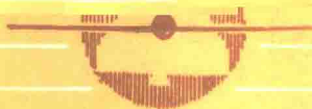


粘性流体力学

(修订本)

张仲寅 乔志德 编著



国防工业出版社

粘性流体力学



国防工业出版社

内 容 简 介

本书讲述粘性流体力学的一些基本原理,着重介绍附面层理论。它可作为空气动力学专业“粘性流体力学”课程的教材。读者对象主要是空气动力学专业的高年级学生,但也可供各流体力学类专业的学生、研究生和从事这方面工作的有关人员作教材或参考书。

粘 性 流 体 力 学

(修订本)

张仲寅 乔志德 编著

责任编辑 王丽燕

*

国防工业出版社出版

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

850×1168 1/32 印张6³/₄ 176千字

1989年10月第一版 1989年10月第一次印刷 印数: 0,001— 2,000册

ISBN 7-118-00550-9/V·44

定价: 1.60元

前 言

本书是为航空航天院校空气动力学专业“粘性流体力学”课程编写的教材。书中主要讲述粘性流体力学的一些基本原理，着重介绍附面层理论。学生在学习本课程之前，应具备高等数学、工程数学和理想流体力学等基本知识。

本书主要读者对象是空气动力学专业的高年级学生，也可供各流体力学类专业的学生、研究生和从事这方面工作的有关人员作教材或参考书。

作者们根据1982年1月本书第一版出版以来的使用经验和近年来空气动力学专业教学计划的修改变化情况，进行这次改编本的编写工作。为了解决第一版内容起步过高的问题，这次增加了第一章绪论；并在后续各章的讲述中注意作了必要的补充；原版中部分较深内容已删去，并且增加了读者较易接受的内容。在紊流流动这一章开头，扩充了对紊流流动基本概念的介绍；补充了紊流附面层的实用计算方法。考虑到附面层转换问题的重要性和普遍兴趣，已把这部分内容单列成一章，介于层流和紊流流动这两章之间。在各章末尾，均增列了习题，以便于教学工作。由于课程计划学时较少，本书篇幅不能太多，只能讲基本的和主要的内容。需要深入了解粘性流体力学的读者，可以以这本书为阶梯，进一步阅读本书所附参考资料目录中的资料或其它有关著作。

自本书第一版出版至今，得到国内外许多专家学者的指教，特别是，曹起鹏教授、杨岷生教授、忻鼎定教授以及柏实义教授、郑显基教授、舒因(R. A. Scheuing)博士和周汝任博士等，作者谨对他们表示衷心的感谢。使用本书的教师和读者们的意见是这个改编本的重要依据，作者对他们同样表示衷心的感谢。

目 录

第一章 绪论

§ 1-1 流体的粘性	1
§ 1-2 实际流体和理想流体	3
§ 1-3 雷诺数	6
§ 1-4 流动状态	7
§ 1-5 附面层概念	8
§ 1-6 流动分离	10
§ 1-7 习题	13

第二章 粘性流体运动的基本方程组

§ 2-1 状态方程及流体的一些热力学性质	15
§ 2-2 质量方程 (连续方程)	17
§ 2-3 动量方程	18
§ 2-4 能量方程	21
§ 2-5 边界条件	25
§ 2-6 无量纲相似参数	26
§ 2-7 两个同心圆柱面之间的流动	33
§ 2-8 正激波问题	36
§ 2-9 运动方程的其它形式	40
§ 2-10 数字电子计算机解法	42
§ 2-11 习题	49

第三章 层流流动

§ 3-1 平直流动	53
(一) 不可压缩流体的平行直线流动 (假设 μ 、 k 为常数)	53
(二) 可压缩流体的简单古艾特流动	60
§ 3-2 二维层流附面层	61

(一) 二维层流附面层的运动微分方程组	61
(二) 不可压缩二维定常层流附面层	65
(三) 可压缩二维定常层流附面层	76
(四) 积分关系式及其解法	86
(五) 有限差分解法	96
§ 3-3 轴对称层流附面层	98
§ 3-4 一般三维层流附面层	104
§ 3-5 非定常层流附面层	108
(一) 起动运动问题	109
(二) 周期运动问题	112
§ 3-6 习题	114
第四章 流动的转换	
§ 4-1 引言	118
§ 4-2 层流稳定性理论的基本原理	119
§ 4-3 影响转换的因素	125
§ 4-4 转换点的预计	129
§ 4-5 转换的全过程	130
§ 4-6 习题	131
第五章 紊流流动	
§ 5-1 紊流流动的基本概念	133
(一) 脉动运动的一般特性	133
(二) 平均运动和脉动运动	134
(三) 附加的“表观”紊流应力	136
(四) 紊流脉动速度的一些实验结果	138
(五) 风洞紊流度	142
§ 5-2 紊流流动的运动微分方程组	144
§ 5-3 紊流的半经验理论	146
(一) 普兰特的混合长理论	147
(二) 卡门的相似性假设	149
§ 5-4 管内流动	151
(一) 直圆管内的流动	151

(二) 普遍的速度分布公式	152
(三) 光滑管的摩擦阻力公式	154
(四) 粗糙度影响	155
§ 5-5 二维紊流附面层	157
(一) 运动微分方程组	157
(二) 积分关系式	158
(三) 紊流附面层的结构	159
(四) 二维平板紊流附面层	162
(五) 二维曲面紊流附面层	168
(六) 紊流附面层偏微分方程解法	174
§ 5-6 轴对称紊流附面层	177
§ 5-7 一般三维紊流附面层	179
§ 5-8 习题	182

附录

附录 A 空气和水的性质	187
附录 B 应力与应变率之间的关系	188
附录 C 一般正交坐标系中的运动方程	196
附录 D 国际标准大气性质	203

参考文献	204
------------	-----

索引	208
----------	-----

第一章 绪 论

§ 1-1 流体的粘性

当流体流动时，若通过流体中任一点取一分界面，则分界面两侧的流体在分界面上相互之间有作用力存在。单位面积上的作用力称为应力。流体中某点处这种应力的 大小 ，一般说来，与在该点处所取分界面的方向有关，应力的作用方向一般与分界面的法线方向并不一致。应力沿法线方向的分量称为法向应力，垂直于法线方向的分量称为切向应力。切向应力的存在是由于流体有粘性。流体在固体边界处，也是由于流体的粘性，其速度与固体边界在该点处的速度必须相同。如果固体边界是静止的，则该边界处的流体速度必为零。我们说，由于流体有粘性，流体是“粘附”在固体边界上。只有在稀薄的气流中，稀薄气体在边界处的速度与固体边界的速度不相同，这时称为有“速度滑移”。但是，在通常的压强与密度范围内，流体比较稠密，流体在边界处就没有速度滑移，即流体速度与固体边界的速度相同，这就是所谓的无滑移条件。在一般流体力学中，我们通常讨论这种情况。

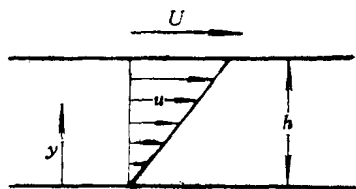


图1-1 平行平板之间的流体流动

流体的粘性以及在边界处的速度滑移或无滑移问题，均可用分子运动论的观点加以解释。有兴趣的读者，可以参阅该方面的著作。

我们从宏观方面来进一步说明流体的粘性。我们考虑图 1-1

中两个平行平板之间的流体运动。设下面的平板固定不动，上面的平板以匀速 U 向右运动。为了维持平板匀速运动，必须在平板上施加平行于 U 方向的水平作用力。由于流体有粘性，流体在上平板处的速度为 U ，在下平板处的速度为零。若平板很大，流体左右两侧又没有压力差，则上下两平板之间的流体速度分布呈线性规律变化，即 $u(y) = \frac{y}{h}U$ ，见图 1-1。式中 y 为垂直于平板的坐标， u 为流体在 y 处的速度， h 为平板间的距离。若平板单位面积上作用于流体的切向作用力即切向应力为 τ ，则根据实验有：

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (1-1)$$

式中 μ 为流体的粘性系数，又称动力粘性系数。这两平板间的流体可以设想能分成平行的许多薄层。式(1-1)对于任一薄层流体也适用，故该式可改写成更一般通用的公式：

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1-2)$$

式(1-2)称为牛顿粘性定律。据式(1-2)可知，粘性系数 μ 的单位是 $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ 。在流体力学中，粘性系数 μ 常与流体密度 ρ 组成比值形式出现，为此，把这比值定义成一个新的物理量 ν 是方便的，

$$\nu = \mu / \rho \quad (1-3)$$

ν 的单位是 m^2/s ，它只包含长度与时间的量纲，是属于运动学性质的量，因此， ν 称为运动粘性系数。空气和水的粘性系数值见附录A。

由附录A可见，空气的粘性系数随温度而变化，其变化关系可以用萨特兰(Sutherland)公式表示成：

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{T_1 + T_s}{T + T_s} \left(\frac{T}{T_1} \right)^{3/2} \quad (1-4)$$

式中 T_1 为参考温度， μ_1 为参考温度下的粘性系数， T_s 为萨特兰(温度)常数，约等于120K。在进行理论分析时，还可采

用比较简单的近似公式，例如，可取：

$$\frac{\mu}{\mu_1} = C \left(\frac{T}{T_1} \right)^{\omega} \quad (1-5)$$

式中 C 为接近于 1 的系数，指数 ω 的值在 0.5 到 1.0 之间。

§ 1-2 实际流体和理想流体

实际流体总是有粘性的。但是，由于工程上常见的流体，如水和空气，它们的粘性都比较小，在研究流体运动的某些现象时，常常可以略去粘性不计。这种理想化的流体称为理想流体或无粘流体。研究这种流体运动的力学称为理想流体（动）力学。与之相对应，研究具有粘性的实际流体运动的力学称为粘性流体（动）力学。

从理想流体动力学中知道，在理想流体流动中，作用在柱状物体上的阻力等于零，而在实际流体中应有阻力，这就是所谓的达朗贝尔疑题。现在我们都知，这种阻力必须用流体粘性影响来解释，由粘性流体力学来分析计算。翼剖面（翼型）的升力特性等，也必须用粘性影响来说明理想流体计算结果与实验结果之间的差异。

图 1-2 表示低速气流中圆柱上的压强系数分布，可见理论（按理想流体计算）与实验有显著的差别，在圆柱背风面处特别显著。图中 C_p 为压强系数， $C_p = (p - p_{\infty}) / \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2$ ， p 为压强， ρ 为密度， U 为速度，下标 ∞ 表示远前方来流条件。

图 1-3 表示翼型 NPU2 在马赫数 $M_{\infty} = 0.75$ 时的压强分布。NPU 翼型是西北工业大学（Northwestern Polytechnical University——NPU）空气动力学专业研究发展的一个翼型系列。NPU2 是一个超临界翼型。由图可见，按理想流体计算的压强分布与实验值有较大差别，只有按具有粘性的实际流体计算结果才与实验值比较接近。^(51~53)

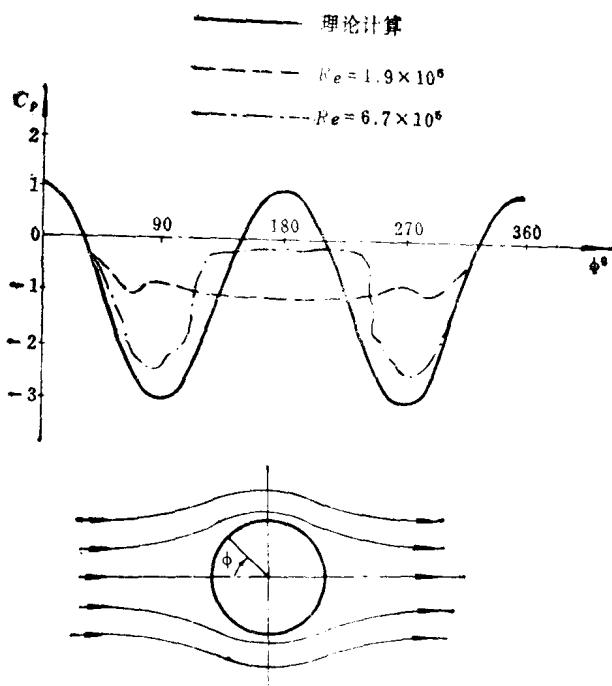


图1-2 圆柱上的压强系数分布

图 1-4 表示圆球在低速流动中的阻力系数 C_D 随雷诺 (Reynolds) 数 Re 的变化曲线。阻力系数定义为:

$$C_D \equiv \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 A} \quad (1-6)$$

式中 D 为圆球阻力, $A = \pi d^2/4$ 为圆球的迎风截面积, d 为圆球直径, $Re \equiv \rho_{\infty} U_{\infty} d / \mu_{\infty} = U_{\infty} d / \nu_{\infty}$, 在下一节和下一章中将讨论雷诺数 Re 的意义, 它是粘性流体力学中的一个最重要的参数, 体现流体粘性的影响。

由图 1-4 可见, 在小 Re 时, 曲线与理论计算曲线①和②比较接近。曲线①是用粘性流体力学中的斯托克斯 (Stokes) 理论

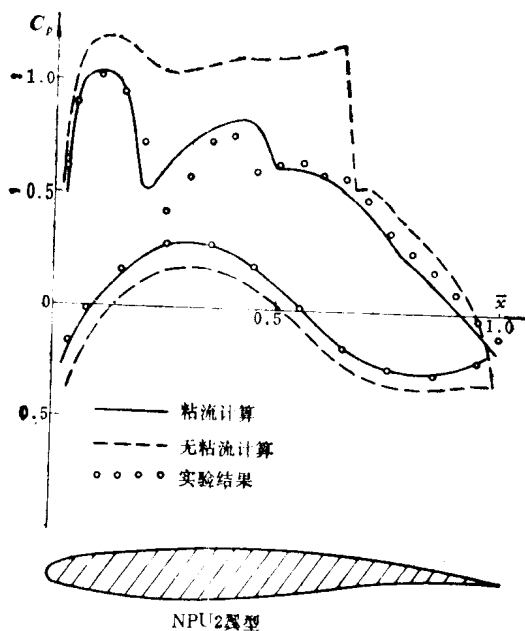


图1-3 NPU2翼型的压强分布
 $M_\infty = 0.75$, $\alpha = 1.50$, $Re = 3.0 \times 10^6$

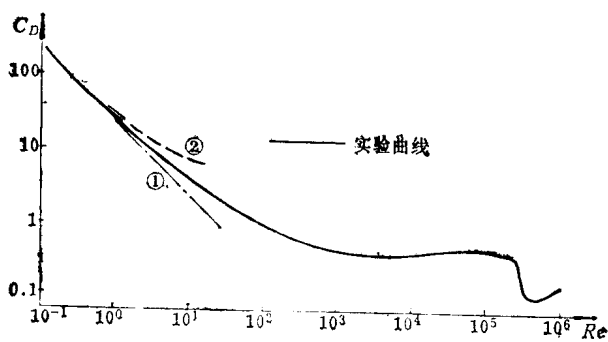


图1-4 圆球的阻力系数 C_D 随雷诺数 Re 的变化

找到的, 曲线②是用奥静 (Oseen) 方法找到的。奥静方法的圆球阻力系数计算公式为:

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3Re}{16} \right) \quad (1-7)$$

如在式 (1-7) 中略去括号中的第二项, 就是斯托克斯的公式。这两个理论结果的导出, 可以参看参考资料 2、4、5 或 6。

§ 1-3 雷 诺 数

为简单起见, 我们讨论低速不可压缩流动中的圆球阻力。根据经验, 圆球阻力 D 应该与圆球直径 d , 流体密度 ρ_∞ , 流体粘性系数 μ_∞ 和流动速度 U_∞ 有关。即 D 是 d , ρ_∞ , μ_∞ , U_∞ 的函数, 可写成

$$D = f(d, \rho_\infty, \mu_\infty, U_\infty) \quad (1-8)$$

我们现在用量纲理论对此作进一步分析。我们采用质量 $[M]$, 长度 $[L]$ 和时间 $[T]$ 作为基本量纲, 则以上各物理量的量纲可表示如下:

物 理 量	量 纲
D	$[ML/T^2]$
d	$[L]$
ρ_∞	$[M/L^3]$
μ_∞	$[M/LT]$
U_∞	$[L/T]$

现在假设式 (1-8) 的等号右边的代表性项为 $\rho_\infty^a U_\infty^b d^c \mu_\infty^d$, 其中指数 a 、 b 、 c 、 d 为待定常数。根据物理等式两边各项的量纲必须相同的条件, 即得

$$[ML/T^2] = [M/L^3]^a [L/T]^b [L]^c [M/LT]^d$$

使等号左右两边的相同基本量纲的指数相等, 得到:

$$\left. \begin{aligned} 1 &= a + d \\ 1 &= -3a + b + c - d \\ -2 &= -b - d \end{aligned} \right\}$$

解以上代数联立方程，得

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 - d \\ b &= 2 - d \\ c &= 2 - d \end{aligned} \right\}$$

故代表性项可写成：

$$\rho_{\infty} U_{\infty}^3 d^2 \left(\frac{\mu_{\infty}}{\rho_{\infty} U_{\infty} d} \right)^4$$

如果把圆球迎风面积 $A = \pi d^2/4$ 作为参考面积，定义圆球阻力系数 C_D 为：

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 A} \quad (1-9)$$

把圆球直径 d 作为参考长度，定义雷诺数 Re 为：

$$Re = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} d}{\mu_{\infty}} \quad (1-10)$$

则可把式 (1-9) 改写成：

$$C_D = F(Re) \quad (1-11)$$

式 (1-11) 表示圆球阻力系数是雷诺数 Re 的函数。例如，在小 Re 时，函数 $F(Re)$ 的具体形式可以采用式 (1-7) 中等号右边的表达式。

§ 1-4 流 动 状 态

粘性流体的流动有两种显著不同的状态。雷诺曾在圆管中进行过水流实验。他在圆管内的水流中设法引进一股带颜色的水。当管内速度不大时，颜色水稳定地流动，形成一条清晰可见的色带，见图 1-5(a)。速度增大时，色带逐渐不稳定，上下左右飘

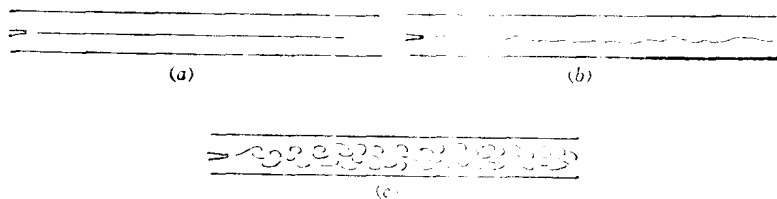


图1-5 圆管内的流动状态

动, 见图 1-5(b)。速度再增大时, 颜色水与主流混成一片, 不能再与主流区分开来, 见图 1-5(c)。在 (a) 图状态下, 流体成层状流动, 称为层流状态。在 (c) 图状态下, 流动呈高度非定常状态, 非常紊乱, 称为紊流状态。图 (b) 的状态是一种过渡状态, 是从层流到紊流的过渡。雷诺发现, 出现紊流状态的条件取决于组合量 $\rho U d / \mu$, 式中 ρ 为流体密度, U 为管内平均流速, d 为圆管直径, μ 为流体的粘性系数。人们为了纪念雷诺的这个发现, 称这个组合量为雷诺数 $Re \equiv \rho U d / \mu$ 。对于管内流动, Re 数在 2300 左右时, 流动一般将转变成紊流状态。从层流转变为紊流的雷诺数称为转变雷诺数。如果流体进入圆管前比较稳定, 管道入口段又比较光滑, 则转变雷诺数可能高于 2300, 甚至可达到 40,000 以上。但即使流体原为紊流状态, 若降低雷诺数, 使 Re 数降低到 2000 以下时, 流动将恢复为层流。工程上估算时, 一般把 $Re=2300$ 作为转变雷诺数, 又称临界雷诺数。

以上介绍了管内流动有两种流态。实际上, 粘性流体绕物体的流动也有层流和紊流之分。对于附面层流动, 也有层流附面层和紊流附面层的区别。所谓“附面层”的概念, 在下一节中介绍。

§ 1-5 附面层概念

设远前方速度为 U_∞ 的粘性流体流过一个静止平板(图1-6)。由于流体有粘性, 在紧贴平板处的流体速度应为零。由于有粘性引起的切向应力, 各层流体之间相互牵扯, 使流体速度从远离平

板的速度 U_∞ ，逐渐减速到平板处的速度为零，其速度分布如图 1-6 所示。如果粘性比较小，则粘性影响显著的区域就限于在平板附近。这一部分受粘性影响显著的流体就称为“附面层”。流动越向下游，受粘性影响而减速的流体越来越多，即附面层越来越厚。图 1-6 中的虚线即表示附面层的外边界。附面层的内边界就是平板表面。所以，附面层不是固定的一块流体。越往下游，粘

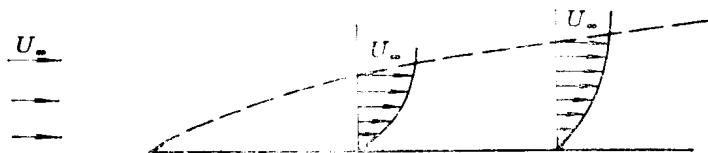


图1-6 粘性流体沿平板的流动

性影响区越扩大，附面层外边界不断向外移，即不断有新的流体进入附面层内，成为附面层的一部分。附面层外的流体，受粘性影响很小，可以看作无粘性的理想流体。这样，研究粘性流动问题时，按照附面层概念，可以把流动区域分成两部分——外部理想流体流动和内部附面层流动。于是，不必对整个粘性流场求解复杂的粘性流动运动微分方程组；而只要对外部理想流体流动区域求解比较简单的理想流体运动微分方程组，对内部附面层流动区域，则还可以根据附面层的特点对粘性流体的运动微分方程组进行简化，这简化所得的附面层微分方程组比较容易分析求解。这就是附面层概念在粘性流动理论分析时所起的极大简化作用。附面层的详细分析，将从本书第三章起逐步介绍。

总的说来，粘性是对全流场产生影响的。如何划分外部理想流体流动和内部附面层流动的边界，是要规定一定的条件的。例如，我们可规定速度达到外流速度的 99% 时为外边界，也可规定达到 99.5% 时为外边界。可是，这样规定的附面层外边界，这样规定的附面层厚度（附面层内边界到外边界的横向距离），有较

大的人为因素。在以后介绍附面层分析时，我们还有比较明确的其它附面层厚度的定义。

以上用粘性流体流过平板的例子说明了附面层的概念。粘性流体流过曲面时，同样也会有附面层存在。流体在管道中流动时，在管道入口附近，也会有附面层。但当离入口较远处，管道上下壁面的附面层厚度之和已接近于管道整个截面宽度时，整个截面上的流动都受到粘性影响。这就不能用附面层概念来分析研究了。

流体流过平板时，沿平板纵向，压强基本不变；而流体流过曲面时，压强沿曲面是变化的，这时又可能出现新的流动现象——流动分离。这在下一节中再讨论。

§ 1-6 流 动 分 离

从图 1-2 中已看到，实际流体绕圆柱流动时，圆柱面上的压强分布与理想流体绕流的计算值相差甚远。图 1-7 表示绕圆柱的实际流动的一个流动图形，在圆柱背风面部分，前方来的流体不再贴着柱面流向 C 点，而是在某一点 S （及点 S' ）处离开柱面，点 S 到点 S' 的那一段柱面的下游方向充满着旋涡。这个充满着

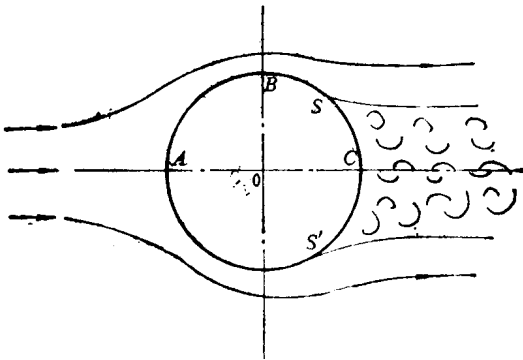


图1-7 绕圆柱的流动图形