

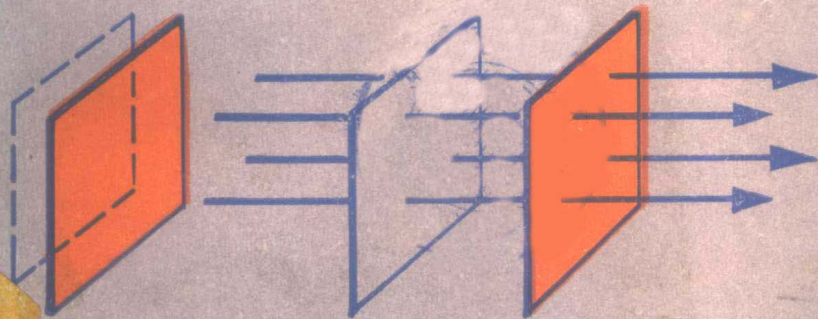
# 经典 物理学 基础

第一卷 ● ● ●

# 2

〔美〕 R. T. Weidner R. L. Sells 著

卢民强 顾梅玲 周永平译



高等教育出版社

本书根据美国 Allyn and Bacon Inc. 出版的 R. T. Weidner & R. L. Sells 合著《经典物理学基础》第一卷 (Elementary Classical Physics, Vol. I) 1973 年第二版译出。中译本分一、二两册。第一分册包括一至十三章, 主要内容为经典力学; 第二分册包括十四至二十一章, 主要内容为机械波、分子运动论和热力学。

本书叙述严谨, 强调基本概念, 数学水平适合初学大学物理者。本分册有关热力学的几章中, 强调原子的观点以及统计力学的观点, 不着重于统计力学的数学工具。书中提供了大量经过较详细分析的例题。

本书可作高等院校理工科、师范、电大、职大等的基础物理教学参考书。

## 经典物理学基础

### 第一卷 第二分册

[美] R. T. Weidner R. L. Sells 著  
卢民强 顾梅玲 周永平 译

高等教育出版社出版  
新华书店上海发行所发行  
商务印书馆上海印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 8.5 字数 201,000

1989 年 10 月第 1 版 1989 年 10 月第 1 次印刷

印数 00,001—2,671

ISBN7-04-001136-0/O·701

定价 2.90 元

## 物理常数

取三位有效数字(并见附录 I)

重力加速度	$g$	$9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
电子质量		$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
地球质量		$5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
引力常数	$G$	$6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
地球的平均半径		$6.37 \times 10^6 \text{ m}$
地球—月球间的平均距离		$3.84 \times 10^8 \text{ m}$
地球—太阳间的平均距离	$AU$	$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$
水(20°C)的密度		$1.00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
标准大气压		$1.01 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} = 76 \text{ cmHg}$
气体常数	$R$	$8.31 \text{ J} \cdot \text{g} \cdot \text{mol} \cdot \text{K}^{-1}$
1 摩尔理想气体在 S. T. P. 情况下的体积		22.4 liter
绝对零度		$-273.15^\circ\text{C} = 0\text{K}$
阿伏伽德罗常数	$N_A$	$6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
玻耳兹曼常数	$k$	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

AV 35/01

# 目 录

<b>第十四章 简谐运动</b> .....	(1)
14-1 简谐运动的动力学和运动学(1)	
14-2 从能量观点分析简谐运动(5)	
14-3 微振动和简谐运动(8)	
14-4 简谐振子的例子——摆(11)	
14-5 阻尼振动(17)	
14-6 受迫振动和共振(18)	
摘要(21)	
习题(22)	
<b>第十五章 固体和流体的力学性质</b> .....	(26)
15-1 固体的弹性(26)	
15-2 物质的三态(30)	
15-3 流体内的压力(31)	
15-4 流线型流动 (34)	
15-5 连续性方程(37)	
15-6 伯努利定理(39)	
15-7 流体静力学(44)	
15-8 阿基米德原理(46)	
摘要(48)	
习题(49)	
<b>第十六章 弦线上的波动</b> .....	(54)
16-1 波动的基本特点(54)	
16-2 叠加原理和干涉(58)	
16-3 波的反射(60)	
16-4 正弦波(63)	
16-5 波动的能量(68)	
16-6 正弦波的叠加(70)	
16-7 驻波(73)	
16-8 共振(79)	
16-9 偏振(80)	
摘要(83)	
习题(85)	
<b>第十七章 压缩波</b> .....	(90)
17-1 纵波(90)	
17-2 压缩波的速率(92)	
17-3 弹性波中压力的变化(96)	
17-4 声波的强度(97)	
17-5 波的叠加、反射与驻波 (99)	
17-6 其它类型的机械波(101)	
17-7 声音和声学(104)	
17-8 波阵面和波线(105)	
17-9 波的强度与离波源距离的关系(106)	
17-10 惠更斯原理(108)	
17-11 多普勒效应(109)	
17-12 冲击波(114)	
摘要(115)	
习题(116)	
<b>第十八章 温度、热膨胀以及理想气体的宏观性质</b> .....	(121)
18-1 温度和热力学第零定律(122)	
18-2 测温学(123)	
18-3 定容气体温度计(126)	
18-4 固体和液体的热膨胀(128)	
18-5 普适气体定律(133)	
18-6 状态方程(136)	
18-7 气体所作的功(137)	

18-8 气体状态的变化(139) 摘要(141) 习题(141)	
<b>第十九章 气体分子运动论和热力学的基本概念</b> .....	(145)
19-1 分子的大小(145) 19-2 气体分子运动论对理想气体的应用(146)	
19-3 温度的涵义和内能(151) 19-4 热的涵义和热力学第一定律(155)	
19-5 理想气体的比热容(160) 19-6 气体分子能量的分布(164)	
19-7 无序性和热力学第二定律(167) 19-8 布朗运动(173)	
19-9 碰撞频率和平均自由程(175) 19-10 理想气体定律的偏差和状态变化(177)	
摘要(181) 习题(183)	
<b>第二十章 固体和液体的热学性质</b> .....	(186)
20-1 固体和液体的热力学系统(186) 20-2 热力学第一定律 (189)	
20-3 比热和热量单位(191) 20-4 杜隆-珀替定律(194) 20-5 潜热(195)	
20-6 热传导(200) 20-7 热辐射(203) 摘要(205) 习题(206)	
<b>第二十一章 热力学第二定律和热机</b> .....	(209)
21-1 能量转换(209) 21-2 热机、热泵和热力学第二定律(212)	
21-3 可逆热机与不可逆热机(216) 21-4 卡诺循环和热力学温标(219)	
21-5 熵(224) 21-6 熵和热力学第二定律(230) 摘要(234) 习题(236)	
<b>附录</b> .....	(239)
I 基本常数 .....	(239)
II 单位换算因子 .....	(240)
III 数学公式 .....	(243)
IV 三角函数的数值 .....	(244)
V 希腊字母表 .....	(247)
<b>单数编号习题的答案</b> .....	(248)
<b>索引</b> .....	(252)

## 第十四章 简谐运动

本章阐述简谐运动的基本动力学，并举几个例子说明这类运动。我们还简要地研究阻尼振子和受迫振动。

简谐运动是所有受线性回复力作用的物体的特征。在物理学中有许多情况可说明这种运动特征：系在弹簧上的一个质量、系在扭杆上的一个物体、单摆与复摆、任何固体中的原子、分子中的原子、通有交流电的导体中的电流、单一的电磁波中的电场或磁场、声波中变化的压强。确实，任何一个在稳定平衡点附近作微小振动的质点都在作简谐运动。

### 14-1 简谐运动的动力学与运动学

将一弹簧从其平衡位置拉伸或压缩一段微小距离  $x$ ，弹簧所施的力  $F_s$  由下式给出

$$F_s = -kx \quad (9-10), (14-1)$$

式中负号表示这种力和位移反方向， $k$  为弹簧的力常数\*

一变形弹簧的势能  $U_s$  为

$$U_s = \frac{1}{2}kx^2 \quad (10-2), (14-2)$$

实际上，在物理学许多领域里所出现的一种情况中，弹簧起着一个范例的作用，在这种情况下，质点受到一个线性回复力的作用，因而系统的势能与质点离平衡位置的平移的平方成正比。在这些情况下质点作简谐运动。

对于质量为  $m$ 、系在弹簧一端（弹簧的另一端固定）的一质

\* 式(14-1)有时称为胡克定律，胡克(Robert Hooke)是和牛顿同时代的人。

点, 牛顿第二定律给出

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= m a_x \\ -kx &= m \frac{d^2 x}{dt^2}\end{aligned}$$

式中  $\frac{d^2 x}{dt^2}$  为质点沿  $x$  方向的加速度。

整理上式, 我们得出

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

令  $k/m$  等于常数  $\omega_0^2$ , 其意义不久我们将作说明。令

$$\omega_0^2 \equiv \frac{k}{m} \quad (14-3)$$

则上式变成

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (14-4)$$

任何一种导出式(14-4)形式的二阶微分运动方程的物理情况, 都意指简谐运动。

容易证明式(14-4)的一个解为

$$x = A \cos(\omega_0 t + \delta) \quad (14-5)$$

式中  $A$  和  $\delta$  都是常数\*。

取位移  $x$  的一阶导数和二阶导数, 则得质点的速度  $v_x = \frac{dx}{dt}$

和加速度  $a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}$  为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \delta) \quad (14-6)$$

和

$$a_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \delta) = -\omega_0^2 x \quad (14-7)$$

比较式(14-7)和式(14-4), 我们看出式(14-5)确实是式(14-4)

---

\* 这个解可等价地写成  $x = B \sin(\omega_0 t + \epsilon)$  或  $x = C \cos \omega_0 t + D \sin \omega_0 t$ , 式中  $B$ ,  $\epsilon$ ,  $C$  和  $D$  都是常数。

的一个解。

位移  $x$ 、速度  $dx/dt$  和加速度  $d^2x/dt^2$  都随时间作正弦式变化，如图 14-1 所示。位移  $x$  的取值范围从  $-A$  到  $+A$ ，最大位移  $A$  称为振动的振幅。从图中我们注意到， $x$ 、 $v$  和  $a$  并不在同一时刻达到其最大值：速度是在位移达到最大值之前四分之一周期的时刻达到最大值的，而加速度是在速度达到最大值之前四分之一周期的时刻达到最大值的。

相位常数  $\delta$  取决于初始时刻  $t=0$  时的位移和速度。在式 (14-5) 和式 (14-6) 中，取  $t=0$ ，则得  $x(t=0) = A \cos \delta$ ，和  $v(t=0) = -\omega_0 A \sin \delta$ 。因此， $\operatorname{tg} \delta = -v(t=0) / \omega_0 x(t=0)$ 。

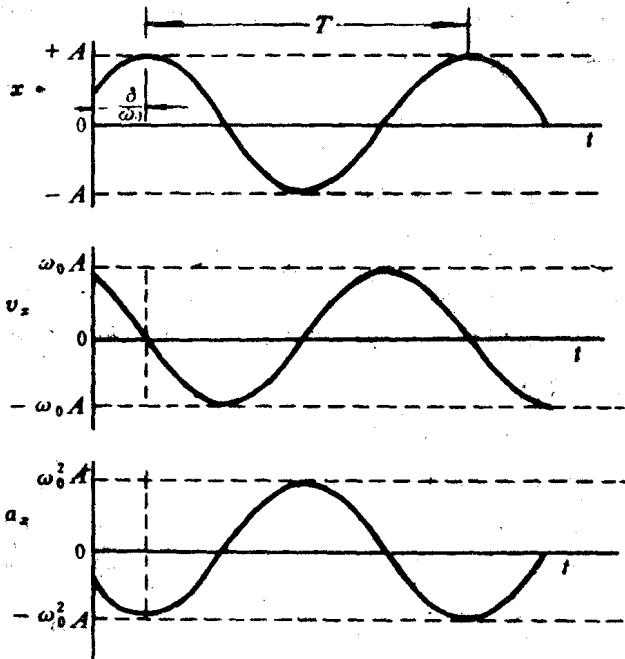


图 14-1 用图表示简谐运动中质点的 (a) 位移，(b) 速度，(c) 加速度，为时间的函数

振动周期的定义为振动质点完成一次完整的振动过程所经历的时间。因此，若时间  $t$  增加一个周期  $t+T$ ，则式 (14-5) 中余



弦的自变量也必定增加一个周期，或  $2\pi$  rad:

$$\omega_0(t+T) + \delta = (\omega_0 t + \delta) + 2\pi$$

或

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (14-8)$$

频率  $f^*$  为每单位时间内振动的次数，它必然为周期的倒数:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi} \quad (14-9)$$

$\omega_0$  有时称之为角频率，它的数值决定振动的频率和周期，下标 0 是强调该振动是在无阻尼(阻尼力为零)的情况下发生的。

把式(14-3)代入式(14-8)和式(14-9)中，我们就得到系在弹簧上的质点的周期和频率:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left( \frac{m}{k} \right)^{1/2} \quad (14-10)$$

值得注意的是，周期和频率并不取决于振幅  $A$ 。完成一次振动所经历的时间取决于质点的惯性(用  $m$  来度量)和弹簧的倔强性(用  $k$  来度量)，而不取决于质点偏离平衡位置的最大位移。我们可以说，质点的惯性使它冲过平衡位置，而弹簧的回复力约束质点于平衡位置。惯性效应和弹性效应的相互竞争反映在式(14-10)之中： $T$  随  $m$  的增大而增大，但随  $k$  的增大而减小。

从运动学的角度来看，简谐运动不仅可定义为位移随时间按正弦规律变化，而且可定义为匀速圆周运动在直径上的投影的运动。考虑图 14-2，图中一个质点在半径为  $A$  的一个圆周上，以角速度  $\omega_0$  作逆时针方向运动。由矢径和  $X$  轴构成的角度  $\theta = \omega_0 t + \delta$ ，以弧度度量。当  $t=0$  时， $\theta = \delta$ 。所以，质点圆周运动的  $X$  分量为

$$X = A \cos \theta = A \cos(\omega_0 t + \delta) \quad (14-5)$$

\* 频率的相应单位为  $s^{-1}$ ，而现在普遍地用赫兹(缩写为 Hz)作单位， $1 \text{ Hz} = 1 s^{-1}$ 。

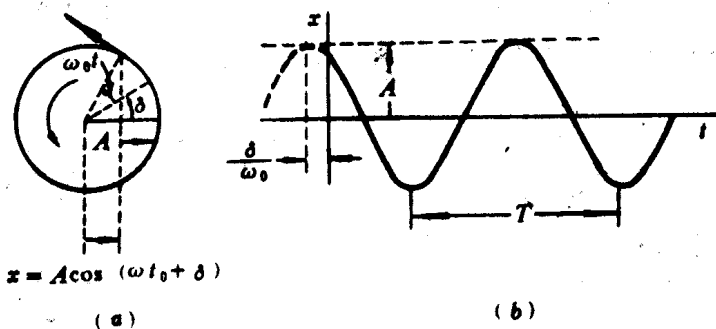


图 14-2 (a)与简谐运动相对应的匀速圆周运动的图示法。(b)简谐运动  $x = A \cos(\omega_0 t + \delta)$  的位移-时间图, 相位常数为  $\delta$ 、角频率为  $\omega_0$ 、振幅为  $A$ 、周期为  $T$

## 14-2 从能量观点分析简谐运动

应用式(14-6), 振动质点的动能  $K$  为

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \delta) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_0 t + \delta)$$

在上式最后一步中, 我们应用了式(14-3)。

由式(14-2)和式(14-5), 弹簧的势能为

$$U_s = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \delta)$$

所以, 振动系统的总能量  $E$  为

$$E = K + U = \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2(\omega_0 t + \delta) + \cos^2(\omega_0 t + \delta)]$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \tag{14-11}$$

简谐振子的能量与振幅的平方成正比。

一个无阻尼简谐振子的总能量是不变的。在无耗散力的情况下, 振动将不减幅地永远持续下去。动能和势能两者都随时间作正弦变化, 如图 14-3 所示, 但它们的总和  $E$  是不变的。当振动质

点经过平衡位置( $x=0$ )时, 具有最大的动能; 而当物体瞬间静止在振幅位置( $x=\pm A$ )时, 弹簧具有最大的势能。

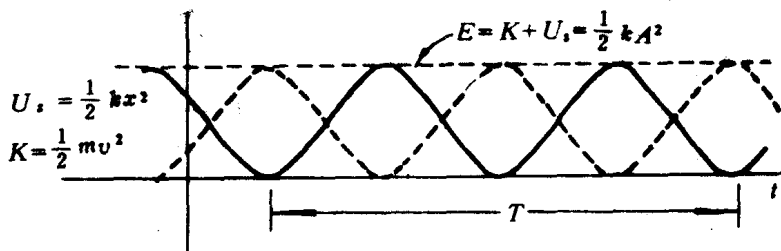


图 14-3 一个简谐振子的动能  $K$  和弹性势能  $U_s$  随时间的变化关系。注意, 总能量  $E=K+U_s$  是不变的

图 14-3 表示势能  $U_s$  是时间的函数。既然简谐运动是周而复始的, 那么, 分析一下势能和位移的函数关系也是值得的。图 14-4

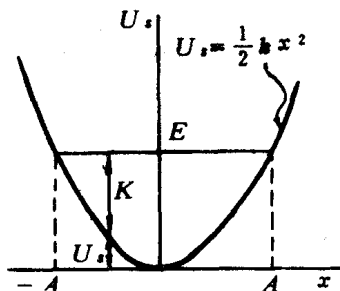


图 14-4 一个简谐振子的弹性势能  $U_s$  为位移  $x$  的函数。这种运动被限制在两个振幅位置  $x=\pm A$  之间的范围内, 这时动能  $K$  是正的

是根据式(14-2)  $U_s = \frac{1}{2} kx^2$ , 画出的  $U_s$  和  $x$  的函数关系图: 这是一条抛物线。

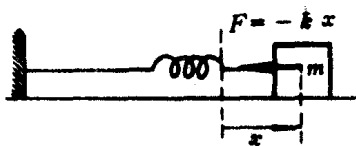


图 14-5 一简谐振子, 一质量  $m$  系于力常数为  $k$  的弹簧上, 并受一回复力  $F=-kx$  的作用。式中  $x$  为此质量离开其平衡位置的位移

例 14-1 一个  $2.0\text{kg}$  的方块, 静止在无摩擦的水平表面上, 这方块系在一弹簧的右端, 弹簧左端是固定的。见图 14-5。此方块在一  $10.0\text{N}$  的外力作用力, 离开其平衡位置向右移动了  $5.0\text{cm}$ 。并保持在这一位置上不动。(a)这一弹簧的力常数为多少? (b)将此方块释放后, 问方块的振动周期为多少? 当  $t = \frac{\pi}{15}\text{s}$  时, 问(c)作用于方块的力为多少? (d)方块的动

能为多少? (e) 弹簧的势能为多少?

解: (a) 由式(14-1),

$$k = -\frac{F}{x} = -\frac{-10\text{N}}{0.050\text{m}} = 200\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$$

(b) 由式(14-10) 给出周期

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2.0\text{kg}}{200\text{N}\cdot\text{m}^{-1}}} = \frac{\pi}{5}\text{s}$$

(c) 在  $t$  时刻, 弹簧作用于方块的力由下式给出

$$F = -kx = -kA\cos(\omega t + \delta) = -kA\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \delta\right)$$

由于运动是在振幅位置  $A = 0.050\text{m}$  处从静止开始的, 我们可知  $\delta = 0$ .

所以, 在  $t = \frac{\pi}{15}\text{s}$ , 上式变为

$$\begin{aligned} F &= -(200\text{N}\cdot\text{m}^{-1})(0.050\text{m})\cos\left[\frac{2\pi(\pi/15\text{s})}{\pi/15\text{s}}\right] \\ &= -(10.0\text{N})\cos\frac{2\pi}{3} = -(10.0\text{N})\cos 120^\circ \\ &= +5.0\text{N} \end{aligned}$$

在  $t = \frac{\pi}{15}\text{s}$  时刻, 弹簧作用于方块的  $5.0\text{N}$  力方向向右, 此刻弹簧被压缩 ( $x < 0$ ).

(d) 此时动能为

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \delta) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \delta) \\ &= \frac{1}{2}(200\text{N}\cdot\text{m}^{-1})(0.050\text{m})^2 \sin^2 120^\circ \\ &= 0.19\text{J} \end{aligned}$$

(e) 应用关系式  $U_s = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \delta)$ , 我们可求得弹簧的势能。但是, 我们同样可以从方块  $T$  弹簧系统的总能量  $E = \frac{1}{2}kA^2$  减去  $t = \frac{\pi}{15}\text{s}$  时方块的动能, 从而求得弹簧在该时刻的势能:

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{1}{2}kA^2 - K \\ &= \frac{1}{2}(200\text{N}\cdot\text{m}^{-1})(0.050\text{m})^2 - (0.19\text{J}) = 0.06\text{J} \end{aligned}$$

例 14-2 试证明简谐振子的动能与势能的时间平均值是相等的。

证 考察图 14-3 显然就可得证。在一个周期的时间内，动能曲线下的面积等于势能曲线下的面积。所以，平均动能  $\bar{K}$  等于平均势能  $\bar{U}_s$ 。其和  $\bar{K} + \bar{U}_s$  是一个恒量  $\frac{1}{2}kA^2$ 。因此， $\bar{K} = \frac{1}{4}kA^2 = \bar{U}_s$ 。

当然，我们也可以通过计算一个周期  $T$  内  $K$  和  $\bar{U}_s$  的时间平均值，从而作出解析证明：

$$\bar{K} = \frac{1}{T} \int_0^T K dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega_0 t + \delta) dt = \frac{1}{4} k A^2$$

$$\bar{U}_s = \frac{1}{T} \int_0^T U_s dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \delta) dt = \frac{1}{4} k A^2$$

### 14-3 微振动和简谐运动

容易证明，任何一个在稳定平衡点附近作微小振动的质点都在作简谐运动。若一个质点具有一个稳定的平衡位置，那么，当它在某一方向或在另一方向移动时，就必定受到一个指向平衡位置的力的作用。换一种说法，若质点的运动是离开它的平衡位置的，那么它的动能必定减小，结果，系统的势能必定增大，以保持系统的总能量恒定。因此，离开平衡位置的位移  $x$  不管是正还是负，势能都必定增大，如图 14-6 所示。在势能最小值（平衡位置）附近，势能曲线可以用一条具有竖直对称轴的抛物线近似表示\*，我们可写成

$$U \propto x^2 \quad \text{对于微小的 } x$$

但是，正如我们已经看到的那样，势能随离开平衡位置的位移平方而变化，意味着存在一个线性回复力。于是，质点从

\* 我们可以把接近其最小值的势能  $U$  写成位移  $x$  的展开式：

$$U(x=0 \text{ 附近}) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$$

式中  $a_0, a_1, a_2, \dots$  都是常数。由于势能的零点是任选的，因而我们可以选择当  $x=0$  时， $U=0$ ，常数  $a_0=0$ 。若  $a_1$  不为零，则它对  $U$  的贡献将使  $x$  为正时  $U$  增大， $x$  为负时  $U$  减小，这与  $U$  在两个方向上都必须增大的事实相矛盾。因而对于平衡点来说， $a_1=0$ 。那么，对于足够小的  $x$ ，其主导项为  $a_2 x^2$ 。因而  $U \approx a_2 x^2$ 。对于稳定平衡，必有  $a_2 > 0$ 。

$x=0$  移动一段微小距离，该是在经历着简谐运动。

简谐运动是周期性运动的一个重要例子。所谓周期性运动指的是重复运动。一般把周期  $T$  定义为如下所述的最小时间间隔：若在任何一段持续时间  $T$  内的运动是已知的，我们只要把位移-时间曲线向右或向左移动整数个周期，就能够求得全部时间内的运动。图 14-7 所表示的周期运动显然不是简谐运动。称为傅里叶定理的一般数学定理蕴涵如下重要的性质：任何一个周期运动都可以被看成是许多简谐运动的叠加或总和，这些简谐运动的振幅、频率和相位可以不相同。

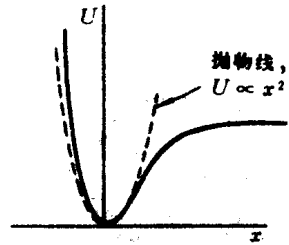


图 14-6 质点处于稳定平衡时，势能是位移的函数。实线是束缚在分子内的原子的势能；虚线是抛物线，它接近势能最小值附近的实际势能曲线

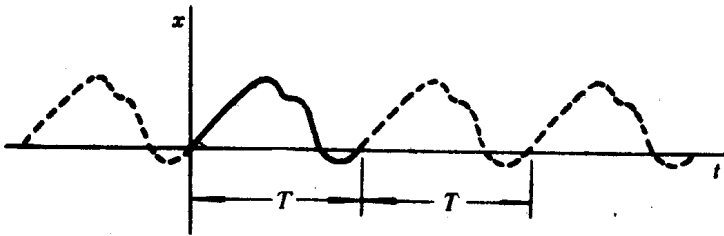


图 14-7 位移-时间图形。周期为  $T$  的周期运动的一个例子

例 14-3 设想沿地球直径开凿一条小孔隧道穿过地球。一个质点沿着这条隧道运动。证明：若地球的质量密度是均匀的，则此质点作简谐运动。

证 这种情况如图 14-8(a) 所示。我们设想质量为  $m$  的一质点恰好位于半径为  $r$  的球体之外，而处于内径和外径分别为  $r$  和  $r_e$  的球壳层之内，这里  $r_e$  为地球半径。

我们知道，外围壳层对  $m$  没有重力作用（见第 13-8 节），所以，作用于  $m$  上的合引力完全来自半径为  $r$  的球体。

$$F_v = -\frac{GMm}{r^2}$$

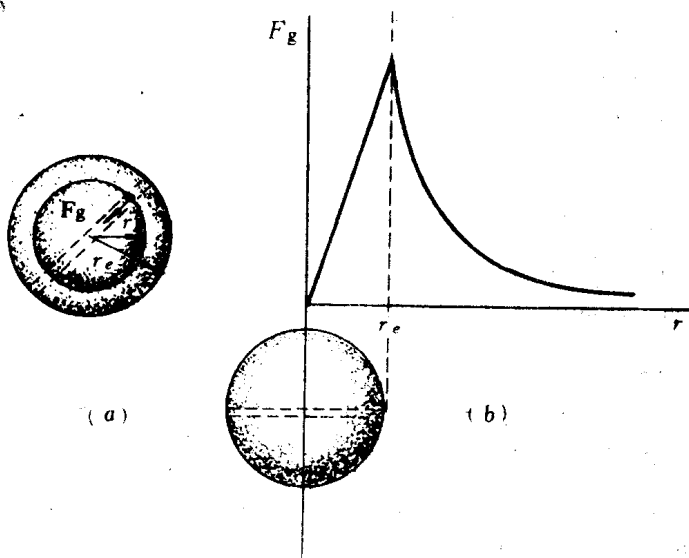


图 14-8 (a)质点在贯穿地球的隧道中运动时所受的重力, (b)重力是质点与地心之间距离的函数

式中  $M$  为这个圆球的质量, 负号表示力的方向向内.

如果我们假设地球具有均匀的密度  $\rho$ , 就可写出

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

将  $M$  的关系式应用于上面给出的  $F_g$  的方程中, 则得

$$F_g = - \frac{G \left( \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \right) m}{r^2} = - K m r$$

式中  $K$  为一常数. 作用于此质点的重力与质点到地心的距离  $r$  成正比.

当质点处于地球表面时,  $r = r_e$ , 作用在质点上的力  $F_g$  就是  $mg$ . 因此,

$$mg = K m r_e$$

式中  $g$  为地球表面的重力加速度.

从上述最后两式中消去  $K$ , 最后得到

$$F_g = - \frac{mg}{r_e} r$$

重力与质点离地心的位移  $r$  成正比, 因而具有  $F = -kx$  这种形式, 式中等

效的“倔强常数”为  $k = mg/r_e$ 。这个质点作简谐运动，运动周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/r_e}} = 2\pi\left(\frac{r_e}{g}\right)^{1/2} \quad (14-10)$$

上述  $T$  的这个关系式，恰好是人造卫星在接近地球表面的轨道上，绕地球运行时的周期的关系式， $T \approx 85 \text{ min}$ 。沿地球直径隧道运动的质点，应当和作轨道运动的人造卫星具有完全相同的周期，这一点也可以从如下事实得出：人造卫星的合力、位移、速度和加速度沿此隧道方向的投影，等于该质点在隧道中作简谐运动的相对应的各量。

## 14-4 简谐振子的例子——摆

### 单摆

假定有一质量为  $m$  的质点，系在长度为  $l$  的无质量绳子的下端，绳子上端固定。见图 14-9。这个系统构成一单摆。

绳子与竖直方向构成的角度为  $\theta$ 。在下述内容中，我们假定角度  $\theta$  总是很小，因此，当质点随同拉紧的绳子从一侧释放时，它就作小振幅摆动。作用于质点上的力是绳子张力  $T$  和质点的重量  $mg$ 。质点在半径为  $l$  的圆弧上运动，沿此圆弧合力大小为  $mg\sin\theta$ ，方向与位移  $\theta$  相反。若  $\theta$  足够小，则质点沿这圆弧的位移可以精确地用质点离开平衡位置的水平位移  $x$  作近似，这里  $x = \theta l$ 。因此，当  $\theta$  很小时，

$$\frac{x}{l} \approx \sin\theta \approx \theta$$

所以，应用牛顿第二定律，我们得到

$$\Sigma F_x = ma_x$$

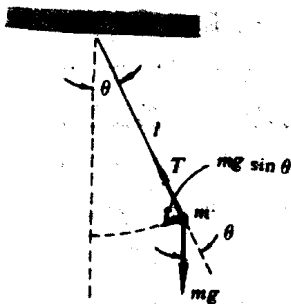


图 14-9 单摆。作用于质点  $m$  上沿圆弧方向的合力为  $mg\sin\theta$



$$-mg \sin \theta = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$-mg \frac{x}{l} \approx m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

或：
$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{g}{l} x = 0$$

上面这个运动方程与简谐运动的一般方程(14-4)的形式完全相同,其中

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

所以,应用式(14-8),在小振幅的情况下,单摆的周期为

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left( \frac{l}{g} \right)^{1/2} \quad (14-12)$$

周期只取决于长度  $l$  和加速度  $g$ , 而与振动的振幅(无论是  $x$  或是  $\theta$  的振幅)无关\*。

由于摆是等时的: 摆的周期(近似地)与摆的振幅无关, 所以摆适合于作计时仪器。单摆为测定  $g$  提供了一个简单而且准确的依据: 人们只要测出摆长已知的摆的周期, 并应用式(14-12), 就可测得  $g$ 。

单摆的周期与质点的质量无关。所有同样长度的单摆都以同样的快慢振动。然而, 在得出这一结论时, 我们作了一个重要的假设, 即质点的惯性质量  $m_i$  和引力质量  $m_g$  相等(见第 13-1 节)。正如牛顿从实验中所发现的那样, 长度相等但质量和材料都不同的摆, 确实具有相同的周期。这意味着  $m_i = m_g$ , 因而支持了等效原理。

### 复摆

复摆由一个刚体构成, 这个刚体可绕其上的一个固定支点作振动。见图 14-10, 图中从转轴到物体质心的距离用  $L_{CM}$  表示。把

\* 对于任意的角振幅  $\theta_m$  (弧度), 给出周期的一般关系式是

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL_{CM}}} \left[ 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_m}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\theta_m}{2} + \dots \right]$$

当  $\theta_m = 30^\circ$ ,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL_{CM}}} (1.017)$ 。因而, 即使对于这样大的摆角, 其实际周期比由简单公式(14-12)给出的周期大不到百分之二。