JIANGLIAN KETANG

讲出生动 关注讲练课堂

练出精彩 重温课本细节

总主编 蒋念祖

丁翌平

主 编 钱军先

戴翰林

讲练课堂

高三数学

东师教辅

东北师范大学出版社

JIANGLIAN KETANG

总主编 蒋念祖

丁翌平

讲练课堂

高三数学

主　编　钱军先

戴翰林

副主编　朱胜强

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目(CIP)数据

讲练课堂．高三数学/蒋念祖，丁翌平主编．—长春：东北师范大学出版社，2003.5

ISBN 7-5602-3379-1

Ⅰ.讲…　Ⅱ.①蒋…　②丁…　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 024925 号

□责任编辑：刘笑梅　□封面设计：魏国强

□责任校对：孟繁波　□责任印制：栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号(130024)

销售热线：0431—5687213

传真：0431—5691969

网址：http://www.nnup.com

电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

吉林农业大学印刷厂印装

长春市新城大街 2888 号　邮政编码：130118

2003 年 5 月第 1 版　2003 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148 mm×210 mm　印张：13.25　字数：506 千

印数：0 001 — 6 000 册

定价：16.00 元

出版说明

《讲练课堂》是一套面向广大中学生的同步类教辅丛书。整套丛书经过精心策划和专家反复论证，由全国知名中学的优秀特高级教师主持编写。其显著特点在于：

1. 立足于教材而又高于教材。

本书以人教版最新教材为蓝本，紧扣教学大纲，力图对各项知识要点进行有效的梳理，以打牢学生的知识基础。同时加强课内资源与课外资源的整合，以提高学生的解题技巧和综合能力。

2. 题型设计新颖，并具有很强的针对性。

在习题的编选上尽量不选陈题、旧题，使原创题、创新题保持较大比例，力求体现近年来教学和考试的新成果，给人以境界一新的感觉。同时根据教学大纲，就各个知识点、能力要求有针对性地设置习题，做到有的放矢。

如今名目繁多的练习册令人眼花缭乱，如何能“风景这边独好”？

如果非要找一个答案，那么我们可以十分自信地告诉您，《讲练课堂》做到了：在学生心求通而未得，口欲言而未能之时，用易学、易变通的方式，用妥帖的语言，深入浅出，使学生在思维中顿悟，在理解中提升，在运用上熟练。

尽管我们对本丛书的出版工作高度重视，作风严谨，态度认真，但疏漏之处在所难免，恳请读者不吝赐教。

《讲练课堂》编辑组

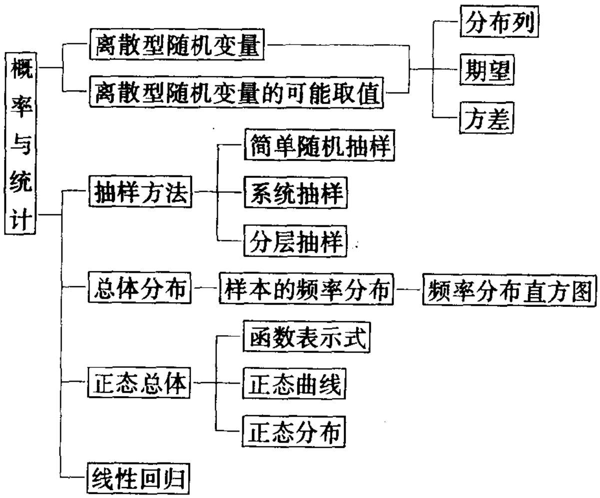
2003年5月

目 录

CONTENTS

第十一章　[概率与统计]

本章内容分为两部分:第一部分是概率论的初步知识,包括随机变量、离散型随机变量的期望与方差;第二部分是统计,包括抽样方法、总体分布的估计、正态分布及线性回归.



第一节　随机变量

整体感知

1. 离散型随机变量的分布

(1)随机变量的概念

如果随机试验的结果可以用一个变量来刻画(即表示),那么这样的变量叫作随机变量,可以按一定次序列出的随机变量叫作离散型随机变量,常用 ξ,η 等希腊字母表示.

(2)离散型随机变量的分布列

若离散型随机变量 ξ 的一切可能取值为 $a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$,相应取这些值的概率为 $P(a_1),P(a_2),\cdots,P(a_n),\cdots$,则下表为离散型随机变量 ξ 的概率分布,简称 ξ 的分布列.

ξ	a_1	a_2	a_3	$\cdots$	a_n	$\cdots$
P	P_1	P_2	P_3	$\cdots$	P_n	$\cdots$

离散型随机变量的统计规律完全由它的分布列来确定.任何离散型随机变量的分布列具有以下两个性质:

(1)$P_i \geqslant 0$ ($i=1,2,\cdots,n,\cdots$);

(2)$P_1+P_2+P_3+\cdots=1$.

常见的离散型随机变量的分布列有:(1)两点分布;(2)二项分布.

2.离散型随机变量的期望与方差

(1)期　望

设离散型随机变量 ξ 的分布列是:

ξ	a_1	a_2	$\cdots$	a_n	$\cdots$
P	P_1	P_2	$\cdots$	P_n	$\cdots$

则称:$a_1P_1+a_2P_2+\cdots+a_nP_n+\cdots$为 ξ 的数学期望(简称期望),记作 $E\xi$.

数学期望 $E\xi$ 是反映随机变量 ξ 集中趋势的指标,相当于质点分布的重心,也反映了 ξ 取值的平均水平.

数学期望的性质:

① 若 $\eta=a\xi+b$ (a,b 为常数),则 $E\eta=aE\xi+b$;

② $E(\xi_1+\xi_2)=E\xi_1+E\xi_2$.

(2)方　差

针对上述 ξ 的分布列,我们称:$(a_1-E\xi)^2p_1+(a_2-E\xi)^2p_2+\cdots+(a_n-E\xi)^2p_n+\cdots$ 为随机变量 ξ 的均方差(简称方差),记作 $D\xi$;将$\sqrt{D\xi}$称为随机变量 ξ 的标准差,记作 $\delta\xi$.

方差与标准差都反映了 ξ 关于期望的稳定与波动、集中与离散的程度.

方差的性质:

① $D(a\xi+3)=a^2D\xi$;

② 若 $\xi\sim B(n,p)$,则 $D\xi=nP(1-p)$.

典 型 例 析

1.设离散型随机变量 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

求:$2\xi+1$,$|\xi-1|$的分布列.

思路剖析 离散型随机变量的分布列及性质.

当 ξ 取不同的值时,分别计算 $2\xi+1$ 与$|\xi+1|$对应的值,并应用 $P(\xi)=P(2\xi+1)$求 $2\xi+1$ 的分布列;但是由于$|0-1|=|2-1|=1$,所以在求$|\xi-1|$的分布列时,应注意

$P(1)=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$.

解答示范 (1)$2\xi+1$的分布列为

$2\xi+1$	1	3	5	7	9
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

(2)$|\xi-1|$的分布列为

$\|\xi-1\|$	0	1	2	3
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{10}$

特别提示 由于ξ取不同值时,$\eta=f(\xi)$会取相同的值.这时要考虑所有使$f(\xi)=\eta$成立的$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$等值,则$P(\eta)=P(f(\xi))=P(\xi_1)+P(\xi_2)+\cdots+P(\xi_n)$.第(2)小题中就充分体现了这一点.

2. 某人一次写了三封信,又写了三个信封,如果他任意将三张信纸装入三个信封中,试求恰有ξ封信的信纸和信封是一致的分布列.

思路剖析 等可能性事件的概率、离散型随机变量的分布列.

分别计算出恰有0,1,2,3封信的信纸和信封是一致的概率$P(0),P(1),P(2),P(3)$,然后列表即可.

解答示范 $\because P(1)=\frac{C_3^1}{A_3^3}=\frac{1}{2}$,

$P(2)=0$,

$P(3)=\frac{1}{A_3^3}=\frac{1}{6}$,

$P(0)=1-[P(1)+P(2)+P(3)]=\frac{1}{3}$,

$\therefore$所求的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{6}$

特别提示 确定分布列的问题,有时可转化为确定随机变量的取值及这些值所对应的概率问题.

3. 设ξ的分布列为$P(\xi=k)=\frac{a}{2^k}$ $(k=0,1,2,\cdots,10)$,求:(1)a;(2)$P(\xi\leqslant2)$;(3)$P(9<\xi<20)$.

思路剖析 离散型随机变量的分布.

可根据离散型随机变量的分布的性质，建立关于 a 的关系式计算 a，对于随机变量在某一范围内取值时的概率，可借助概率加法公式进行计算.

解答示范 (1)由 $P(\xi=0)+P(\xi=1)+\cdots+P(\xi=10)=1$，

即 $a\left(1+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{10}}\right)=1$，$\therefore a=\dfrac{1-\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}}=\dfrac{2^{10}}{2^{11}-1}=\dfrac{1024}{2047}$；

(2)$P(\xi\leqslant 2)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{1024}{2047}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1792}{2047}$.

(3)$P(9<\xi<20)=P(\xi=10)=\frac{1024}{2047}\times\frac{1}{2^{10}}=\frac{1}{2047}$.

特别提示 分布列的表示形式可有如下几种：①如教材所述的表格形式；②一组等式(ξ 的所有取值的概率)；③有时可将②压缩为一个带"i"的等式.

4. 某厂生产电子元件，其产品的次品率为 5%，现从一批产品中任意连续抽取 2 件. (1)求次品数 ξ 的取值范围；(2)求 ξ 的分布列；(3)求 $P(\xi\leqslant 1)$.

思路剖析 独立重复事件的概率、离散型随机变量的分布列及其性质.

将抽取次品看成独立重复试验，通过求得抽取不同件数次品发生的概率确定随机变量的概率.

解答示范 (1)ξ 的取值范围是$\{0,1,2\}$.

(2)当 $\xi=0$ 时，即连续抽取两件全是正品，$P(\xi=0)=C_2^0\,0.05\cdot(1-0.05)^2=0.9025$，当 $\xi=1$ 时，连续抽取 2 件中有 1 件是次品而另一件是正品，于是 $P(\xi=1)=C_2^1\,0.05^1(1-0.05)^1=0.095$，当 $\xi=2$ 时，则连续取出 2 件全是次品，所以 $P(\xi=2)=C_2^2 0.05^2(1-0.05)^0=0.0025$. 故分布列为

ξ	0	1	2
P	0.9025	0.095	0.0025

(3)$P(\xi\leqslant 1)=P(\xi=1)+P(\xi=0)=0.9975$.

特别提示 求随机变量的分布列，一般地可转化为相应的事件发生的概率问题. 在求解概率时注意使用有关概率公式，简化计算过程.

5. 设 ξ 是一个离散型随机变量，其分布列如下表，试求 $E\xi$, $D\xi$.

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$1-2q$	q^2

思路剖析 (1)期望(数学期望). $E\xi=a_1P_1+a_2P_2+0+a_nP_n+\cdots$

(2)方差. $D\xi=(a_1-E\xi)^2P_1+(a_2-E\xi)^2P_2+\cdots+(a_n-E\xi)^2P_n+\cdots$

依题意，先应按分布列的性质，求出 q 的数值后，再计算出 $E\xi$ 与 $D\xi$.

解答示范 由于离散型随机变量的分布列满足

(1)$P_i \geqslant 0, i=1,2,3,\cdots$；

(2)$P_1+P_2+P_3+\cdots=1$，故$\begin{cases}\frac{1}{2}+(1-2q)+q^2=1,\\ 0\leqslant 1-2q\leqslant 1,\\ q^2\leqslant 1.\end{cases}$ 解得 $q=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故 ξ 的分布列应为

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}-1$	$\frac{3}{2}-\sqrt{2}$

$\therefore E\xi=(-1)\times\frac{1}{2}+0\times(\sqrt{2}-1)+1\times\left(\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right)=1-\sqrt{2}$.

$D\xi=[-1-(1-\sqrt{2})]^2\times\frac{1}{2}+(1-\sqrt{2})^2\times(\sqrt{2}-1)+[1-(1-\sqrt{2})]^2\times\left(\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right)$

$=\sqrt{2}-1$.

特别提示 求离散型随机变量的期望与方差，首先应明确随机变量的分布列，若分布列中的概率值是待定常数时，应先求出这些待定常数，再求其期望与方差.

6. 有甲、乙两种建筑材料，从中各取等量的样品检查它们的抗拉强度指数如下：

ξ	110	120	125	130	135
P	0.1	0.2	0.4	0.1	0.2
η	100	115	125	130	145
P	0.1	0.2	0.4	0.1	0.2

其中 ξ 和 η 分别表示甲、乙两种材料的抗拉强度，在使用时要求抗拉强度不低于 120 的条件下，比较甲、乙两种材料哪一种稳定性较好.

思路剖析 离散型随机变量的期望与方差.

首先看两种材料的抗拉强度的期望，然后再比较它们的方差.

解答示范 $E\xi=110\times0.1+120\times0.2+125\times0.4+130\times0.1+135\times0.2=125$,

$E\eta=100\times0.1+115\times0.2+125\times0.4+130\times0.1+145\times0.2=125$.

$D\xi=0.1(110-125)^2+0.2(120-125)^2+0.4(125-125)^2+0.1(130-125)^2+$

$0.2(135-125)^2=50$,

$D\eta=0.1(100-125)^2+0.2(115-125)^2+0.4(125-125)^2+0.1(130-125)^2+$

$0.2(145-125)^2=165$.

由于 $E\xi=E\eta$，而 $D\xi<D\eta$，故甲稳定性较好.

特别提示 方差是反映稳定程度的一个重要特征，在日常生活中常有体现. 一般认为方差小的较为稳定.

7. 设掷两枚骰子,它们各面均分别刻有 1,2,2,3,3,3.

(1)设 ξ 是掷得的点数和,求 $E\xi$.

(2)设 η 是掷得的点数差的绝对值,求 $E\eta$ 和 $D\eta$.

思路剖析 随机变量的分布列、期望、方差.

先研究掷一枚骰子所得点数 ξ_0 的分布列,然后在此基础上,研究出整个问题的解答.

解答示范 设 ξ_0 表示掷一个骰子所得点数,则 ξ_0 的分布列为

η_0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$
出现 ξ_0 的次数	1	2	3

(1)ξ 的分布列为

ξ	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{9}{36}$
出现 ξ 的次数	1	4	10	12	9

$E\xi=\frac{2}{36}+\frac{12}{36}+\frac{40}{36}+\frac{60}{36}+\frac{54}{36}=\frac{14}{3}$.

(2)η 的分布列为

η	0	1	2
P	$\frac{14}{36}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{6}{36}$
出现 η 的次数	14	16	6

故 $E\eta=0\times\frac{14}{36}+1\times\frac{16}{36}+2\times\frac{6}{36}=\frac{7}{9}$,

$D\eta=\left(0-\frac{7}{9}\right)^2\times\frac{14}{36}+\left(1-\frac{7}{9}\right)^2\times\frac{16}{36}+\left(2-\frac{7}{9}\right)^2\times\frac{6}{36}=\frac{394}{729}$.

特别提示 本题中随机变量的分布比较难求,一般算出随机变量出现的可能次数,再算出总次数.

8. 甲、乙两名射手在一次射击中的得分为两个相互独立随机变量 ξ 与 η,已知 ξ 与 η 的分布列如下(注:得分越大水平越高)

ξ	1	2	3
P	a	0.1	0.6

η	1	2	3
P	0.3	b	0.3

试分析甲、乙的技术状况.

思路剖析 两个相互独立的随机变量的期望与方差,期望与方差的实际意义.

首先求出常数 a 和 b,再看这两个随机变量的期望和方差.

解答示范 由 $0.1+0.6+a=1$,可得 $a=0.3$,

又由 $0.3+0.3+b=1$ 可得 $b=0.4$.

$E\xi=1\times0.3+2\times0.1+3\times0.6=2.3$,

$E\eta=1\times0.3+2\times0.4+3\times0.3=2.0$,

$D\xi=(1-2.3)^2\times0.3+(2-2.3)^2\times0.1+(3-2.3)^2\times0.6=0.81$,

$D\eta=(1-2.0)^2\times0.3+(2-2.0)^2\times0.4+(3-2.0)^2\times0.3=0.6$.

由 $E\xi>E\eta$ 知:在这次射击中甲的平均得分比乙的平均得分高;而 $D\xi>D\eta$,这说明甲得分的稳定性不如乙,即甲这次射击的稳定性不如乙,最后断定甲、乙的技术都不够全面.

特别提示 在依据两个独立的随机变量的分布列进行分析时,一般要从期望与方差两方面比较,期望反映的是平均水平的高低,而方差反映的是稳定性.

能 力 测 试

一、选择题

1. 抛掷2颗骰子,所得点数之和记为 ξ,那么 $\xi=4$ 表示的随机试验结果是(　　).

A. 2颗都是4点

B. 1颗是1点,另1颗是3点

C. 2颗都是2点

D. 1颗是1点,另1颗是3点,或者2颗都是2点

2. 下面表(　　)可以作为离散型随机变量的分布列.

A.

ξ_1	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

B.

ξ_2	0	1	2
P	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

C.

ξ_3	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

D.

ξ_4	1	2	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

3. 设 ξ 是一个离散型随机变量,则下列不能成为 ξ 的概率分布的一组数是(　　).

A. 0,0,0,1,0

B. 0.1,0.2,0.3,0.4

C. $p,1-p$ (其中 p 是实数)

D. $\frac{1}{1\cdot2},\frac{1}{2\cdot3},\cdots,\frac{1}{(n-1)n},\frac{1}{n}$ (其中 n 是正整数)

4. 如果 ξ 是一个离散型随机变量,那么下列命题中是假命题的是(　　).

A. ξ 取每个可能值的概率是非负实数

B. ξ 取所有可能值的概率之和为 1

C. ξ 取某 2 个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D. ξ 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

5. 若 $\xi \sim B(5,0.1)$,那么 $P(\xi \leqslant 2)$ 等于(　　).

A. 0.0729　　B. 0.00856　　C. 0.91854　　D. 0.99144

二、填空题

6. 设随机变量的分布列为 $P(\xi = k) = \frac{k}{10}$, $k = 1,2,3,4$,则有 $P\left(\frac{1}{2} \leqslant \xi \leqslant \frac{5}{2}\right) =$ ________.

7. 抛掷两颗骰子,所得点数之和 ξ 是一个随机变量,则 $P(\xi \leqslant 4) =$ ________.

8. 设随机变量 ξ 的概率分布为 $P(\xi = k) = \frac{c}{k+1}$, $k = 0,1,2,3$,则 $c =$ ________.

9. 某处有供水龙头 5 个,调查表明每个龙头被打开的可能为 $\frac{1}{10}$,随机变量 ξ 表示同时被打开的水龙头的个数,则 $P(\xi = 3) =$ ________.

三、解答题

10. a 取何值时,$P(\xi = k) = a\left(\frac{2}{3}\right)^k$, $k = 1,2,\cdots$ 才能成为随机变量 ξ 的分布列?

11. 现有一大批种子,其中优质占 30%,从中任取 8 粒,记 ξ 为 8 粒中的优质种粒数,求 ξ 的分布列.

12. 一批零件有 10 个合格品,3 个次品,安装机器时,从这批零件中任取 1 个,取到合格品才能安装;若取出的是次品,则不再放回.求在取得合格品前已取出的次品数 ξ 的分布列.

13. 设随机变量 ξ 与 η 的分布列分别为 $P(\xi = k) = C_2^k P^k (1-P)^{2-k}$, $k = 0,1,2$; $P(\eta = m) = C_4^m P^m (1-P)^{4-m}$, $m = 0,1,2,3,4$.已知 $P(\xi \geqslant 1) = \frac{4}{9}$,求 $P(\eta \geqslant 1)$.

14. 设袋中有 k 号的球 k 只,($k = 1,2,\cdots,n$),从中摸出 1 球,试求所得号码的数学期望.

15. 若 ξ 是离散型随机变量,$P(\xi = x_1) = \frac{3}{5}$, $P(\xi = x_2) = \frac{2}{5}$,且 $x_1 < x_2$,又知 $E\xi = \frac{7}{5}$, $D\xi = \frac{6}{25}$,求 ξ 的分布列.

16. 100 件产品中有 10 件次品,从中任取 3 件,求任意取出的 3 件产品中次品数的数学期望、方差.

参考答案

一、选择题

1. D　2. A　3. C　4. D　5. D

二、填空题

6. $\frac{3}{10}$　7. $\frac{1}{6}$　8. $\frac{12}{25}$　9. 0.0081

三、解答题

10. 要使 $P(\xi=k)=a\left(\frac{2}{3}\right)^k, k=1,2,\cdots$ 成为随机变量 ξ 的分布列，则须 $\sum_{i=1}^{\infty} a\left(\frac{2}{3}\right)^k=1$.

依无穷等比数列之和的公式，有 $a\cdot\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=1$，所以 $a=\frac{1}{2}$.

又此时 $P(\xi=k)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^k\geqslant 0, k=1,2,\cdots$

所以，当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$P(\xi=k)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^k, k=1,2,\cdots$ 确实为随机变量 ξ 的分布列.

11. 由于种子的批量很大，从中任取 8 粒可视为 8 次独立重复试验，服从二项分布 $B(8,0,3)$，从而可得其分布列为

ξ	0	1	2	…	8
P	$C_8^0\left(\frac{7}{10}\right)^8\left(\frac{3}{10}\right)^0$	$C_8^1\left(\frac{7}{10}\right)^7\left(\frac{3}{10}\right)^1$	$C_8^2\left(\frac{7}{10}\right)^6\left(\frac{3}{10}\right)^2$	…	$C_8^8\left(\frac{7}{10}\right)^0\left(\frac{3}{10}\right)^8$

12. 由于随机变量 ξ 表示取得合格品前已取出的次品数，则 ξ 的可能的取值为 0,1,2,3. 因此

$P(\xi=0)=\frac{10}{13}$,

$P(\xi=1)=\frac{3}{13}\times\frac{10}{12}=\frac{5}{26}$,

$P(\xi=2)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{10}{11}=\frac{5}{143}$,

$P(\xi=3)=\frac{3}{13}\times\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}\times\frac{10}{10}=\frac{1}{286}$.

因此 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{5}{143}$	$\frac{1}{286}$

13. $P(\xi\geqslant 1)=1-P(\xi<1)=1-P(\xi=10)=1-(1-P)^2$，而 $P(\xi\geqslant 1)=\frac{4}{9}$,

所以 $1-(1-P)^2=\frac{4}{9}$,故 $P=\frac{1}{3}$.

于是 $P(\eta\geqslant 1)=1-P(\eta<1)=1-P(\eta=0)=1-(1-P)^4=1-\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{65}{81}$.

14. 用随机变量 ξ 表示摸出 1 个球的号码数,注意袋中球的总数为 $1+2+\cdots+n$,即有

$P(\xi=k)=\frac{k}{1+2+\cdots+n}=\frac{2k}{n(n+1)}, k=1,2,\cdots,n$,

从而 ξ 的数学期望为

$$E\xi=\sum_{k=1}^{n}kP(\xi=k)=\sum_{k=1}^{n}k\cdot\frac{2k}{n(n+1)}=\frac{2}{n(n+1)}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=\frac{2n+1}{3}.$$

15. 依题意,ξ 只取 2 个值 x_1 与 x_2,于是有

$E\xi=\frac{3}{5}x_1+\frac{2}{5}x_2=\frac{7}{5}$,

$D\xi=\frac{3}{5}x_1^2+\frac{2}{5}x_2^2-E\xi^2=\frac{6}{25}$.

从而得方程组 $\begin{cases}3x_1+2x_2=7,\\3x_1^2+2x_2^2=11,\end{cases}$ 解之得 $\begin{cases}x_1=1,\\x_2=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_1=\frac{9}{5},\\x_2=\frac{4}{5}.\end{cases}$

而 $x_1<x_2$,从而 $x_1=1,x_2=2$,因此 ξ 的分布列为

ξ	1	2
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

16. 用随机变量 ξ 表示任意取出的 3 件产品中的次品数,则 ξ 所有可能的值为 0,1,2,3,并且有

$P(\xi=0)=\frac{C_{10}^0C_{90}^3}{C_{100}^3}=0.7265, P(\xi=1)=\frac{C_{10}^1C_{90}^2}{C_{100}^3}=0.2477$,

$P(\xi=2)=\frac{C_{10}^2C_{90}^1}{C_{100}^3}=0.0250, P(\xi=3)=\frac{C_{10}^3C_{90}^0}{C_{100}^3}=0.0008$.

从而 $E\xi=0\times0.7265+1\times0.2477+2\times0.0250+3\times0.0008=0.3001\approx0.3$,

$D\xi=(0-0.3)^2\times0.7265+(1-0.3)^2\times0.2477+(2-0.3)^2\times0.0250+$
$(3-0.3)^2\times0.0008\approx0.2649$.

知识链接

合理的化验方案

在作某些疾病的普查时,要进行血液检验.为加快工作进程,减少化验次数,应讲究检验的方式方法.

以普查1000人的血液为例，一般有两种方法：

(1)逐个化验：如果血液呈阴性，断定某人无此病；如果呈阳性，断定某人患 此病. 因此，逐个化验要进行1000次.

(2)分组化验：如果在这项检验下，各人的血液混合起来没有交互作用，可把检验者分为 k 人一组. 把这 k 个人每人的血液取出一半混在一起进行化验；如果这混合血液呈阴性，就说明这一组人的血液全为阴性，这样，k 个人就只要做一次化验；如果这混合血液呈阳性，说明这 k 个人中至少有一个的血液呈阳性，这时，再对每个人余下的一半血液逐个化验，因此，对这 k 个人总共需要做 $k+1$ 次化验.

一般地，当某种疾病的发病率较低时，采用方法(2)能够节约化验次数. 假设一个人的血液呈阳性的概率为 P(呈阴性的概率为 $q=1-P$)，则当 $\frac{1}{k}<q^k$ 时，能够节约化验次数.

第二节 统　　计

整体感知

1.抽样方法

(1)总体和样本

在统计学中，把研究对象的全体叫作总体，把每个研究对象叫作个体，把总体中个体的总数叫作总体容量.

(2)简单随机抽样

设一个总体的个体数为 N，若通过逐个抽取的方法从总体中抽取一个样本，且每次抽取时各个个体被抽到的概率相等，就称这样的抽样为简单随机抽样.

(3)系统抽样

当总体中的个体数较多时，采用简单随机抽样显得较为费事，这时，可将总体分成均衡的几个部分，然后按照预先定出的规则，从每一部分中抽取1个个体，得到所需要的样本，这种抽样就称为系统抽样.

(4)分层抽样

当组成总体的几个部分有明显差异时，为了使样本更真实地反映总体情况，常将总体分成几个部分，然后按照各个部分所占的比例进行抽样，这种抽样叫作分层抽样，其中所分成的各部分叫作层.

2.总体分布的估计

(1)总体分布的估计

排除抽样造成的误差，能精确地反映总体取值的概率规律，我们将这样的样本频率分布称为总体分布.

用样本估计总体，是研究统计问题的一个基本思想方法. 由于我们一般不易知道总