

高等学校教学用书

桿件系統結構力學

下 册

И. М. 拉賓諾維奇著

高等教育出版社

551 .

171021

5/5030.2

T2K/o.

高等學校教學用書



桿件系統結構力學

下 冊

И. М. 拉賓諾維奇著

同濟大學結構力學教研組譯

高等教育出版社



本書係根據蘇聯國立建築書籍出版社(Государственное издательство строительной литературы)出版的技術科學博士拉賓諾維奇(И. М. Рабинович)教授所著“桿件系統結構力學”(Строительная механика стержневых систем)一書1946年版譯出。原書經蘇聯人民委員會全蘇高等教育委員會審定為高等學校土建專業教科書。

中譯本分上下兩冊出版,上冊譯本共十一章,論述靜定結構力學。下冊譯本共十四章,主要論述普通的超靜定結構力學,最後四章分別論述桿件系統極限荷重的計算、結構穩定的計算、結構動力計算的原理以及擋土牆計算的原理。

本書係由同濟大學結構力學教研組王達時、王龍甫、朱寶華、吳之翰、俞徵、金成棣、張家麟、陳偉宗集體翻譯而成。本書再版,由王龍甫、朱寶華、吳之翰、俞徵、翁智遠、張相庭、張家麟、鄭有珍等儘量吸收讀者意見重校而成。

本書原由龍門聯合書局出版,自1955年12月起由本社出版。

桿件系統結構力學

下 冊

И. М. 拉賓諾維奇著

同濟大學結構力學教研組譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

大新印刷廠印刷 新華書店總經售

書號 15010·52 開本 850×1168 1/32 印張 11 字數 272,000

一九五五年十二月上海新一版

一九五六年六月上海第二次印刷

印數 501—2,600

定價(10) 1.60

下 冊 目 錄

第十二章 超靜定系統的計算問題.....	1
§ 118. 甚麼是超靜定桿件系統.....	1
§ 119. 確定多餘控制數目的公式.....	2
§ 120. 有多餘控制的系統的特性.....	5
§ 121. 計算方法的分類.....	7
第十三章 彈性系統的基本定理.....	9
§ 122. 基本概念.....	9
§ 123. 綜合力和綜合位移.....	10
§ 124. “靜力”作用的外力功·克拉必隆定理.....	12
§ 125. 例題.....	15
§ 126. 平面彈性桿件系統的內力功.....	16
§ 127. 關於外力功和內力功的若干見解.....	19
§ 128. 可能位移原理應用於彈性系統.....	20
§ 129. 可能位移原理應用於實變位·位能.....	21
§ 130. 功的相互性原理.....	23
§ 131. 關於位移相互性的馬克恩魏爾定理.....	25
§ 132. 關於位移因次的見解.....	27
§ 133. 撓度線作為位移影響線.....	28
§ 134. 關於反力相互性的雷理定理.....	31
§ 135. 反力和位移的相互性.....	33
§ 136. 位能方程式的另一種形式.....	35
§ 137. 位能的偏微分·卡斯第理安納定理.....	36
§ 138. 最小功原理.....	38
第十四章 桿件系統位移的確定.....	39
§ 139. 靜定系統內力圖的繪製.....	39
§ 140. 外在的影響·荷重、控制的位移和溫度.....	41
§ 141. 對於平面桿件系統位移的一般公式.....	43
§ 142. 選擇虛的單位力的例子.....	48
§ 143. 在靜定系統內由於外荷重而引起的位移.....	50
§ 144. 當內力圖之一是直線圖形時計算積分的規則.....	53
§ 145. 在超靜定系統中由於外荷重的位移.....	57
§ 146. 在靜定及超靜定系統中溫度的位移.....	59
§ 147. 由於支點或其他控制的移動所引起的位移.....	62
§ 148. 位移的影響線.....	67

§ 149. 用彈性荷重作位移影響線	69
第十五章 力法的原則	73
§ 150. 基本系統和基本(多餘)未知數	73
§ 151. 對於就外荷重作用計算的方法正則方程式系統	75
§ 152. 對於就溫度作用計算的正則方程式	77
§ 153. 對於已知支座位移情形下的正則方程式	78
§ 154. 對於就荷重、溫度和支座位移混合作用計算的正則方程式	80
第十六章 連續梁的計算	81
§ 155. 關於連續梁的一般概念	81
§ 156. 多餘控制的數量・基本系統的選擇	82
§ 157. 外荷重下連續梁的計算・三彎矩方程式	84
§ 158. 例題和習題	92
§ 159. 彎矩定點比值和彎矩定點	96
§ 160. 定點的圖解法	101
§ 161. 彎矩定點比值應用於內力圖的繪製	102
§ 162. 例題 37	106
§ 163. 彎矩影響線的繪製	107
§ 164. 剪力影響線的繪製	113
§ 165. 支座反力影響線的繪製	114
§ 166. 影響線作爲撓曲線的繪製	115
§ 167. 最不利的荷重	119
§ 168. 就支座移動的計算	122
§ 169. 具有彈性-移動支座的連續梁	124
第十七章 用力法計算簡單剛架和超靜定拱	129
§ 170. 基本概念	129
§ 171. 具有一個多餘未知數的剛架計算	130
§ 172. 關於對稱系統正則方程式的簡化・具有三個多餘控制剛架的計算	137
§ 173. 藉引用剛臂更進一步地簡化同樣剛架的計算	142
§ 174. 具有繫桿二鉸拱的計算	144
§ 175. 繫桿的柔軟性的影響・ M, Q, N 圖・壓力曲線	149
§ 176. 影響線的繪製	153
§ 177. 就溫度作用的計算	157
§ 178. 無鉸拱・基本系統的選擇・係數的數解和圖解	158
§ 179. 內力圖的繪製・壓力曲線	166
§ 180. 影響線的繪製	168
§ 181. 就溫度和收縮作用的計算	174
§ 182. 就支座位移作用的計算	175
第十八章 超靜定桁架的計算	178
§ 183. 關於超靜定桁架的概論	178
§ 184. 關於截面的選擇	178
§ 185. 具有一根多餘桿件的桁架的計算	180

§ 186.	對於具有一根多餘桿件的桁架影響線的作法	183
§ 187.	具有幾根多餘桿件的桁架的計算	185
§ 188.	用已知應力法計算桁架	187
第十九章	用力法計算複雜剛架系統	190
§ 189.	概論	190
§ 190.	關於訂定基本系統的內力圖 M 和任何系統的內力圖 Q, N 的作法	190
§ 191.	關於基本系統的合理選擇	195
§ 192.	組合內力圖和組合未知數的特性	199
§ 193.	應用組合未知數法的例子	202
§ 194.	由於對稱條件的補充簡化	205
§ 195.	用循序近似法解方程式(用重複法)	208
§ 196.	內力圖和影響線的檢查	210
第二十章	用變形法計算剛架系統	214
§ 197.	剛架系統節點的彈性可動度	214
§ 198.	對於變形法的係數的公式(對於反力的公式)	217
§ 199.	變形法的概念	223
§ 200.	對於任何超靜定平面桿件系統的變形法的正則方程式	226
§ 201.	對於有豎向柱的剛架的變形法方程式	230
§ 202.	組織方程式的例題	237
§ 203.	就溫度作用的計算	238
§ 204.	影響線的繪製	240
§ 205.	用力法和變形法聯合求解問題	241
§ 206.	混合法	242
§ 207.	剛接金屬桁架的計算	244
第二十一章	用力矩定點比值的方法計算剛架	246
§ 208.	在節點不移動的剛架內基本未知數的公式	246
§ 209.	例題 42	250
§ 210.	具有移動節點的剛架的計算	251
§ 211.	力矩定點比值方法與其他方法的比較	255
第二十二章	桿件系統按照極限荷重的計算	256
§ 212.	導論	256
§ 213.	超靜定桁架就永久荷重的計算	258
§ 214.	超靜定桁架就同一多次重複荷重的計算	262
§ 215.	靜定梁就一次加重和卸重的計算	263
§ 216.	超靜定梁就一次加重和卸重的計算	266
§ 217.	就荷重多次作用的計算	270
第二十三章	結構穩定性的計算	274
§ 218.	穩定性計算的意義	274
§ 219.	關於精確計算和近似計算	275
§ 220.	對於具有有限和無限大自由度數的系統的臨界荷重的確定	277

§ 221. 對於具有鉸支端桿件的臨界荷重的確定	281
§ 222. 對於具有兩端鉸支承和具有水平彈性控制的桿件的臨界荷重	283
§ 223. 通過橫向彈性系統傳給柱的臨界力	284
§ 224. 對於具有中間彈性支座的兩孔連續梁的縱向臨界力	286
§ 225. 對於具有一端鉸接和另一端彈性固結的桿件的臨界力	287
§ 226. 組成桿件的臨界力	290
§ 227. 關於就穩定性計算剛架的準確方法的概念	293
§ 228. 例題 33	298

第二十四章 結構動力計算的原理 300

§ 229. 動力荷重的種類	300
§ 230. 彈性系統的自由度	301
§ 231. 運動的微分方程式和它的積分	302
§ 232. 自然振動系統頻率的確定	303
§ 233. 例題 44	307
§ 234. 桿件系統的強迫振動	308
§ 235. 突加荷重的影響	309
§ 236. 荷重短時作用的影響	309
§ 237. 瞬息衡量的影響	310
§ 238. 例題 46	311
§ 239. 振動荷重的影響	312
§ 240. 橫向彎曲撞擊的影響	314
§ 241. 結論	316

第二十五章 擋土牆計算的原理 317

§ 242. 概論	317
§ 243. 庫倫理論	318
§ 244. 利勃哈理論和邦西萊圖解	322
§ 245. 牆上土壓力的公式	326
§ 246. 總壓力圖和壓力集度圖	327
§ 247. 臨時荷重的影響	330
§ 248. 土壤的被動壓力(抵抗力)	332
§ 249. 擋土牆強度的計算	333
§ 250. 對於擋土牆傾覆和滑動的計算	337
§ 251. 基礎埋置深度的計算	339

俄中名詞、人名對照表

第十二章 超靜定系統的計算問題

§ 118. 甚麼是超靜定桿件系統

我們將稱這樣的系統爲超靜定桿件系統，在這種系統中，當任意荷重作用時，不是所有的軸向力、切力和彎矩可以從剛體或剛體系統的平衡方程式中求得。

換句話說，我們將稱這樣的幾何不變的桿件系統爲超靜定桿件系統，在這種系統中，當任意荷重作用時，所有的或所指出的某些內力依桿件截面的大小和材料的性質來決定。

如果從這系統中可以去掉某些數量的控制，而不因此破壞它的幾何不變性和不動性，我們將說這個系統有多餘控制或贅餘控制。

在保持幾何不變性和不動性的情況下同時可以去掉的控制的最大數量稱爲多餘控制的數量。例如，在圖 319 上，從全部五根支座鏈桿中，可以同時去掉的鏈桿最多不能超過兩根，因爲要保證梁的不動性，至少須保留三根支座鏈桿。

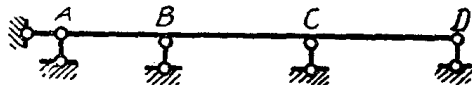


圖 319.

不去掉支座鏈桿，可以去掉任何其他控制，例如，在梁的任何截面中加鉸。

無論如何，不可以去掉兩個以上的控制，否則這系統就失去了幾何不變性。因此，它有兩個多餘控制。

依照本書作者所建議的名詞，可以把多餘控制的概念和必需控制的概念相對比。可以把控制區別爲有條件必需的，或者無條件（絕對）必需的。例如在圖 319 中，豎向支座鏈桿中任何一根是有條件必需的，

因為當保持其他兩根豎向的和一根水平的支座鏈桿時，其中每一根都可以去掉。因此，怎樣的鏈桿是必需的或是多餘的，要看我們的選擇而定。有條件必需的鏈桿也可以稱為有條件多餘的。

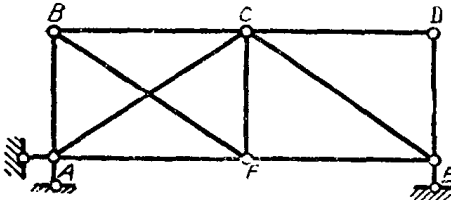


圖 320.

在圖 320 中有一根多餘控制，在左邊節間內，任何一根桿件（即 AB , BC , CF , FA , AC 和 BF ）都是有條件必需的。相反地，右邊節間內，任何一根桿件（ CD , DE , EF , CE ），以及三根支座鏈桿中的任何一根都是絕

對必需的，因為去掉了它就要使這系統變為幾何可變的或可動的。

從機動的觀點上，可以鑑定一個系統有沒有多餘的控制。同時在靜力的關係上，也可以鑑定它，多餘控制的存在是超靜定性的必需的和充分的特徵。

如果一個系統有 n 個多餘控制，那末在去掉 n 數量的控制後，我們可以得到靜定的結構。

因此超靜定系統可以被看作由靜定系統加上 n 個控制後所形成的複雜結構。

超靜定系統具有某些特殊的而祇對於它是素有的特性，這些特性是直接和多餘控制的數量有關。因此數目 n 是結構的很重要的特性，而可以作為所有超靜定系統的分類基礎。

今後我們將稱多餘控制的數量為系統的超靜定級數。

§ 119. 確定多餘控制數目的公式

為了確定多餘控制的數目，我們在這裏將重新給出以前所導出的公式，並用幾個例子來說明它。

由各別的剛體互相鉸接並支持在某些支座鏈桿上所組成的平面系統，包含着下列多餘控制的數目：

$$I = C_0 + 2III - 3J, \quad (1)$$

式中 C_0 是支座鏈桿的數目, III 是相互地聯繫剛體的所折合的單鉸數目, J 是剛體的數目。祇當這些剛體中一個也沒有帶有多餘控制的情況下, 這個公式才是正確的。

如果系統是一個中間有鉸的多跨梁, 那末, 也可以利用下式來代替公式(1):

$$I = C_0 - 3 - III. \quad (2)$$

實際上, 當沒有中間鉸時, 多餘控制的數目等於 $C_0 - 3$; 而每加一個鉸增加梁的一個自由度。

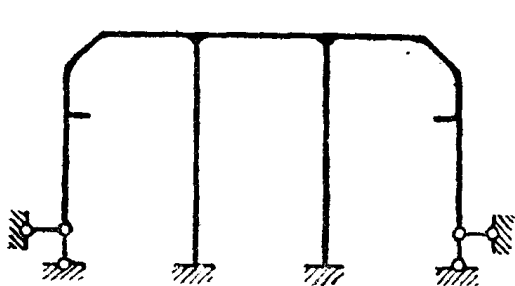


圖 321.

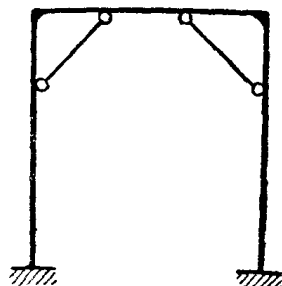


圖 322.

剛架系統(圖 321)是一個剛體, 它有十根支座鏈桿。

爲了保證它的不動性, 有三根鏈桿就夠了。那末, 多餘控制的數目等於 $10 - 3 = 7$ 。

從公式(1)我們得到同樣的結果, 把 $J=1$, $III=0$, $C_0=10$, $I=10 + 2 \times 0 - 3 \times 1 = 7$; 但是在這樣的情況下, 我們可以直接計算:

$$I = C_0 - 3. \quad (3)$$

對於混合剛架系統(圖 322), 可以寫成:

$$J=3, III=4, C_0=6, I=6 + 2 \times 4 - 3 \times 3 = 5.$$

閉合剛架(圖 323, a)可以看作具有三根聯接桿件的剛體(圖 323, b)。在這個情況下:

$$I=1+3=4, C_0=3, III=6,$$

$$II=3+2 \times 6-3 \times 4=3。$$

從上面所分析的例題中看到，桿件中間沒有鉸，而它的軸線形成一個閉合的單聯外形時，它本身包含着三個多餘控制。簡單地說，閉合無鉸的外形含有三個多餘控制。

實際上，常常碰到剛架結構的示意圖是多聯外形。我們祇要計算個別的互相不重複的閉合外形數目，並將這數目增加到三倍，所得結果將等於多餘控制的數目。

我們研究圖 324, a 的例子。

彼此不重複的閉合外形數目等於 6，因此 $II=3 \times 6=18$ 。在圖 324, b 中表示着同一個圖形，但是它已經被這樣地截斷，使它失去了所有的閉合的外形，而保持幾何不變性。切口的數目等於 6，每一個切口使系統解除三個控制。因此，我們可以不用計算閉合外形的數目，而計算切口的數目，並把它增加到三倍。

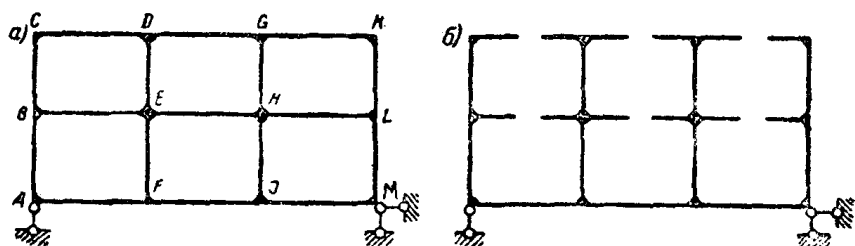


圖 324.

如果系統是鉸接桿件的桁架，那末，不用公式(1)，而更適宜地利用公式：

$$II=C+C_0-2Y, \quad (4)$$

式中 C 是除了支座鏈桿外的桁架桿件數； J 是節點數。

例如，表示在圖 325 中的桁架，

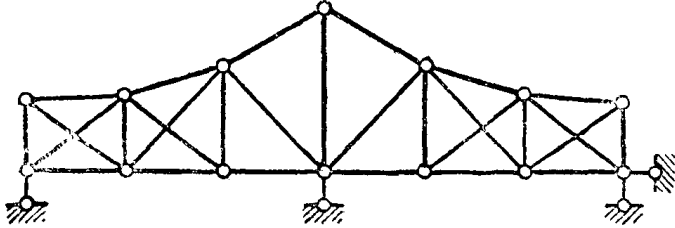


圖 325.

$$C = 29, C_0 = 4, J = 14, I = 29 + 4 - 2 \times 14 = 5.$$

假使注意到，在去掉四根斜桿和一根支座鏈桿後，桁架就變成靜定的，那末，可以更快地得到這個結果。

§ 120. 有多餘控制的系統的特性

我們將列舉這些特性：

1. 設結構在某些已知荷重的作用下我們把多餘控制去掉使結構成為靜定的。我們給這些被去掉的控制的反力以任何的數值 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，這些反力可以看作外力，和已知的荷重在一起組成靜定結構的全部荷重。顯然，不論力 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是怎樣的數值，系統仍是平衡。換句話說，祇從平衡條件中確定力 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是不可能的。有多餘控制的系統是超靜定的。

以後我們對於有多餘控制的系統和超靜定的系統，可以不加區別。

但是，不要以為在超靜定系統中，所有內力一定是超靜定的；有時也會碰到這樣的桿件，它的內力是靜定的。可以證明下列的理論：在絕對必需的桿件中的內力（如果有這樣的桿件），永遠是靜定的。例如，在圖 320 的桁架中，支座反力以及桿件 CD, DE, EF, CE 中的內力是靜定的。

2. 我們已經看到, 在已知外在影響下的靜定系統, 祇有一個可能的答案可以滿足整個系統和它個別部分的平衡條件。相反的, 超靜定系統可以有無限多的滿足平衡條件的解答, 但是其中也祇有一個將滿足問題的其他條件。

3. 在靜定桿件系統中, 支座移位、溫度影響以及不準確的裝置不

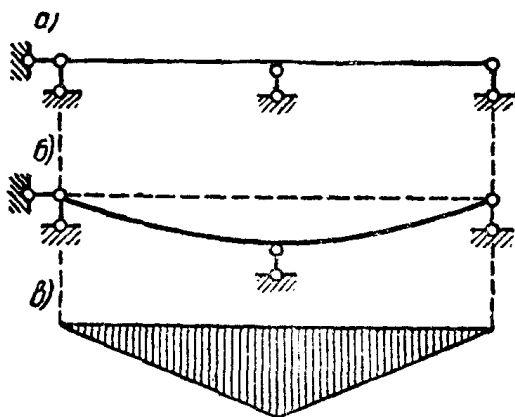


圖 326.

會引起內力。相反的, 在有多餘控制的系統中, 這些因素中的任何一個因素, 一般地講來, 會引起應力。例如在圖 326, *b* 和 *c* 中, 表示着圖 326, *a* 的連續梁因中間支座移位後所引起的變形和彎矩圖。

4. 在沒有外荷重時

所發生的內力, 像以前所

已經指出的, 稱作初內力或原有的內力。從在上一點中所講過的得出結論: 超靜定系統不同於靜定系統, 可以有初內力。系統承受這種內力的狀態, 我們今後將稱作內力的初度狀態, 或者初應力狀態。

不論什麼引起有 n 個多餘控制的系統的這樣狀態, 我們可以假想地去掉所有這些控制, 並把所得的系統看作靜定的, 負荷着所去掉的 n 個控制的反力。這些反力中的每一個可以有無限的數值, 因此可以說, 有 n 個多餘控制的系統的任何初應力狀態由 n 個參變數來確定。

由此得出結論, 特別是, 有一個多餘控制的每個系統常祇有一種初應力狀態。不論是由於溫度影響、不正確的裝置或者支座移動的結果, 所有內力圖的特性仍然是一樣的, 而祇有比例係數改變。

有多餘控制的系統具有經受初應力狀態的能力, 使工程師可以用人為的方法(例如, 利用支座移動或桿件長度的改變), 調整和改變在這

種系統中的由已知外荷重所引起的應力和內力。

5. 在超靜定系統中，桿件的內力和桿件截面的幾何尺寸有關，一般講來，也和這些桿件材料的彈性係數有關。

在下面我們將看到，超靜定系統中的內力祇在那特殊情況中和彈性係數不相關，當整個的系統的材料有同一彈性係數而且系統處在外荷重作用下(但沒有溫度變化或支座移動)。

6. 具有 n 個多餘控制的系統，在失去這些控制後，仍保持自己的幾何不變性，可是靜定系統連失去一個控制已經會釀成極大的災害。在這兩類系統之間的這種區別有着重要的實際的意義。這個區別促使不同地處理關於在這些系統中個別桿件允許或不允許承受過度應力的問題，和不同地估計整個結構的安全係數和個別桿件的儲備強度間的關係。最後，這個區別使從軍事的和防禦的觀點上也不同地估計這些結構，顯然，超靜定結構比諸靜定結構，一般講來，有更大的防禦能力。

§ 121. 計算方法的分類

已知其幾何示意圖的超靜定系統的計算問題包括如下：根據已知的荷重，合理地選擇所有桿件的截面，使結構在耗費最少的材料或最少的價值下，具有充分的可靠性和充分的剛度。在這樣的具有最大實際意義的部署中，在一般情況下問題還未解決。

在更進一步的部署中，計算的問題可以這樣來表述：根據已知的幾何示意圖、荷重和所有桿件的截面，確定系統的內力和變形。這時必須根據最初大概計算所給出的截面，然後確定內力和應力，此後，在必要時，改正某些截面而再重複計算。

這個問題更進一步的解法，主要地區別於基本未知數的選擇。那種應該首先求得的未知數是基本的未知數，在求得之後，利用這些未知數，所有其餘的未知數就容易確定。假使用多餘控制的內力作為基本未知數，所得的解法稱作“力法”。假使用系統的變形或位移作為基本

未知數，得到所謂“變形法”。假使部分用力而部分用變形作為基本未知數，這就是“混合法”。這些方法中的每一種方法也有其自己的變相，在現在為數很多。不僅力或位移可以作為基本未知數的主要角色，並且有靜定、幾何或機動性質的數值的各種不同函數，也可作基本未知數。

今後，我們祇限於研究最重要的方法。

第十三章 彈性系統的基本定理

§ 122. 基本概念

有關理想彈性物體或理想彈性系統的概念，曾經是，並且直到現在還是已研究幾十年的超靜定結構理論的基本概念。祇到最近時期方才開始認真地研究以理想的所謂彈性塑性物體概念為基礎的補充理論。但是，現在我們祇討論關於第一種理論。

我們將研討這樣的變形系統，它們的位移和變形用外力 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 的線性齊次函數來表示：

$$\Delta = P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + \dots + P_n \Delta_n, \quad (1)$$

式中的 Δ 是在結構物上一定點的一定類型的位移（例如，豎向位移、水平位移或角位移）； $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ 是由相應於力 $P_1=1, P_2=1, \dots, P_n=1$ 中的一個力在同一點所引起的同一個類型的位移。表示在公式(1)中的線性定律稱作虎克綜合定律。

為簡略起見，我們稱那些服從公式(1)的系統或物體為線性變形的。

線性變形系統具有幾個重要的特性：

(a) 這種系統的位移和變形服從力作用獨立原理，也稱作疊加原理，就是，幾個力同時作用的效果等於每個力單獨地作用的效果的總和。

特別是當所有外力增加或減少 m 倍時，相應的位移也增加或減少 m 倍。換句話說，位移和荷重成正比。

假設在已知外荷重作用下，任何一點 A 在某一方向上的位移投影

等於零，那麼，顯然，當所有外荷重增加或減少 m 倍時，它仍然等於零。由此可見，在荷重這樣改變時，彈性物體中所有的點按直線移位。

當祇有一個力 P_1 作用時，就是當 $P_2 = P_3 = \dots = P_m = 0$ 時，得到 $\Delta = P_1 \Delta_1$ ，就是簡單的虎克定律。

(6) 當 $P_1 = P_2 = \dots = P_m = 0$ ，得到 $\Delta = 0$ ，就是，荷重去掉後，位移也消失。在線性變形的系統中，沒有剩餘的位移和變形。在卸除荷重後，系統完全恢復到它原來的狀態。

爲了要使系統成爲線性變形的，必須：(1) 它是由理想的彈性材料做成；(2) 它的所有原件的相互移動的接觸面上是理想的光滑而沒有摩擦力；(3) 它有那樣的控制數目和佈置，能保證它的幾何不變性和不動性；(4) 由於荷重的作用所引起系統本身的幾何尺度、形狀和特性的改變是很小的。

自然很明顯，線性變形系統祇是實際結構和構造的計算方式，祇是爲了簡化計算的理論而被採用。至於各種重要的建築材料符合於理想的彈性材料到怎樣的程度和它們距離這個理想到怎樣的程度，讀者應該從材料力學課程中認識。這裏祇需要着重的說明，以後所發展的計算理論祇能當材料的應力不超過比例極限時應用，而不可以外推到更大的應力。

今後爲了名詞的普及起見，我們簡單地稱線性變形系統爲彈性系統。但是在少數的情況中，當系統是彈性的，而同時也是非直線變形的，我們將特別說明。

§ 123. 綜合力和綜合位移

爲了瞭解彈性物體進一步的特性，我們必須轉向研討關於力的功的概念。當物體變形時，那末它的各點，其中也包括外力的作用點，都移位，力和力的作用點在沿力方向所經過路程的乘積，稱爲力的功。因此我們可以說當物體變形時，外力完成了功。