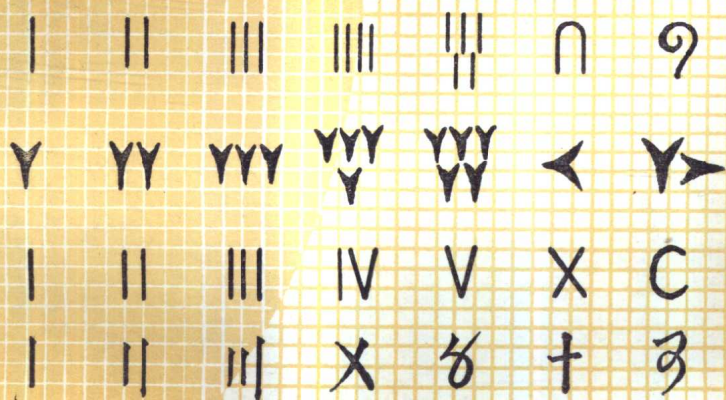


中等师范学校数学课本

小学数学 基础理论和教法

第 一 册



人民教育出版社

说 明

一、中等师范学校课本《小学数学基础理论和教法》(试用本)，是根据《中等师范学校教学计划试行草案》编写的，供全国四年制和三年制中等师范学校试用，也可供小学教师进修选用。

二、本书分两册。第一册在选材上力求编入为师范生毕业后从事小学数学教学所必需的基础理论知识，同时注意突出重点，避免与已经学过的数学知识重复。在编排上根据数学知识本身的理论系统，适应师范生的接受程度，建立本学科的体系。课本中有些内容和练习题加了星号，是选学内容，可由各校根据具体情况决定是否选用。另外有一些内容用较小号字体排印，供师范生课外阅读参考，不作为正式教材。

三、本书是由人民教育出版社中小学数学编辑室组织编写的。本书的编写纲要由北京、上海、湖南、辽宁、湖北等省、市的同志参加起草，发到一些省、市、自治区征求意见后，经过集体讨论修改确定。本书第一册的初稿由洪潮、王明欢、周华辅、曹飞羽、王正旭(按编写的章节顺序排列)执笔，经过征求意见、集体讨论修改后定稿。黄文选同志参加了第一册的讨论修改工作。梁宗巨同志审阅了数学历史资料。第一册的责任编辑是王正旭、曹飞羽。

四、编写本书时，参考了各地编写的中等师范学校有关教材，也参考了一些国外的有关培训小学师资的数学教材。

五、在编写本书的过程中，得到各省、市、自治区的教

育行政领导的支持，一些教学研究单位和师范院校的教师提出不少宝贵意见，在此表示感谢。本书是试用教材，还希望各校在试用中继续提出意见，以便进一步修改。

人民教育出版社中小学数学编辑室

一九八二年一月

目 录

导 言	1
第一章 整数	4
第一节 整数的概念和计数法	4
一、自然数和自然数列	4
二、零和扩大的自然数列	8
三、十进制计数法	9
四、其他进位制	13
第二节 整数的加法和减法	18
一、整数加法	18
二、整数减法	21
三、加减法中已知数和未知数之间的关系	26
四、已知数的变化所引起的和与差的变化	27
五、加法和减法的应用	28
第三节 整数的乘法和除法	31
一、整数乘法	31
二、整数除法	38
三、乘除法中已知数和未知数之间的关系	46
四、已知数的变化所引起的积与商的变化	47
五、乘法和除法的应用	49
第四节 速算	53
第五节 整数四则应用题	58
一、四则应用题的一般概念	58
二、解答应用题的一般步骤	59
三、复合应用题的解题思路	61
附 录 关于整数的一些历史资料	76
第二章 整数的性质	83

第一节 数的整除性	83
一、约数和倍数	83
二、数的整除性定理	83
三、数的整除特征	86
第二节 最大公约数和最小公倍数的意义和性质	94
一、最大公约数的意义和性质	94
二、最小公倍数的意义和性质	96
第三节 数的分解	101
一、质数与合数	101
二、质数的判定	103
三、分解质因数	104
第四节 最大公约数和最小公倍数的求法和应用	108
一、最大公约数的求法	108
二、最小公倍数的求法	113
三、最大公约数和最小公倍数的应用	115
第五节 同余的初步知识 *	119
一、同余的概念和性质	119
二、中国剩余定理	124
附 录 关于整数性质的一些历史资料	128
第三章 分数	133
第一节 分数的概念和性质	133
一、分数的定义	133
二、分数的性质	137
三、约分和通分	139
四、真分数和假分数	140
第二节 分数的四则运算	143
一、分数加法	143
二、分数减法	143
三、分数乘法	151

四、分数除法	156
五、分数四则混合运算和繁分数	161
六、连分数 *	163
第三节 分数应用题	171
附 录 关于分数的一些历史资料	180
第四章 小数	185
第一节 小数的概念和性质	185
一、小数的概念	185
二、小数的性质	187
三、小数大小的比较	189
第二节 小数的四则运算	191
一、小数的加法和减法	191
二、小数乘法	191
三、小数除法	192
四、有限小数和无限小数	194
五、近似数	195
第三节 小数和分数	200
一、化分数为小数	200
二、化小数为分数	209
三、分数、小数四则混合运算	212
第四节 百分数	217
一、百分数的概念	217
二、百分数应用题	218
第五节 近似计算	223
一、误差、精确度与有效数字	223
二、近似数的加法和减法	227
三、近似数的乘法和除法	229
四、近似数的混合运算	231
五、预定结果精确度的计算	232

附 录 关于小数的一些历史资料	236
第五章 量的计量	239
第一节 量的概念和计量	239
一、量的概念	239
二、量的计量	239
第二节 计量制度	240
一、计量制度的发展概况	240
二、计量单位	242
第三节 名数	247
一、名数的概念	247
二、名数的化法和聚法	247
三、名数的四则运算	249
附 录 关于量的计量的一些历史资料	253
第六章 统计初步知识	257
第一节 数据的收集	258
第二节 数据的整理	259
一、统计表	260
二、统计图	261
三、频数分布	266
四、频率分布	270
五、累积频数和累积频率	272
第三节 几个重要的统计特征数	275
一、平均数	275
二、中位数	276
三、众数	278
四、极差	279
五、方差	279
第四节 相关 *	281
附 表 1000 以内质数表	288

导 言

数学以现实世界中的空间形式和数量关系为研究对象。数学的应用非常广泛，它是学习一切现代科学技术的重要基础和必不可少的工具。而小学数学是进一步学习中学数学和物理、化学等科必须具备的最基础的知识。因此，在小学把数学列为一门主科，并要求给小学生切实打好数学基础。这对于为培养社会主义现代化建设人才做好准备，具有十分重要的意义。

教师在给小学生打好数学基础方面起着非常重要的作用。为了很好地完成小学数学教学的任务，作为未来的小学数学教师，必须认真学习和研究小学数学基础理论和教法，把这门专业课程学好。通过这门课程的学习，掌握从事小学数学教学所必需的数学基础理论知识，了解小学数学教学的目的任务和主要内容，掌握小学数学教学的基本原则和方法，初步具有分析、处理小学数学教材的能力和进行小学数学教学的能力。

本书第一册讲述小学数学基础理论知识，其中包括整数、整数的性质、分数、小数、量的计量和统计初步等内容。在小学数学中，虽然都讲到这些内容，但重点是理解数的意义，学会四则运算。作为小学数学教师来说，只掌握小学数学的内容，是远远不够的，必须从理论上进一步提高，深入地理解小学数学教材的基本算理，才能正确地进行小学数学教学。第二册讲述小学数学教材教法，主要研究小学数学教学的目的任务、小学数学教学内容选择和编排，进行小

学数学教学应遵循的原则以及可以采用的一些基本方法。作为一个小学数学教师，只有掌握小学数学教学的理论和规律，才能获得驾驭小学数学教材的能力，有效地进行小学数学教学。

学习这门课程时有以下几点值得注意：

一、要正确认识学习这门课程的重要性，提高学习的自觉性。这是学好这门课程的重要前提。如上所述，可以看出，学好这门课程是做一个合格的小学数学教师的一个必要条件，它直接关系到将来能不能胜任小学数学教学工作的问题。只有认识了这门课程的重要性，端正学习态度，才能自觉地积极地把这门课程学好。如果有“不学也能教”的想法，那么不仅会妨碍对这门课程的认真钻研，而且会直接影响到将来小学数学教学质量的提高。

二、要勤思考，多练习，切实掌握本门课程的内容，达到本课程的要求。小学数学看起来简单，但是要正确地进行教学，不出科学性错误，并不容易。需要教师正确地牢固地掌握必需的数学基础理论知识。因此在学习这门课程时，对于每一个概念、运算的性质、定理和法则，以及它们之间的联系，都要达到深刻的理解、牢固的掌握；还要做到具有较高的计算能力和逻辑推理能力。另外，小学数学教学，无论从使学生获得数学知识技能，或从发展智力上说，都是给小学生打基础的工作，而小学生学习数学又有其自己的特点，这样就更加是一项复杂而又细致的工作，需要教师综合运用教育学、心理学和小学数学教学法等理论知识解决小学数学教学的实际问题。因此在学习这门课程时，不仅要了解小学数学教学的目的任务、教学内容和教学方法，而且要初步获得分析小学数学教材、根据教学内容和小学生特点制定

课时计划、批改和分析小学生数学作业等能力。要完成这些任务，就需要加强自学，认真完成作业，积极思考问题，从小学教学实际需要和个人情况出发，练好基本功，以便切实做到能胜任小学数学教学工作。

三、要接触小学数学教学实际。学习这门课程时适当接触小学数学教学实际，可以加深对小学数学及其教学法的理论知识的理解，提高研究小学数学教学问题的兴趣。接触实际的方式可以灵活多样。例如，参加小学数学教师的备课，访问有经验的小学数学教师，参观小学数学课堂教学，调查和了解一些小学生学习数学的情况及作业等。

第一章 整 数

第一节 整数的概念和计数法

一、自然数和自然数列

1. 自然数的产生

自然数是在人类的生产和生活实践中逐渐产生的。在狩猎、捕鱼和采集果实的活动中，人们有了判断物体多少的需要，数的概念才开始萌生。

起初人们还不会用数来表示物体的多少，而是用现在所说的一一对应的方法来进行比较。例如，狩猎时要判断工具够不够分，就把工具和猎人一一搭配起来（一人一件），根据搭配结果来判明工具是多还是少，或者是和猎人同样多。经过反复实践，人们才形成了多和少的概念。

在长期重复进行这样比较的过程中，人们逐渐认识到有很多种物体集合可以一一对应，是同样多。例如，一个人的眼睛和他的耳朵、手、脚都是同样多。于是把这些同样多的物体集合归为一类，就是现在所说的等价集合类，并开始从同一类等价集合中选出一个大家最熟悉、最方便、又不易变化（有固定的元素）的集合作为代表，来表示这类等价集合的共同特征。例如，看到两只鹿，就用两只耳朵或两只眼睛来表示，看到五匹马就用五个手指来表示。这种被选作代表的集合，我们现在叫做标准集合。开始时标准集合只是用作形象地表示数目多少的一种方法，还没有从物体集合中把数

抽象出来。

随着生产和交换的不断增多以及语言的发展，人们在世世代代反复应用标准集合来表示多少的过程中，渐渐把数从具体物体的集合中抽象出来，有些数的名称就采用了标准集合的名称，到现在，有的原始部落仍然保留这种痕迹。例如，表示五个，就说“一只手”，表示十个就说“两只手”。以后，随着文字的发展，逐渐创造了符号来表示这些抽象出来的数。例如，用“|”、“||”等符号来表示“一”、“二”等。自然数也就产生了

2. 自然数的概念

从数的产生过程可以知道：一个自然数是一类等价的非空有限集合的标记。它表示非空有限集合中的元素的个数。

根据两个有限集合之间的关系，可以给出关于两个自然数大小关系的定义：

定义 设自然数 a 与 b 分别表示非空有限集合 A 与 B 的元素的个数，那么：

①当集合 A 与集合 B 等价时，就叫做 a 等于 b ，记作 $a=b$ ，就是：

如果 $A \sim B$ ，那么 $a=b$ ；

②当集合 A 的一个真子集 A' 与集合 B 等价时，就叫做 a 大于 b ，记作 $a>b$ ，就是：

如果 $A \supset A' \sim B$ ，那么 $a>b$ ；

③当集合 A 与集合 B 的一个真子集 B' 等价时，就叫做 a 小于 b ，记作 $a<b$ ，就是：

如果 $A \sim B' \subset B$ ，那么 $a<b$ 。

对于任意两个自然数 a 、 b ，必有以下三个关系中的一个，而且只有一个成立： $a=b$ ， $a>b$ ， $a<b$ 。

“一”是自然数中最小的一个。“一”再添上“一”就得到自然数“二”，“二”再添上“一”（即“一”添上“一”，再添上“一”）就得到自然数“三”，等等。所以“一”是自然数的单位。任何一个自然数，都是由若干个单位“一”合并而成的。

3. 自然数列及其性质

如果从“一”起，把自然数按照由小到大的顺序排列起来，就得到一列数：

一、二、三、……

这样，由全体自然数依次排列成的一列数叫做自然数列。

自然数列有下面的性质：

(1) 有始：自然数列最前面的一个自然数是“一”。

(2) 有序：在自然数列里，每一个自然数后面都有一个而且只有一个后继数，并且，除“一”以外，每一个自然数都有一个而且只有一个先行的数（即紧挨在它前面的一个数）。

因此，自然数列是一个有序集合。

(3) 无限：自然数列里没有最后的一个自然数。

因此，它是一个无限集合。

4. 数数

有了自然数列，我们就可以很方便地“计数”物体的个数。

我们要知道一个集合的元素的个数，就要数数。数数的过程就是把要数的那个集合里的元素，与自然数列里从“一”开始的自然数，建立起一一对应。只要不遗漏，也不重复，数到最后的一个元素所对应的那个数就是数数的结果。

从数数过程可以知道，在数事物时：

(1) 数数的结果总是唯一的，它与数事物的次序无关。

例如，数坐在座位上的学生时，无论是按行数，还是按排数，只要每个人都数到，并且只数一次，那么数的结果都是相同的。

(2) 数一种事物可以用另一种事物代替，然后再数，数的结果是不变的。

例如，一班学生可以用他们每人的名字来代替，然后再数，这与直接数学生所得的结果相同。

(3) 只要继续有事物可数，数数是永远可能的。

5. 基数与序数

自然数作为一类等价的非空有限集合的标记，它可以表示集合中元素的个数。另一方面，由于自然数在自然数列中是有序的，所以自然数还可以用来给集合中的元素编号，表示某个有序集合中每个元素所占的位置。

例如，我们让一队学生从排头开始报数，那么报出“一”的就可以看作是第一个学生，即第一号；报出“二”的就是第二个学生，即第二号；等等。这样，可以根据每个学生的号数确定他在队中的位置。

因此可以说，自然数有两个含义：

一个数当用来表示集合中元素的个数时，叫做**基数**；

一个数当用来表示集合中元素的排列次序时，叫做**序数**。

在上例中，如果最后一个学生报出的数是“四十二”，那么“四十二”这个数，既可以表示这队学生共有四十二个人，也可以表示最后这个学生是在第四十二个位置上。前一个“四十二”用的是基数的含义，后一个“四十二”用的是序

数的含义。

二、零和扩大的自然数列

1. 零

自然数是从表示“有”多少的需要中产生的。在实践中还常常遇到没有物体的情况。例如，教室里一个学生也没有。为了表示“没有”，就产生了一个新的数——零。

因此，零是空集合的标记，它表示集合中没有元素。零不是自然数，它比任何自然数都小。

“零”作为一个单独的数，不仅可以表示“没有”，还可以作为某些数量的界限。例如，在数轴上它是正数与负数的界限，在摄氏温度计上它又是零上温度与零下温度的分界。温度是零度，并不是“没有”温度，而是在通常情况下，水结冰的温度。所以“零”是一个有完全确定的意义的数。

2. 扩大的自然数列

假如从单元素集合中取出一个元素，那么它就成为空集，作为空集标记的数零比自然数“一”少一个单位。这样，可以把零放在自然数列的前面，得到的是一个扩大的自然数列：

零、一、二、三、……

扩大的自然数列也是有始的，它由零开头，并且也是一个有序集合和无限集合。

扩大的自然数列中的每一个数都叫做整数^{*}，即自然数

^{*} 本书用文字表示数时，以及第一、二两章的叙述中所说的“整数”、“数”，都表示非负整数，就是零和自然数。

和零都是整数。

三、十进制计数法

1. 命数法

随着生产力的不断发展，人们在实践中接触的数目越来越多，也越来越大，这就遇到怎样给所有的自然数命名的问题。假如每一个自然数都给一个独立的名称，不仅不方便，而且也不可能。于是很多民族在文化发展的最初阶段，都创造了分组计数的制度。例如：有的按五个一组，有的按十个一组，或十二个、二十个一组来计数。可能由于人们常用十个手指来计数的缘故，多数民族都采用了“满十进一”的十进制。

按照十进制计数法，我国是这样给自然数命名的。

(1) 自然数列的前九个数各给以单独的名称，即：一、二、三、四、五、六、七、八、九；

(2) 按照“满十进一”规定计数单位。十个一叫做十，十个十叫做百，十个百叫做千，十个千叫做万；万以上的计数单位不是满十逐一给以新的名称，而是十个万叫做十万，十个十万叫做百万，十个百万叫做千万，十个千万也就是万万，再给以新的名称叫做亿；亿以上又有十亿、百亿、千亿，等等。这样，每四个计数单位组成一级，个、十、百、千称作个级，万、十万、百万、千万称作万级，亿、十亿、百亿、千亿称作亿级，等等。

(3) 其他自然数的命名，都由前九个数和计数单位组合而成。例如，一个数含有三个千、四个百、五个十、六个一，就称作三千四百五十六。并且规定，除个级外，每一级的级名只在这一级的末尾给出。例如，一个数含有五个百

万、二个十万、六个万，就称作五百二十六万。除每一级末尾有空单位以外*，中间的几个单位如果是空的就称“零”，无论空几个都只称一个零。例如，一个数含有四个十亿、五个亿、六个百万、三个千、七个一，就称作四十五亿零六百万三千零七。

世界上许多国家的命数法不是四位一级，而是三位一级。十个千不给新的名称，就叫十千，到千千才给新的名称——密（译音）。这样从低到高，依次是：个、十、百是个级；千、十千、百千是千级；密、十密、百密是密级，等等。

2. 记数法

自然数的记法和自然数的命名类似，也不可能每一个数都给一个单独的符号，最好用尽可能少的几个符号，把所有的数都能表示出来。

用来记数的符号叫做**数字**，或叫**数码**。阿拉伯数字使用方便，所以成为国际通用的数字。阿拉伯数字共有以下十个：

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

自然数列里最前面的九个数分别用前九个数字来表示，“零”用“0”表示。

用阿拉伯数字记数是把所用的数字排成一横行，每个数字所在的位置不同，所表示的计数单位就不同。从右起第一位上的数字表示几个一，这一位叫做个位；第二位上的数字表示几个十，这一位叫做十位；以下依此类推。个位、十

* 财政部门开具票证时，为避免发生错误，在用汉字写数时，除了个级以外，仍然把每一级末尾的零写出来。