

51897

理論及應用力學叢

蘇聯桿件體系 建築力學的成就

И. М. 拉賓諾維奇著

科 學 出 版 社

理論及應用力學譯叢

蘇聯桿件體系建築力學的成就

И. М. 拉賓諾維奇 著

金 濤 譯

胡 海 昌 校

科 學 出 版 社

1955年7月

И. М. РАВИНОВИЧ
ДОСТИЖЕНИЯ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ
СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ В СССР

Издательство Академии Архитектуры СССР
Москва, 1949

蘇聯桿件體系建築力學的成就

翻譯者 金 濤

出版者 科學出版社
北京東四區帽兒胡同2號

印刷者 新華印刷廠

總經售 新華書店

書號：0247	1955年7月第一版
(譯) 155	1955年7月第一次印刷
(京)0001—3,220	開本：787×1092 1/25
字數：107,000	印張：5 9/25

定價：(8)七角八分

中譯本序

蘇聯建築科學院通訊院士拉賓諾維奇 (И. М. Рабинович) 教授所著“蘇聯桿件體系建築力學的成就”一書, 是蘇聯建築科學院工程結構科學組在 1949 年所出版的。它綜合地敘述了蘇聯三十年來建築力學所經歷的途徑和成就, 書末並附有全部文獻目錄。本書除中央人民政府出版總署圖書館收到的蘇聯政府贈送本外, 在我國並無第二本。今由金濤先生譯出, 對於我國結構力學工作者進一步深入學習蘇聯, 將有重要的作用。

蘇聯結構力學工作的主題是非常豐富的。這是由於蘇聯各個五年計劃的基本建設, 向蘇聯結構力學的科學工作者提出了生產實踐中的各種各樣的問題; 這也是由於蘇聯學者的不懈的努力, 使他們的工作為社會主義共產主義建設服務的總的方針所決定。蘇聯結構力學的豐富的題材, 正指出了科學應結合實際, 纔能獲得健康和有力的發展。蘇聯學者在這一方面的工作, 在蘇聯國外傳播很少, 因此, 我們在這方面的知識就很少。本書的譯出, 能幫助我們的結構力學工作者看見更富豐的工作園地, 找到更正確的方向。

我國土木工程學科的發展, 一方面由於長期缺乏生產實踐, 一方面又曾受到英美資本主義國家的科學界的影響, 因此, 就有嚴重脫離實際的傾向。土木工程學報所刊出的論文, 局限於剛構靜力學的狹小範圍裏, 就反映了這種傾向。我們並不是說剛構靜力學不重要, 但是面對着今天工業建設迅速展開的情況, 顯然是大大不夠的。我們在這裏應該指出, 像工程結構裏很多問題、像結構動力學和地震對結構的影響、像結構的大位移理論、像結構的穩定性、結構的非彈性形變、極限設計、結構的幾何安排和安全合理的機構學等, 都是今天亟待解決的問題。在桿件方面, 我們也應該多放些注意力在殼體、欄

褶體、薄壁桿件等連續體方面。

蘇聯在建築力學方面的發展，指出科學越結合實際，則越要求高度的科學基礎。蘇聯建築力學的特點之一，是提出了和解決了很多介於彈性力學和材料力學之間的問題。同時，為了解決這些實際問題，蘇聯學者提供了很多數學分析的方法，使問題既有確切的簡化，也有足夠的近似。例如烏滿斯基教授利用殼體的觀念，近似地代表空間桿件體系的方法，就是一例。

我國結構力學的學者們，還化了很大一部分力量在力矩分配、角變分配或傳播的工作上。蘇聯的結構力學工作，正如本書指出的那樣，在三十年代前後，便已把這部分工作發展到很高的水平。例如最近我們仍有人在進行研究的角變傳播法，曾由本書的作者拉賓諾維奇教授在1954年的力學文獻索引第1776號中指出，和他在1932年出版的剛構計算法中提出的方法是完全雷同的。這裏指出，我們對於蘇聯的文獻太不熟悉，因此，我們就會走彎路，就會不必要地重複人家已經解決了的問題。

本書的刊出，顯然將會引起我國結構力學工作者的注意。我們應對譯者辛勤的譯述勞動，表示謝意

錢 偉 長

1955年1月24日

目 錄

緒言	1
1. 複雜的超靜定體系的計算	4
2. 彈性梁、壓撓桿、拱和桁架的計算	13
3. 結構的穩定性	26
4. 顧及非彈性形變的結構的計算，以及強度和剛度的 安全量問題	32
5. 結構動力學	36
6. 桿件體系建築力學的種種問題	48
參考文獻	62
華俄名詞對照表	122
俄華名詞對照表	125

緒 言*

廣義的建築力學，特別是桿件體系的建築力學，在蘇聯都有着廣泛的文獻。

按照其科學水平，這種文獻不僅適應着現時的需要，並且有充分的理由可稱為是先進的。在蘇聯的建築力學中，可以找得一系列新而特殊困難的問題的解答。其中，不僅鑽研和改善了解答問題的經典方法，並且也包含有新而更有效的方法。

現在有必要將三十年來蘇聯建築力學所經歷的途徑，予以詳細分析，總結起它的所有成就，來考察個別主題與方向之間的力量是否分配得够正確和够適當；來查明是否還有遺留在蘇聯作者的期刊論文以及專題報告中的重要思想，受到不應當的忘懷而未經採用等等。最後，時機已經成熟，來編製關於蘇聯著作的建築力學的完備的書刊目錄。

在這個概述中，作者不準備擔任起太多的任務。他只想擇要摘述一些選取的著作，並附以一些簡短說明，他認為這樣做是不無益處的。

由概述和附帶的書刊目錄，明顯地表現出蘇聯建築力學的特點。顯而易見的是它的主題與施工和設計各問題的關聯，是它對過去與未來的五年計劃和它們的巨大工作的强有力的影響。

另一個特點也很明顯，那就是研究問題的深入性、思想性，和其廣泛的理論論述。這種理論論述的目的，在於給予設計工程師不是規定的資料，不是表面的分析，而是確有根據的材料；並向他們提出

* 譯者註：本書譯稿中各名詞，盡量採用中國科學院編譯局1954年3月出版之“結構工程名詞”，及清華大學結構力學及鋼木結構教研組所譯“建築力學教程”第一卷第一、二分冊兩書所用的名詞；其兩書所未列的名詞，見本書末尾之名詞對照表。

一種理論，使在可能範圍內，反映着所研究各力的所有原則上重要的因素以及它們對於結構的影響。深入研究靜力和動力問題的趨勢，不僅表現於我們的科學研究，也表現於建築力學的教材。我們這些教材優越地勝過了美國教科書；大多數美國教科書具有狹窄地應用的、手工業的性質。

第三個特點是我們建築力學的主題範圍的廣博。這一科學之中，沒有一個部門，未在蘇聯探討過，和未經我們予以一系列的研究的。在這概述中，讀者可以看出關於這一點的確鑿證明。本質上有關重要的，就是現代建築力學中最前進的問題也已經詳盡鑽研。如同本概述所示，我們的建築力學有着巨大的成就。在許多問題上，它超越了外國；有好些方法，在蘇聯發表了許多年之後才在外國出現；有好些解法，我們已廣泛通行，而在外國迄今還不知悉。也出現着外國抄襲我們的文獻而不標明其來源的這樣情事。

由本概述，可以在某種程度上，來判斷我們的研究者對於各個不同主題的注意力，如何分佈於各個年份。例如在二十年代和三十年代中，加強地研究了計算剛構的理論，結果達到了很高的發展水平。從三十年代的中期截至現在為止，加強地研究了殼體、欄摺體系、薄壁桿件等等的理論。正在退出舞台的是連續梁的計算、圖解力學、影響線理論、各向同性薄板的計算、庫倫土壓力理論等等問題。另一方面，對蠕動的理論、巨大形變的理論、具有合理輪廓和最輕體系的研究、具有可變數目的聯桿的體系的理論、體系組合的理論、計算的機械方法等等問題，還沒有引起足夠的注意力。

蘇聯建築力學的另一個特點，是對於它的問題的羣衆工作，以及參加這項工作的青年人的很高百分數。不僅高等學校的青年教師、研究所和設計事務所的工作者，並且還有研究生，也還常常有學生，都是有興趣的研究的創作者。但是這種令人滿意的現象，不僅表現於建築力學，也表現於蘇聯各門科學。另一方面，在對於建築力學各問題工作着的許多研究人之中，設計機關中的工作者還是較為少數，但他們却是在生活中直接掌握着建築力學，和首先遭遇着結構理論

中、新而未解決的問題的人。

建築力學的討論文獻這一部門發展得較為薄弱。本概述所附的書刊目錄，令人信服地說明了這一點。希望今後可以消除這個缺陷。

本概述中，並未包括計算擋土牆的文獻，它在建築力學中，佔據着一個特殊位置，最好對它做一個特殊的概述。

1. 複雜的超靜定體系的計算

關於這個問題，有大量的文獻，包含着計算的和實用的各個問題，不可能在此冊中逐一論及。此處只擬將關於一般性定理、一般性方法以及具有個別形式的結構的特殊計算，簡短地指出些資料。

一般性定理 1925 年，別黑節里夫 (П. Бехтерев)^[3] 依據勢能的性質，將勢能作為一種一定的正號平方算式，確定了彈性常數間一系列的有興趣的關係，這些常數與各向異性物體的一般性虎克定律相適應。這文件中，提出了聯系這些常數的一系列的不等式，並且指出了由它們所形成的行列式的若干性質。

1927 年，拉賓諾維奇教授 (проф. И. М. Рабинович)^[10] 建立了空間的或平面的任何理想彈性物體的位移之間的關係。說明了，在一般情形下，在每一點處，存在有三個互相正交的主要方向，各與最主要位移和零值的次要位移相當；說明了位移的交互橢圓體的性質，並且建立了一些一般性的不等式，這些不等式，經常存在於主要和次要位移之間，也存在於由它們構成的若干行列式之間。

1933 年，同一作者^[3] 研究了關於任何彈性體系的冗力法和形變法的經典方程的行列式的性質，並且指出了冗力法的這些行列式對於主要位移的微商，就是在撤去這個或那個未知量時所得的體系的行列式；在不同階的行列式與逐漸減少冗桿數的體系中的位移之間，導出了一項簡單關係。

數年之後，在德國作出了相似的結論（具有不完備的形式）。由彈性物體的位移所構成的行列式，在 1939 年中，伯恩史節恩 (С. А. Бернштейн) 教授在他的突出的博士論文^[2] 中，繼續作了研究。

與彈性桿件體系計算理論的一般性問題有關聯的，還有位移公式和反力公式；拉賓諾維奇^[11] 根據着分段求連續的和不斷續的函數

的積分，指出了慕爾-麥威公式的變形，並且指出了和研究了^[12]由於已知移動、荷載和溫差而生的反力的一般性公式。

葛涅士傑夫 (А. А. Гвоздев) 教授在他的專研剛構理論的突出的書^[5]中，建立了一項有興趣的關聯。這項關聯存在於下列二者之間，即 (1) 因有力 $P=1$ 而在任何聯桿所發生的反力，與 (2) 由於該聯桿順沿本身方向作單位移動，使 P 的施力點順沿 P 的方向而作的位移。

在副積分量佈圖之一是一條直線的這一情形下，維列沙金 (А. Верещагин)^[4]對於慕爾積分所給予的有名的解釋，獲得了廣泛採用。

關於壓撓和拉撓桿件，它的形變，如所熟知，並不是軸力的直線函數，但也可以找出位移的一般性公式。這是由科諾烏荷夫 (Н. В. Корноухов) 教授^[7]、朱諾夫斯基 (В. Г. Чудновский) 講師^[398]和列衣且司 (С. Д. Лейтес) 工程師^[8]所作的。在此情形下的一般化公式所具的形式與慕爾-麥威公式相同，但在居於積分號後面的兩個量佈圖 (實有的和虛想的) 之中，一個 (任何一個) 是由計算軸力所引起的撓矩而得，而另一個則不計及軸力。

在蘇聯建築力學中，首先將外力和支座反力以維列爾法應用於結構的一般的和較為深奧的性質 (所謂平面均衡力系的維列爾，就是該系所有各力，繞着它們的施力點旋轉了 90° 之後，對於平面中任意一點的力矩總和)。關於任何彈性桁架中拉桿或壓桿的體積或重量，靜定和超靜定桁架的性質，對於這些桁架所作的交互圖的性質，以及從最小重量觀點選取結構的幾何參變數間的比率，都經找出有興趣的重要定理。與之相應的著作，屬於盧金 (Лукин)，也有屬於烏滿斯基 (А. А. Уманский) 和戈布諾夫 (Б. Н. Горбунов) 兩位教授^[16]的。1929 年盧金對這個主題，在 “Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik” 雜誌上曾發表了一篇論文。

從另一考慮點，但也是從能量的考慮點出發，拉賓諾維奇^[831]早在 1924 年就找出了纜索桁架重量的理論公式，而克非里 (А. И. Кефели)^[6]在 1927 年找出了結構重量的理論公式，這個結構的各個部件擔負着軸力和撓曲。

對於不是完全彈性的物體，關於位移的交互性，關於功的交互性等等的精美的一般性定理是不適用的。討算這些體系的一般方法，在現代建築力學中雖然扮演着一個重要的角色，却作得還是較少。但是我們還應當提及某些有興趣的研究，這些研究，致力於內力和外力所作的功的一般定理，和位移的一般定理；那就是已故諾沃特沃耳斯基（В. Э. Новодворский）教授^[9]，以及別素荷夫（Н. И. Безухов）教授^[1]和斯維達（В. С. Свида）工科碩士^[15]的研究。

冗力法 已有相當大量的研究，致力於依照所謂冗力法來計算超靜定桿件體系。用此法計算的第一步驟是這樣來選取基本體系和基本未知量，使之能保證得到最簡單的經典方程。所選取的基本體系常是一個靜定體系，就是說只具有必需有的部件。拉賓諾維奇教授^[13]曾確定了這些部件的分類：它們可以是“無條件地必需的”或是“有條件地必需的”。

俄文中最早著作之一，包括着成組未知量的一般性原則，作為將整組的經典方程化為最簡形式的一種方法，是斯特利列茲基（Н. С. Стрелецкий）教授的著作^[89]。進一步的成組方法，是由葛渥士傑夫教授的大著作^[5]，拉賓諾維奇教授^[933]、迦利爾金（Б. Г. Галеркин）院士的著作^[30]及^[31]以及許多論文、教科書及講義中作出來的。這就從解算方程的純粹數解法變為互相正交的量佈圖的繪作法，使之益形明晰，得到廣泛採用。由這樣的處理，自然可以將關於對稱結構的整組方程，化分為若干組較簡單的方程。拉賓諾維奇^[933]採用+和一等符號表示正對稱和反對稱；指出了具有某些對稱軸的結構的量佈圖的正交性。謝迦里（А. И. Сегаль）教授的研究^[82]，致力於所謂循環桿件體系的互相正交的量佈圖的特別選擇。拉濟克（Ю. А. Радциг）講師^[76]則試圖由代數形式的理論，求出如何變換整組經典方程，使之簡化。

羅列沙金^[4]關於指定基本量佈圖而不考慮到基本體系這一問題的可能性的觀念，乃是走向選取這些量佈圖的通法，而拉賓諾維奇所示這種可能性的證明^[933]，被利用了來同時用許多基本體系繪作量

佈圖。拉賓諾維奇也考慮了那些變相的解答^[68]，在其基本的單位量佈圖的構成中，包含有與外力荷載相應的量佈圖的若干係數。

在同一著作^[68]中，給予了冗力法經典方程組的通法如下：不是使順沿基本未知量 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 方向的位移等於零，而是使順沿結構中任何其他那些內力方向的位移等於零；這樣，該組方程的行列式不再是對稱的，而從交互性導引出構成兩個不同的方程組的可能性，它們的係數的矩陣，若以行代列，或以列代行，即可從這一矩陣得到另一矩陣。

關於具有多數相同跨的體系，烏滿斯基教授^[91]指出了他所謂的“無窮體系法”如下：先考慮一個向左右兩方延展，並具有無窮數跨度的體系，然後在基本體系中參加以修正荷載。

對於超靜定體系繪作影響線的創造性方法，是由李本貝恩(Я. М. Репенбейн)工科碩士指出的^{[79], [81]}，此法的根據，在於考慮這些影響線的逐次微商的性質，並研究各該微商成為其影響線的那些行載。

我們在這裏，不再考慮到那些著作，其中給用冗力法成功地解算了各種特殊體系（連續梁，無斜桿剛構等等）。我們將於下文談及其中的某些部分。

形變法 因為此法是計算剛構的一個基本方法，並且也適用於計算其他超靜定體系，所以在我們的文獻中，由各方面加以研究。

在葛渥士傑夫教授的書^[5]中，研究了選取基本體系，將未知量歸併成組，構成經典方程等問題。用俄文所發表的第一部包含着形變法說明的書，這一功勞是屬於葛渥士傑夫教授的；他對於此法本質的明晰論述，大大地促進了它的被人認識以及進一步在我國的發展。拉賓諾維奇^{[12], [93]}指出了與慕爾-麥威公式相類似的形變法方程中各係數的一般性公式，以及關於反力的一般性質，這些反力就是方程中的各個係數：反力的主要方向的性質，被動聯桿的性質和意義；聯系主要和次要反力的不等式。

瑞莫金(Б. Н. Жемочкин)教授^{[45], [46]}對於具有平行豎桿的剛構所用形變法的擴展方程，以及它們的數字解法，予以特殊注意；這

些方程的變形是拉布再維奇 (А. А. Рабцевич)^[75] 所給予的。在別素荷夫教授的那些書^{[18], [19]} 中及其他, 包含着用形變法解算複雜體系的許多已算出來的好例子。

由於冗力、形變兩法間存在着的二重性〔這個二重性, 早在 1927 年已被巴斯節納克 (П. Л. Пастернак) 教授強調指出〕, 引導到簡化經典方程的冗力法基本想法 (將未知量歸併成組, 採用中間基本體系, 利用對稱性) 自然而然地推廣到形變法的相當改變。所以在這裏, 我們沒有那麼想法豐富的文獻, 如同冗力法那樣。

聯合法 這個名稱, 可給予那些方法, 其中的未知量具有不相同的本性, 這就是說, 一部分是冗力, 一部分是位移。在文獻中, 我們知道有這種方法的若干變相 (四力矩方程, 撓矩定點法), 但是葛渥士傑夫教授^[5] 所定出的混合法是這類中所有各法最高度的通法。按照這個計算法, 其基本體系的取得是同時在一些處所撤去聯桿, 並在其他一些處所添入一些附加聯桿。其經典方程, 表出了順沿第一種聯桿方向的位移不存在, 和順沿其他聯桿方向的反力不存在的情況, 在每一方程中, 同時出現着未知力和未知位移。葛渥士傑夫在舉例中, 指出此法的一般方式應用於哪些體系是便利的。國外的建築力學直到現在還沒有達到這樣的一般化。

常被應用的, 是單獨而更迭應用着冗力和形變兩法的聯合法。對於對稱體系, 這個方法是拉賓諾維奇^[933] 所指出的: 將荷載分解為對稱的和反對稱的兩種荷載, 這樣, 在計算該結構承受其中一種荷載時用冗力法, 而在承受另一種荷載時用形變法, 那是便利的。

計算剛構所用的、人所熟知的撓矩定點法, 也屬於聯合法。若剛構具有移動結點, 則在計算時採用一個剛構, 其中各結點並不移動, 作為基本體系, 這樣, 計算的第一步驟 (尋求各定點和繪作量佈圖) 是解算冗力法方程, 而其第二步驟是解算形變法方程。

在我們的文獻中, 撓矩定點法得到了比外國更深入的鑽研。此法本性所表現的一個事實 (就是在結點不移動的剛構, 作為冗力法, 而在結點移動的剛構, 則作為形變法), 已經具有原則上的意義。由

此可見定點法不僅可應用於剛構，並且可應用於桁架和其他超靜定體系。

關於剛構，已經找出一些公式，以一套定點比表示另一套定點比，並且使我們可以依次求得各定點。研究這些公式，將引導出許多其他有興趣的關係。其中之一是杜多夫 (Г. Д. Дутов) 講師^[43]所證明的。

依照此法解算剛構的當然的通法，就是不在同一桿件的兩端撓矩之間，而在剛構的兩個不同桿件的任意兩截面處的撓矩之間，確定其定點比；這樣的通法是李本貝恩^[80]所做出來的。他還建議簡化此法，使之有可能將若干桿件同時承受荷載。拉賓諾維奇教授^[69]也指出了對於具有不移動結點和移動結點的剛構，依據着撓矩定點法和形變法的聯合應用，如何改善該撓矩定點法。所有這些改善，減省了若干桿件同時載荷所需繪作量佈圖的動作，並且容許我們在尋求各定點和在計算承受任何荷載時，利用該體系的對稱性。

在正反兩方向的撓矩定點比（“左”，“右”定點比）之間，存在着一些有興趣的關聯；對於每一剛構或連續梁，可以將它們寫成一個等式，其中含着所有各定點比。這些等式的意義，就在於可利用它們來校核用這種或那種方法所算得的定點比。首次發表的、包含有這種關聯的著作，屬於瑞莫金教授^[46]；第二部著作屬於李本貝恩^[80]，他由另一途徑，並且似乎與前述作者無關地找出了這個關係；第三部著作（按照時間先後）屬於拉賓諾維奇教授^[70]，在這篇文件中，同樣的關係以及若干其他關係，是由白第的交互原則找出來的。

撓矩定點法的圖解說明，尤其是應用於計算連續梁，是在不同時期為不同作者所給出的。在我們的文獻中，關於這個主題，有一些著作，在觀念上和在結果上，都是有創造性的。首先，應當提及巴斯節納克教授的論文^[59]，其中依照撓矩定點法所做的圖解計算，作為按照高斯 (Гauss 即 Gauss) 的縮短數字計算法解算三項一次代數方程的說明。巴斯節納克教授的方法是既優美而又便於實用。另一種圖解計算是由戈盧史給維奇 (С. С. Голушкевич) 教授^[33]所提議

的。此法是關於具有不閉合的輪廓的剛構，並且以獨特地、迭次地和簡單地利用各撓矩定點為依據。

由於利用列維 (М. Леви) 的兩力矩方程，並且將它推廣到剛構體系的計算，可以得到變相的撓矩定點法。在此法中所出現的各個桿件的共軛點，是比定點更為一般的概念。實質上，此法連同撓矩定點法，都是解算冗力法方程諸法之一。企圖在與兩力矩方程相類似的方程的基礎上，建立起剛構的計算，是由賈科諾夫 (Г. Л. Дьяконов) 工程師的著作^[41]做出來的。

與撓矩定點比法相類似，瑞莫金教授^[47]研究出了角變定點比法，其實，這就是解算形變法方程之一法。兩法的公式及計算的全部過程都很相似，但在角變定點法中，沒有必要去算出所謂分配係數，因為與一個結點相接的所有各桿的截面，都旋轉着同一個角度（分配係數皆等於一）。

那薩羅夫 (А. Г. Назаров) 教授^[56]提議了一些角變定點法的更進一步的改善。

將角變定點比的觀念介紹於建築力學之中，是巴斯節納克教授所作的。

計算超靜定桿件體系的一個特殊方法，是巴辛斯基 (В. В. Башинский) 工程師^[17]所指出的。所取的未知量，是表示着桿件的彈性曲線的代數多項式的各係數；對於剛構的每一桿件，這些係數由邊界條件決定之，對於各結點和各支座，可以寫出這些條件。實質上，這種方法就是一個變相的冗力法，其中的基本體系，是將剛構切成個別桿件而形成的。

米尼雅也夫 (П. А. Миняев) 教授^[54]提出了一個特殊方法。在勢能的式子中，冗餘未知量不是被考慮作為自變量，而是作為相互的函數，其勢能則作為各冗餘未知量的複雜函數。作者將最小功原理施用於這個函數，得到了一組方程，其中每一個後面的方程，比前面的方程少含一個未知量。

貝里雅科夫 (Ф. А. Беляков) 教授^[21]探討了一個創始性的近似

計算法。這方法被作者稱為“虛曲線撓曲原理”，其內容是設定彈性曲線的近似方程，然後找出順沿桿件全長的這樣一種慣矩 I 的變更法則，使得這個曲線是完全地或近似地正確的。此外，作者用慕爾比擬法解算了各問題，按照此法，變位是為假想荷載所生的撓矩所代表的。除一般通用的撓矩定點外，他利用了撓矩圖的定點，這些撓矩與兩端的相對移動相應。

許多作者應用上文所述的方法於空間剛構的計算。在用冗力法計算時，這個問題的複雜性在於冗餘未知量的頗為衆多、推算位移的更形複雜、和取得互相正交的量佈圖的困難頗多。由於結點的可動性和方程構造的較為複雜，形變法也因而複雜化。由於經過各結點，須通過六個力的因素而不是三個等等，定點法也是極其複雜。所以，實際上這問題迄今還是未經解決。克服困難的各種方法曾經下列諸人提議：牟拉謝夫 (В. И. Мурашев) 工科博士^[55]，伏羅金 (И. М. Володин) 工程師^[28]，李本貝恩^[80]，維諾庫羅夫 (Л. П. Винокуров) 工科碩士^[27]，謝米夫斯基 (В. В. Семевский) 工科碩士^[85]，戈林 (А. А. Горин) 教授^[37]，克列因 (Г. К. Клейн) 工科碩士^[51]，法因貝爾格 (Д. В. Вайнберг) 和朱諾夫斯基^[25]。在此法中，佔有特殊地位的是在戈布諾夫和克羅托夫 (Ю. В. Кротов) 的書^[36]，以及戈布諾夫和烏滿斯基的書^[754] 中所述的用主力系法解算空間剛構。

對於空間剛構，也應添上荷載垂直於其平面的平面剛構和梁。波里索夫 (М. Д. Борисов)^[107]，列美士 (М. Б. Ремез)^[249]，特米脫里也夫 (Ф. Д. Дмитриев)^[39]，戈盧史給維奇教授^[32] 的著作，致力於它們的計算。後者以板的計算，近似地替代了在交點互相聯結的橫梁的計算，這樣，將該問題的線性方程組，化為具有偏微商的一個微分方程。

伏拉索夫 (В. З. Власов) 教授於其一系列的著作^{[113—117], [526]} 中，大大地擴大了計算剛構的理論，將它推廣到二維領域，就是說，研究出了計算薄壁等截面結構的近似而技術的理論，這些結構為殼體所構成，並具有剛構形式的截面。他獲得這個具有突出的實際意義的