



PEI YOU JING SAI

培优赛

JIAO YU XUE

教与学

主编：苏中清

初中数学 2 年级

配套练习册

姓名：_____

学号：_____

班级：_____

西苑出版社



培优竞赛与学

新大纲 新思维 新理念

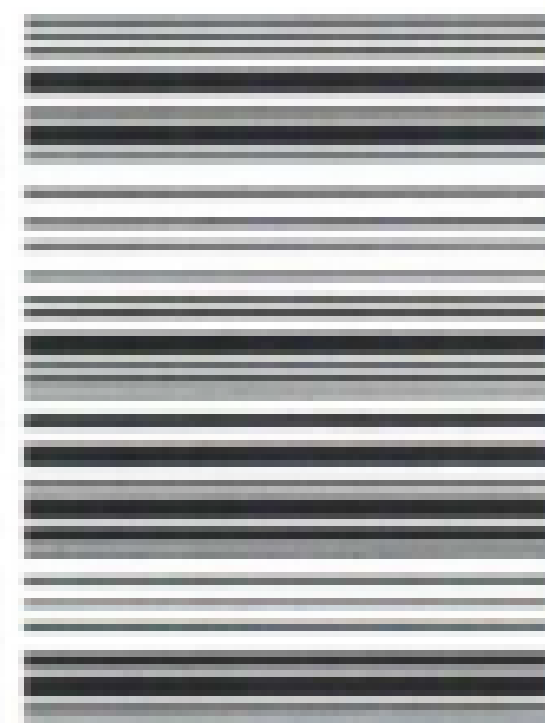
责任编辑：郭耀芳
封面设计：王立科 耕者

《培优竞赛教与学》丛书目录

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 《培优竞赛教与学》小学语文四年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中数学一年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》小学语文五年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中数学二年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》小学语文六年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中数学三年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》小学数学四年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中英语一年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》小学数学五年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中英语二年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》小学数学六年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中英语三年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》初中语文一年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中物理二年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》初中语文二年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中物理三年级及配套练习册 |
| 《培优竞赛教与学》初中语文三年级及配套练习册 | 《培优竞赛教与学》初中化学三年级及配套练习册 |

<http://www.edutest.com.cn>

ISBN 7-80108-839-5



9 787801 088390 >

ISBN 7-80108-839-5/G·338

定价：6.50元

目 录

1. 因式分解法——主元法和换元法.....	(1)	16. 多边形	(31)
2. 因式分解方法——配方法与待定系数法.....	(3)	17. 平行四边形、矩形、菱形	(33)
3. 因式分解方法——对称式及十字交叉法.....	(5)	18. 正方形	(35)
4. 因式分解的应用.....	(7)	19. 梯形	(37)
5. 分式的运算.....	(9)	20. 平行截割	(39)
6. 分式的化简与求值.....	(11)	21. 相似三角形的判定	(41)
7. 分式的恒等变形与求值.....	(13)	22. 相似三角形的性质	(43)
8. 二次根式的运算.....	(15)	23. 直角三角形拓展	(45)
9. 二次根式的化简与求值.....	(17)	24. 整式的恒等变形与求值	(47)
10. 根式的恒等变形	(19)	25. 代数的证明	(48)
11. 三角形的基本性质	(21)	26. 配方法在代数中的应用	(50)
12. 三角形的全等	(23)	27. 整体方法的应用	(52)
13. 等腰三角形的性质	(25)	28. 面积法	(54)
14. 等腰三角形的判定	(27)	参考答案	(56)
15. 直角三角形及勾股定理	(29)		

1. 因式分解法——主元法和换元法

$$5. 16ax^2y^2 - 4a(x^2 + y^2)^2$$

$$6. 3a + 6xy - 3ax^2 - 3ay^2$$

(2003 年安顺市中考题)

$$7. x^2 - xy + 2yz - 4z^2$$

$$8. 5a^2mnp^2 - 5a^2m^3n + 10a^2m^2n^2 - 5a^2mn^3$$

$$9. a^3 + 6a - 7$$

将下列因式分解

$$1. 64x^6 - y^6$$

$$2. \frac{1}{8}m^6 - \frac{1}{729}m^3n^3$$

$$3. a^4x^2 + 8a^3x^3 + 16a^2x^4$$

$$4. a^{n-3} + a^n$$

$$10. (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$$

$$16. (c^2 - b^2 + d^2 - a^2)^2 - 4(ab - cd)^2$$

$$11. (x^2 - 1)(y^2 - 1) - 4xy$$

$$17. x^{15} + x^{14} + x^{13} + \cdots + x + 1$$

$$12. x^2 + (1 + x)^2 + (x + x^2)^2$$

$$18. a^3 + 3a^2 + 3a + 2$$

$$13. (1 + y)^2 - 2x^2(1 + y^2) + x^4(1 - y)^2$$

$$19. x^3(a + 1) - xy(x - y)(a - b) + y^3(b + 1)$$

$$14. x^6(x + y - z)^{2n+1} + y^6(z - y - x)^{2n+1}$$

$$15. -2x^{5n-1}y^n + 4x^{3n-1}y^{n+2} - 2x^{n-1}y^{n+4}$$

$$20. (ab + cd)(a^2 - b^2 + c^2 - d^2) + (ac + bd)(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)$$

2. 因式分解方法——配方法与待定系数法

把下列各式分解因式:

1. $4x^3 - 31x + 15$

2. $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$

3. $x^5 + x + 1$

4. $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$

5. $(x^2 + y^2)(x^2 - xy + y^2) - 2x^2y^2$

6. $(x^2 + 4x + 6)(x^2 + 6x + 6) - 3x^2$

7. $(x^2 - 15x + 54)(x^2 + 11x + 28) + 350$

8. $(x^2 + x - 1)^2 + (x^2 + x - 1) - 2$

9. $x^4 - x^3 + 4x^2 + 3x + 5$

10. $6x^2 + 7xy + 2y^2 - 8x - 5y + 2$

13. k 为何值时, 多项式 $2x^2 - xy - y^2 - 9x - 6y + k$ 有一个因式是 $2x + y + 1$?

11. 已知多项式 $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + 15$ 是二个二次三项式的乘积, 试进行因式分解.

14. 求证: $x^2 - 2xy + y^2 + x + y - 4$ 不能分解为两个一次因式.

12. 如果 $x^3 - 2x^2 + ax - 6$ 和 $x^3 + 5x^2 + bx + 8$ 有二次公因式, 试确定 a, b 的值.

15. t 为何值时, 多项式 $x^2 + 7xy + ty^2 - 5x + 43y - 24$ 可以分解因式?

3. 因式分解方法——对称式及十字交叉法

$$5. 2x^3 - x^2 + x + 4$$

$$6. x^3 + 3px^2 + (3p^2 - q^2)x + p(p^2 - q^2)$$

分解因式:

$$1. 2x^2 + xy - y^2 - 4x + 5y - 6$$

$$7. (a+b)(b+c)(c+a) + abc$$

$$2. x^2 - 2xy - 8y^2 - x - 14y - 6$$

$$8. a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + 2abc + abc - ac + b^2 - c^2$$

$$3. (a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$$

$$9. 4x^2(a+b)^2 - 8xy(a+b)^3 - 5y^2(a+b)^4$$

$$4. (x+y+z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3 - (x+y-z)^3$$

$$10. (x+y)^5 - x^5 - y^5$$

14. 设 $P = (x+y+z)^{2n+1} - x^{2n+1} - y^{2n+1} - z^{2n+1}$ (n 为正整数), $Q = x^3 + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2 + 2xyz$, 试证明 Q 是 P 的因式.

$$11. a^3(a+1)(b-c) + b^3(b+1)(c-a) + c^3(c+1)(a-b)$$

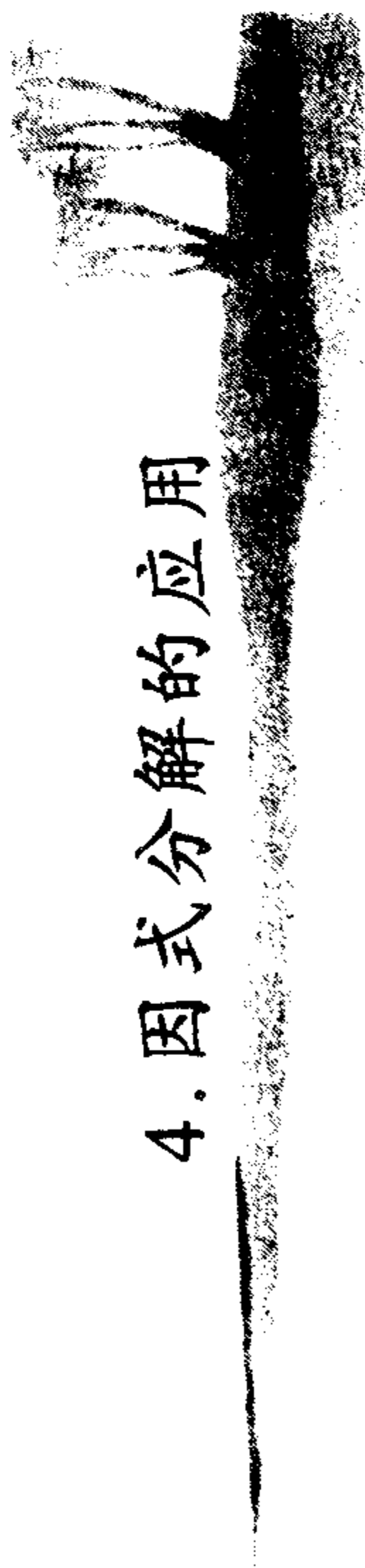
12. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边边长. 求证:

$$a^3 + b^3 + c^3 - a(b-c)^2 - b(c-a)^2 - c(a-b)^2 - 4abc < 0.$$

13. 证明: 如果 $x = \frac{b}{a}$ 时, 多项式 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x +$

a_0 的值为零, 则 $ax - b$ 为这个多项式的因式.

4. 因式分解的应用



1. 已知 $x + y = 3$, $x^2 + y^2 - xy = 4$, 那么 $x^4 + y^4 + x^3y + xy^3$ 的值为_____.

2. $998^2 - 4 =$ _____.

3. $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \cdots (1 - \frac{1}{2003^2})(1 - \frac{1}{2004^2}) =$ _____

4. 若多项式 $x^4 + mx^3 + nx - 16$ 含有因式 $x - 2$ 与 $x - 1$, 则 $mn =$ _____.

5. 当 $x - 3y + 4z = 1$, $2x + y - 2z = 2$ 时, 化简 $x^2 - 2xy - 3y^2 + 2xz + 10yz - 8z^2$ 的结果是_____.

6. 若 x 是自然数, 设 $y = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$, 则 ()

- A. y 一定是完全平方数
- B. 存在的有限个 x , 使 y 是完全平方数
- C. y 一定不是完全平方数
- D. 存在无限多个 x , 使 y 是完全平方数

7. $(1 + \frac{1}{1 \times 3})(1 + \frac{1}{2 \times 4})(1 + \frac{1}{3 \times 5})(1 + \frac{1}{4 \times 6}) \cdots (1 +$

$\frac{1}{98 \times 100})(1 + \frac{1}{99 \times 101})$ 的值的整数部分为 ()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

8. 若整数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 且 a 为素数, 则 b, c 两数应 ()

- A. 同为奇数
- B. 同为偶数
- C. 一奇一偶
- D. 同为合数

9. 对于任何整数 m , 多项式 $(4m + 5)^2 - 9$ 都能 ()

- A. 被 8 整除
- B. 被 16 整除
- C. 被 3 整除
- D. 被 5 整除

10. 如果多项式 $2(x^2 + y^2)(x + y)^2 - (x^2 - y^2)^2$ 的值为零, 则 x 与 y 之间的关系是 ()

- A. 相等
- B. 互为倒数
- C. 互为相反数
- D. 以上三种都不成立

11. 试问: 对于哪些自然数 n , $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ 是合数?

12. 求证: $(7 - x)(3 - x)(4 - x^2)$ 的值不大于 100.

13. 设有多项式

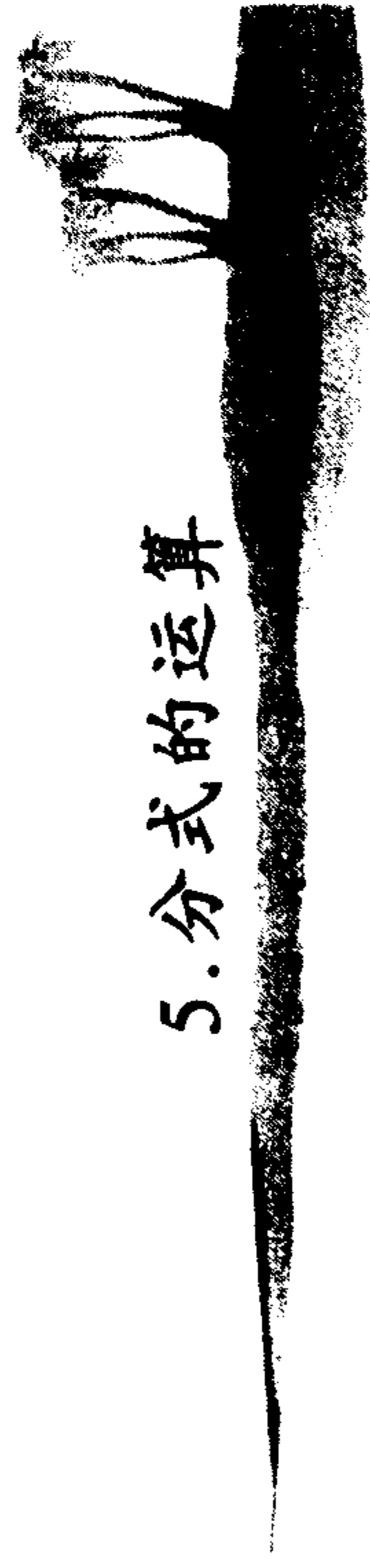
$$P = 4x^4 - 4px^3 + 4qx^2 + 2p(m+1)x + (m+1)^2,$$

求证: 若 $p^2 - 4q - 4(m+1) = 0$, 则 P 是一个二次三项式的平方.

14. 证明: 具有如下性质的正整数 a 有无穷多个: 对于任意的正整数 $n, z = n^4 + a$ 都是合数.

15. 若 m, n, p 都是正整数, 求证: $x^{3m} + x^{3n+1} + x^{3p+2}$ 能被 $x^2 + x + 1$ 整除.

5. 分式的运算



1. 若关于 x 的方程 $\frac{2x+a}{x-2} = -1$ 的解为正数, 则 a 的取值范围是_____.

(2000 年湖北省选拔赛试题)

2. 如果使分式 $\frac{ax+7}{bx+11}$ 有意义的一切 x 的值, 都使这个分式的值是一个定值, 那么 a, b 应满足的条件是_____.

3. 化简 $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{4}{x^2+6x+5}$ B. $\frac{3}{x^2+6x+5}$
C. $\frac{2}{x^2+6x+5}$ D. $\frac{1}{x^2+6x+5}$

4. 如果分式 $\frac{x}{y+z}$ 中, x, y, z 的值都缩小到原来的 $\frac{1}{3}$, 且 $x, y, z > 0$, 则分式的值是原来的 () 倍.

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. 9

(“五羊杯”竞赛题)

5. 关于分式, 下列四种说法中正确的是 ()

- A. 含有分母的代数式叫做分式
B. 分式的分母、分子同乘以(或除以) $2a+3$, 分式的值不变
C. 当 $x=2$ 时, 分式 $\frac{x-2}{x^2-4}$ 的值为 $\frac{1}{4}$
D. 分式 $\frac{|x|}{x^2+1}$ 的最小值为零

(1999 年重庆市竞赛题)

6. 计算 $(x+y) \cdot \frac{x^2}{x^2-y^2} + \frac{y^2}{x-y} - \frac{2x^2y-2xy^2}{x^2-2xy+y^2}$ 正确的结果是 ()

- A. $x+y$ B. $x-y$ C. $\frac{x-y}{x+y}$ D. $y-x$

7. 若 $b^2 = ac$, 求 $\frac{a^2b^2c^2}{a^3+b^3+c^3} \cdot (\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3})$ 的值.

(1998 年天津市竞赛题)

8. 计算下列各题:

$$(1) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} - \frac{4}{x^4+1} - \frac{8}{x^8+1};$$

$$(2) \frac{3x^2 + 9x + 7}{x+1} - \frac{2x^2 + 4x - 3}{x-1} - \frac{x^3 + x + 1}{x^2 - 1};$$

$$(3) \frac{b-c}{a^2 - ab - ac + bc} - \frac{c-a}{b^2 - bc - ab + ac} + \frac{a-b}{c^2 - ac - bc + ab};$$

$$(4) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left[x + \frac{1}{x} - \frac{1}{1-x-\frac{1}{x}}\right]^2 \div \frac{x^2 + \frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{x} + 3}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x - \frac{2}{x} + 3}.$$

9. 已知, 对任意 x , 有

$$\frac{x+4}{x^3 + 2x - 3} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2 + x + 3}$$

试确定 A, B, C .

10. 计算

$$\frac{1}{a-x} - \frac{1}{a+x} - \frac{2x}{a^2 + x^2} - \frac{4x^3}{a^4 + x^4} + \frac{8x^7}{x^8 - a^8}.$$

11. 已知 $a = \frac{7}{13}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{5}{39}$, 试求

$$\frac{a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}{a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}$$
 的值.

6. 分式的化简与求值

1. 已知 $x - y - z = 0$, $y - z = 0$, 且 $xyz \neq 0$, 则

$$\frac{1998x^2 + 1999y^2 - 2000z^2}{1998x^2 - 1999y^2 + 2000z^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 化简 $\frac{x^{3n}}{x^n - 1} - \frac{x^{2n}}{x^n + 1} - \frac{1}{x^n - 1} + \frac{1}{x^n + 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 当 $a = 1, b = 2$ 时, $\frac{1 - \frac{3a}{b} + \frac{3a^2}{b^2} - \frac{a^3}{b^3}}{a^2 - 2ab + b^2}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 化简 $(1 - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2})(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1}) - \frac{8}{a+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $a > 0 > b > c, a + b + c = 1, M = \frac{b+c}{a}, N = \frac{a+c}{b}, P = \frac{a+b}{c}$, 则 M, N, P 之间的大小关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

A. $M > N > P$ B. $N > P > M$

C. $P > M > N$ D. $M > P > N$

6. 设 $\frac{x}{x^2 - mx + 1} = 1$, 则 $\frac{x^3}{x^6 - m^3x^3 + 1}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

A. 1

B. $\frac{1}{m^3 + 3}$

C. $\frac{1}{3m^2 - 2}$

D. $\frac{1}{3m^2 + 1}$

7. 解下列方程(组):

(1) $\frac{5x-96}{x-19} + \frac{x-8}{x-9} = \frac{4x-19}{x-6} + \frac{2x-21}{x-8}$

(“五羊杯”竞赛题)

(2)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(北京市竞赛题)

8. 当 $a < b < c$ 时, $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

A. 正数 B. 负数 C. 0 D. 不能确定

9. 分式 $\frac{6x^2 + 12x + 10}{x^2 + 2x + 2}$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

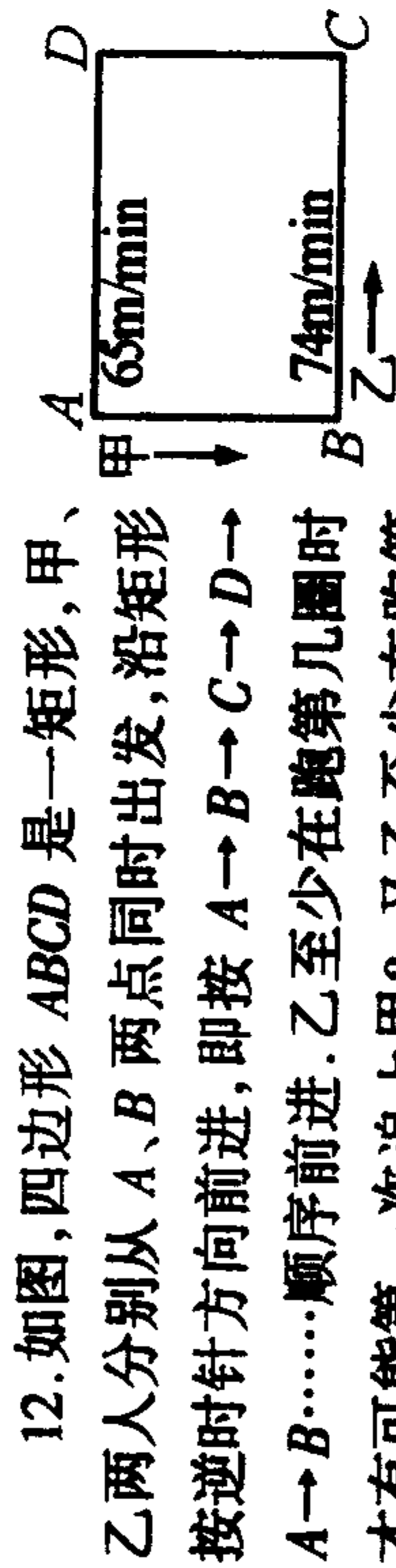
A. 3 B. 4 C. 6 D. 不存在

10. 设 $a + b + c = 0$, 求 $\frac{a^2}{2a^2 + bc} + \frac{b^2}{2b^2 + ac} + \frac{c^2}{2c^2 + ab}$ 的值.

11. 设 a, b, c 满足 $a + b + c = 0, abc > 0$, 若 $x = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|}$, $y = a(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + b(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}) + c(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$, 则 $x + 2y + 3xy$ 的值为多少?

13. 设 a, b, c 满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$, 求证 $\frac{1}{a^{2n-1}} + \frac{1}{b^{2n-1}} + \frac{1}{c^{2n-1}} = \frac{1}{a^{2n-1} + b^{2n-1} + c^{2n-1}}$. (n 为自然数)

(波兰竞赛题)



(1998 年山东省竞赛题)

7. 分式的恒等变形与求值

1. 若 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 则 $\frac{x^2 - 2y^2 + 3z^2}{xy + 2yz + 3zx}$ 的值是_____.

2. 如果 $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{3}$, $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{4}$, $\frac{ca}{c+a} = \frac{1}{5}$, 那么 $\frac{abc}{ab+bc+ca}$ 的值

是_____.

3. 若 $ab \neq 0$, $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} = \frac{a+b}{1+a+b}$, 则 $a+b =$ _____.

4. 若 $\frac{a_2 + a_3 + a_4}{a_1} = \frac{a_1 + a_3 + a_4}{a_2} = \frac{a_1 + a_2 + a_4}{a_3} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_4}$
 $= k$, 则 k 的值为 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -1 D. 3 或 -1

5. x 为何值时, 下列分式有意义.

(1) $\frac{x^2}{2x^3 + 8x^2 + 8x}$

(2) $\frac{5}{2x^2 + 3x - 2}$

(3) $\frac{\frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x - \frac{1}{1+x}}}$

6. 当 x 为何值时, 下列分式的值为零.

(1) $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x - 15}$

(2) $\frac{|x-2|-1}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$

$$(3) \frac{x^3 + x^2 + 4}{2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1}$$

7. 当 x 为何值时, 下列分式的值为非正数.

$$(1) \frac{\frac{1}{2}x - 3}{2x - 7}$$

$$(2) \frac{x^2}{|x + 1|}$$

$$(3) \frac{2 - x}{1 - |x|}$$

$$(4) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2|x| + 1}$$

8. 将分式 $\frac{x^2 + 1}{(x - 1)^4}$ 化成部分分式的和.

9. 已知 a, b, c, x 均不为零, 且 $\frac{x}{a + 2b + c} = \frac{y}{a - c} = \frac{z}{a - 2b + c}$,
证明: $\frac{a}{x + 2y + z} = \frac{b}{x - z} = \frac{c}{x - 2y + z}$.

10. 已知 $\frac{p}{x^2 - yz} = \frac{q}{y^2 - zx} = \frac{r}{z^2 - xy}$, 求证:
 $px + qy + rz = (x + y + z)(p + q + r)$

11. 若对任意 x , 有

$$\frac{ax - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} = \frac{b}{x + m} + \frac{cx + 5}{x^2 + n},$$

且上式中每个分式都是既约分式, a, b, c, m, n 为常数. 试求 $a + b + c$ 的值.