计算尺发展史

李俨著

上海科学技术出版社

計算尺发展史

李　儼著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书主要叙述計算尺的发展历史，从十七世紀发明对数开始，直至二十世紀中叶的三百余年間，凡計算尺的逐步演变与改进均概括无遺，其間并扼要的插入計算尺的原理与用法，可供数学史研究者、工程技术人員和中学校教师参考之用。

計 算 尺 发 展 史

李　儼 著

上海科学技术出版社出版（上海瑞金二路450号）
上海市书刊出版业营业許可証出093号

上海市印刷四厂印刷　　新华书店上海发行所发行

开本850×1168 1/32　印张2 16/32　插頁3　版面字数63,000
1962年10月第1版　1962年10月第1次印刷　印数1—5,000

統一书号 13119·482　定价(十) 0.38元

前　言

計算尺虽发明于三百余年以前，但直至近百年內始发展成为在科学研究及技术設計中不可缺少的計算工具。計算尺的运算对象是数字，惟数的大、小主要用对数尺度的长短来表达，故計算尺的創造是紧随着对数的发明而有成就的。

自从十七世紀早期，訥白尔发明对数以后，不久即由甘特与吳德等先后創制对数尺度及原始形式的計算尺。其后又經历了二百余年的继續发明与創造，始发展成为今日常見的一种可以化繁就簡，应用非常便捷的重要計算工具。計算尺的发展也是随着生产需要和工艺革新而逐漸进步的，現在探索它的发展过程，确是非常有意义的事。

計算尺最早于清代康熙年間（約公元1680年前后）即已傳入我国，当时称为假数尺，曾用象牙制成模型，藏于皇宮之內，幷未向外流傳，至今遂成为故宮博物院的历史文物珍品①。可惜二百余年来封建皇朝不知重視此項富有实用价值的計算工具，更談不到有何发展可能，即此已足以回顾在此长时期內，我国科学技术落后情况的一斑。公元1841年計算尺又再度傳至我国，于是有鄒伯奇所著《鄒徵君遺书》中的《对数尺記》一卷，首次介紹計算尺的用法，但所談的还不是近代形式的計算尺，仍未受人重視。

二十世紀初期，欧、美各国及日本的計算尺，已发展至相当繁复而精美的程度，且已成为流行的文化商品，于是在我国学术界中也逐漸有人应用，但所用的均是高价的国外产品，国內尚不能自制。又隔了近三十年，至1930年乃偶有仿制，大都因陋就簡，失去精密意义。1949年前后，国內計算尺的发展，始略具端倪，而在人

① 严敦傑："故宮所藏清代計算仪器"，《文物》1962年3月号，19～24頁。

民政府大力提倡并十分重视科学技术工作以后，計算尺的制造与改进乃有跃进成就，可見計算尺的发展是与科学技术的进步密切相关的。

本书自发明对数时期起，叙述至最近时期为止，前后約近三百五十年，內容虽偏重于欧、美各国的計算尺发展情况，但亦未尝不思包罗近十余年来我国学者对这方面的成就。只因我国关于計算尺的文献資料非常缺乏，且搜集亦頗不易，因此很感躊躇。幸賴老友顾济之（世楫）同志亲自在上海方面进行了短时期的調查訪問，充实了若干內容。本书中“7. 一九四九年前后，我国計算尺的发展情况”一节，卽由他在上海調查后編写列入的。

本书以叙述計算尺的发展历史为主体，在介紹各阶段的发展过程中，或多或少的插入了計算尺的原理和用法，使讀者更能因此而获得实用知識。編写本书时虽所費时間并不多，但搜集資料及查对文献等却很費事。初稿完成以后，又經历了半年以上时間，进行补充、修改并繪制插图等事。此項工作由上海科学技术出版社的編輯及繪图同志襄助居多，旣承副总編輯顾济之同志亲自担任本书的編校整理工作，曾从多方面提供宝貴意見，并对原稿酌情增删，又承陆正言同志把插图改繪加工，使符合出版要求，应在此表示十分感謝。

本书只是一本計算尺的发展簡史，限于本书体例，并为讀者方便起見，不可能把收集到的有关資料臚列无遺。近年来国外計算尺的类型，亦頗有新的发展，例如折叠尺度計算尺、筒形計算尺、螺綫形計算尺和其他专用計算尺等均已由試制阶段而成为商品，拟再进一步探索其經过情况，留待再版时作为补充資料，本书內暫从缺略。

解放前后，我国各地出版了不少种有关計算尺的书籍和論文，其中以解釋計算尺的用法居多。玆根据北京图书館收藏的书目以及其他方面的資料，編成附录三及附录四，綴于书后，以备讀者探

索或参考。

本书中錯誤或不足之处，統請讀者尽量指示或提出批評意見，作者謹先在此表示竭誠接受幷衷心感謝。

李　儼

1962年4月30日，北京

目　录

插图目录

★ 1 ★

对数发明的前后

十六世紀中叶以后，欧洲經过产业革命，受到生产刺激，科学随着发展，繁复的計算需要有簡易的处理。

1544 年斯提斐尔[1]就有此項概念。他在 1544 年出版的《完全算术》一书中，曾經提到：

> “如何使等差級数內的加数，可和等比級数內的乘数相对应，又减数可和除数相对应？”

换言之，即两数相乘，如何可用相加的方法来处理？ 两数相除，如何可用相减的方法来处理？ 可是一时还沒有方法滿足这个概念的要求。

十六世紀时，因三角术中有下面两个公式，即

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

及
$$\sin A\cdot\cos B=\frac{1}{2}[\sin(A+B)+\sin(A-B)]$$

具有加减可以代乘除的形式。

例如：求 $0.173,65\times0.990,27$ 的积，

查表：

$$\sin 10^\circ=0.173,65,\quad \cos 8^\circ=0.990,27,$$

由公式，知

$$\sin 10^\circ\cdot\cos 8^\circ=\frac{1}{2}[\sin 18^\circ+\sin 2^\circ]。$$

---

[1] Michael Stifel, 1486 或 1487～1567。

查表：

$$\sin 18^\circ = 0.309,02, \quad \sin 2^\circ = 0.034,90,$$

于是：
$$\sin 18^\circ + \sin 2^\circ = 0.343,92,$$
$$\frac{1}{2}[\sin 18^\circ + \sin 2^\circ] = 0.171,96,$$

亦即：$0.173,65 \times 0.990,27 = 0.171,96$，

实际 $0.173,65 \times 0.990,27 = 0.171,960,385,5$。

这个方法称做“积化和差术”[①]。

十六世紀中雷瑪萊斯[②]，丁先生[③]，毕的斯克斯[④]各人都討論过此項算法，并且在十七世紀，也随西洋历法輸入中国。《崇禎历书》內《測量全义》(1631) 就有此項記載。以后中算家梅文鼎(1633～1721)另有著作(如《环中黍尺》五卷，1700) 討論此事。不久卽发明对数术来代替上述加減代乘除的工作[⑤]。

訥白尔[⑥]在 1614 年的著作：《对数規范》[⑦]中曾說到对数計算的做法。如图 1，令：AB 两直綫上，开始有两点 L 和 N，都由 A 向 B 进行。起始进行速度約相同，假令为 $\frac{AB}{n}$，而 n 为任意数。就中 L 点每次以 $\frac{AB}{n}$ 的等速度在 AB 綫上进行；而 N 点每次的速度，則逐漸減少。速度減少的規律，以由某点至 B 的距离，再除以 n 作准。因此 L_1，L_2，L_3，⋯ 和 N_1，N_2，N_3，⋯互相对照。在 t 时間后，L 点到 Q 处，N 点到 P 处，訥氏称 NP 为 LQ 的相对数(log)。这是等差数和等比数互相对应的原則。

---

① Prosthaphaeresis。

② Nicolaus Raymarus Ursus Dithmarsus, ?～1600。

③ Christophor Clavius, 1537～1612，从利瑪竇原譯而来。Clavius 拉丁文的解釋为“釘”，諧音作“丁”。

④ Bartholomaeus Pitiscus, 1561～1613。

⑤ 參看严敦傑：《中算家的积化和差术研究》(1949)，和李儼：《中算史論丛》，第三集，513～518 頁，北京，科学出版社(1955)。

⑥ John Napier, 1550～1617。

⑦ Mirifici logarithmorum canonis descriptio。

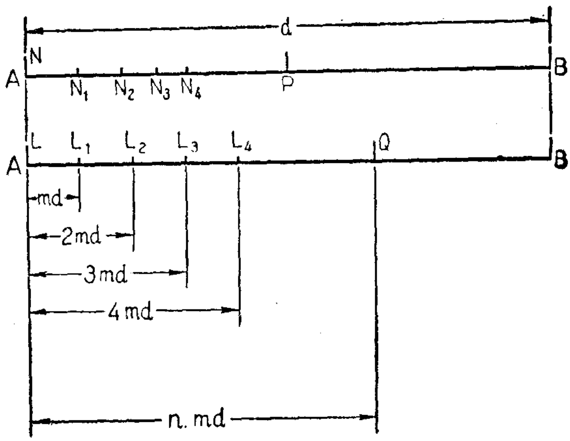

图1 发明对数的原始設想

用数学式来表示，得

$$AB : AN_1 = N_1B : N_1N_2 = N_2B : N_2N_3$$
$$= N_3B : N_3N_4 = \cdots = 1 : m。$$

因此：
$$AN_1 = m \cdot AB = m \cdot d,$$
$$N_1B = d - md = d(1-m)^1;$$
$$N_1N_2 = m \cdot N_1B = md(1-m)^1,$$
$$N_2B = N_1B - N_1N_2 = d(1-m)^2;$$
$$N_2N_3 = m \cdot N_2B = md(1-m)^2,$$
$$N_3B = N_2B - N_2N_3 = d(1-m)^3;$$
$$N_3N_4 = m \cdot N_3B = md(1-m)^3,$$
$$N_4B = N_3B - N_3N_4 = d(1-m)^4;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots。$$

如用数字来表示，

令：$d = 10^7$，$m = 10^{-7}$；

如 $AB(=NB) = d(1-m)^0 = 10^7 = 10,000,000,$

則 $N_1B = d(1-m)^1 = 10^7(1-10^{-7}) = 9,999,999,$

$$N_2B=d(1-m)^2=10^7(1-10^{-7})^2=9,999,998.000,000,1,$$
$$N_3B=d(1-m)^3=10^7(1-10^{-7})^3=9,999,997.000,000,3,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots。$$

如令 AB 长度为正弦九十度（sin 90°）或正切四十五度（tan 45°）的值。

并令为 10^7，即:

$$d=AB=10^7=\sin 90°=\tan 45°,$$

x=在 T 时間，L 点进行的路程，其量为等差数，

y=在 T 时間，N 点进行的路程，其量为等比数。

令 $m=10^{-7}$，

則 $md=1=L$ 与 N 两点最起始进行的速度，

$d-y=N$ 点在 T 时間距 B 終点的距离。

于是 L 点对着 N，L_1 点对着 N_1，L_2 点对着 N_2，L_3 点对着 N_3，…等等。如令对数的符号为 log，

即: N 点处对数值是 $\log 10^7(1-m)^0$，

N_1 点处对数值是 $\log 10^7(1-m)^1$，

N_2 点处对数值是 $\log 10^7(1-m)^2$，

N_3 点处对数值是 $\log 10^7(1-m)^3$。

于是在图 1 中，两直綫相对应的情形如下:

N,	0,	$AB(=NB)$,	$\log 10^7(1-m)^0$;
N_1,	1,	N_1B,	$\log 10^7(1-m)^1$;
N_2,	2,	N_2B,	$\log 10^7(1-m)^2$;
N_3,	3,	N_3B,	$\log 10^7(1-m)^3$;

………………………………………………。

在 T 时間内，又分成 n 数极多的短时間 t，則在短时間 $0, t, 2t, 3t, 4t, \cdots, nt$ 的終点，x 进行的距离，各为 $0, md, 2md, 3md, \cdots, n\cdot md$。

每次 $d-y$ 之値，各为 d，$d(1-m)$，$d(1-m)^2$，$d(1-m)^3$，

$\cdots$, $d(1-m)^n$。

即到 T 时,

$$x=n\cdot md,$$

$$y=d-d(1-m)^n=d-d\left(1-\frac{x}{nd}\right)^n$$

$$=d-d\left[1-\frac{x}{d}+\frac{n(n-1)}{\lfloor 2}\cdot\frac{x^2}{n^2d^2}-\frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3}\cdot\frac{x^3}{n^3d^3}+\cdots\right]。$$

如 $n\to\infty$,

$$y=d-d\left[1-\frac{x}{d}+\frac{1}{\lfloor 2}\cdot\frac{x^2}{d^2}-\frac{1}{\lfloor 3}\cdot\frac{x^3}{d^3}+\cdots+\frac{1}{\lfloor n}\cdot\frac{x^n}{d^n}\right]。$$

因在訥白尔时,曾經算出:

$$1+1+\frac{1}{\lfloor 2}+\frac{1}{\lfloor 3}+\frac{1}{\lfloor 4}+\cdots+\frac{1}{\underset{n\to\infty}{\lfloor n}}=2.718,28\cdots=e,$$

又算出級数:

$$1+ax+\frac{a^2x^2}{\lfloor 2}+\frac{a^3x^3}{\lfloor 3}+\cdots+\frac{a^nx^n}{\underset{n\to\infty}{\lfloor n^n}}=e^{ax}。$$

所以上面

$$\left[1-\frac{x}{d}+\frac{1}{\lfloor 2}\cdot\frac{x^2}{d^2}-\frac{1}{\lfloor 3}\cdot\frac{x^3}{d^3}+\cdots+\frac{1}{\underset{n\to\infty}{\lfloor n}}\frac{x^n}{d^n}\right]$$

括弧内的級数,可写成 $e^{\left(-\frac{x}{d}\right)}$,

故 $$y=d-d\cdot e^{\left(-\frac{x}{d}\right)}。$$

式中 $e=2.718,28\cdots$,称做訥白尔对数的底。

因 $$\frac{d-y}{d}=e^{-\frac{x}{d}}$$

或 $$-\frac{x}{d}=nap.\log\frac{d-y}{d}$$

构成对数計算方法。对数值旣經算出,有了这眞数的对数值,就实

际满足加减代乘除，乘除代乘方和开方的要求。

就上面的推导，可总結得：

(1) **对数定义** 設 b 为任何有限正数（$b\neq1$），且 $b^x=N$；則 x 称为 N 以 b 为底的对数，記录成：

$$\log_b N=x。$$

(2) **对数性质**

如 $$\log_b b=1;\qquad \log_b 1=0;$$

$$\log_b 0=\begin{cases}+\infty & (0<b<1),\\ -\infty & (1<b<\infty)。\end{cases}$$

$$\log_b(MN)=\log_b M+\log_b N;$$

$$\log_b\frac{M}{N}=\log_b M-\log_b N;$$

$$\log_b N^p=p\log_b N;$$

$$\log_b\sqrt[r]{N^p}=\frac{p}{r}\log_b N;$$

$$\log_b b^p=p;\qquad b^{\log_b N}=N;$$

$$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}。$$

(3) **对数种类** 对数分做两类：

(甲)自然对数（双曲綫对数，或訥白尔对数） 以 $e=2.718,28\cdots$ 为底（通常以 a 或 e 代表 $2.718,28\cdots$）。$\log_e N$ 又常簡記作 $\ln N$。

(乙)常用对数（巴理知[1]对数） 以 10 为底。 $\log_{10}N$ 又常簡記作 $\log N$。現在通常用此項对数。如：

$$\log_{10}(M\cdot N)=\log_{10}M+\log_{10}N。$$

例如求 $0.173,65\times0.990,27$

查表： $$\log 0.173,65=\bar{1}.239,674,8$$
$$\log 0.990,27=\bar{1}.995,753,6$$

相加得 $$\bar{1}.235,428,4$$

[1] Henry Briggs, 1556～1630。

再查表知乘积为 0.171,960,4，因它的对数为 $\bar{1}.235,428,4$，

即：$$0.173,65\times0.990,27=0.171,960,4。$$

与訥白尔同时代，公元 1617 年，另有巴理知，他亦研究对数。在 1624 年完成巴理知对数表，就是以 10 为底的。在荷兰，佛拉哥[①]曾于 1628 年复刻巴理知对数表，以后此表即流傳到中国。因当时来中国的波兰教士穆尼閣[②]，在 1653 年曾介紹佛拉哥复刻的巴理知对数表給薛凤祚[③]（淄川人，1600～1680），称做《比例对数表》，表中載明：

$$\log 1602=3.204,662,$$
$$\log 1603=3.204,933,$$

等等，和現在以 10 为底的六位对数表相同。当时距 1628 年不过二十五年。薛凤祚是中国学者介紹对数表以及三角函数对数表的第一人。他曾根据穆尼閣所傳授的曆算术編《曆学会通》，分成正集、續集、外集等三集[④]，其中最早序文在清順治九年（1652），較晚序文在清康熙三年（1664）[⑤]。

---

① Adriaen Vlacq, 1600～1655。

② Jean Nicolas Smogolenski, 1611～1656。

③ 薛凤祚生卒年見韓梦周《仪甫先生両河清彙叙》。

④ 《曆学会通》各集目录見李儼《中算史論丛》，第二集 277～279 頁，北京，科学出版社（1954）。

⑤ 对数的发明和东来历史，可参看李儼《中算史論丛》，第三集，69～190 頁，北京，科学出版社（1955）。

★ 2 ★

計算尺的尝試

要尝試計算尺，先需要有一种加减計算尺。如在两組紙条或木片上各繪有相等的尺度，如图 2 的 a 和 b 尺度，即可应用。現在要將两数〔3〕和〔5〕相加，先在 a 尺度上找出〔3〕的数字，又在 b 尺度上，以 0 点移在这一点〔3〕的对面，再沿着 b 尺度，找出〔5〕的数字，最后即可在它下面的 a 尺度上得到答数〔8〕，即說明

$$3+5=8。$$

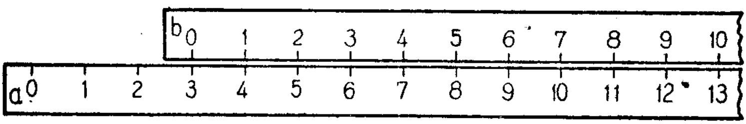

图 2 加减計算尺示意

如要从 8 减去 5，先在 a 尺度上找出〔8〕的数字，次將 b 尺度上的〔5〕数字，放在〔8〕的上面。再次，于 b 尺度 0 点下面找出答数〔3〕，即說明

$$8-5=3。$$

现在我們拟利用对数的原理，試制一个加减可以代乘除的尺度。第一步需要有一个对数尺度。如拟制 1 到 10 的对数尺度，先以 1 到 10 的眞数在对数表上查出它相对应的对数值，如表 1 所示。有了这种对照表，即可制成图 3 中 C 及 D 两尺度。用此尺度，加减可以代乘除。

在这两組紙条或木片上，有了距离不相等的对数尺度，如拟將 2 和 3 或 4 相乘，先在 D 尺度上找出注有数字〔2〕的綫，并以 C 尺

表 1　眞数及对数对照表($x=100\log u$)

眞　数 u	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.5	4.0
对　数 x	0	7.9	14.6	20.4	25.5	30.1	34.2	38.0	41.5	44.7	47.7	54.4	60.2
眞　数 u	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	
对　数 x	65.3	69.9	74.0	77.8	81.3	84.5	87.5	90.3	92.9	95.4	97.8	100.0	

度上的始点〔1〕的綫，与此〔2〕的綫对齐，再沿着C尺度找出注有数字〔3〕或〔4〕的綫，于是可在它們相对的D尺度上得到答数〔6〕或〔8〕，即

$$2\times3=6,$$
$$2\times4=8,$$

余类推，如图 3 所示。

如要 6 被 3 除，先在 D 尺度上找出数字〔6〕的綫，次将 C 尺度上数字〔3〕的綫与〔6〕的綫对齐，于是对准 C 尺度上始点〔1〕的綫下面，在 D 尺度上找出答数〔2〕，即

$$6\div3=2。$$

同理，

$$8\div4=2,$$
$$10\div5=2,\ 等等,$$

如图 3 所示。

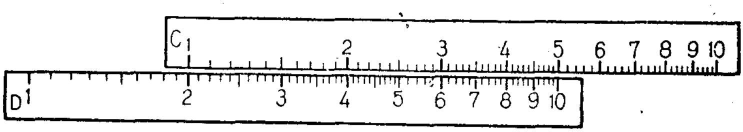

图 3　加减代乘除，1～10 的对数尺度示意

图 3 所示 C 和 D 尺度，只刻了从 1 到 10 的一段，如用于 2×7 或 3×4 时，則答数将在 D 尺度范圍以外，这又說明 C 和 D 尺度最好再延长些①。但在一般計算尺上，C 和 D 尺度并不需要延长，可用 C 尺度的終点〔10〕，对准 D 尺度上的被乘数，同样可在 C 尺

① C, D 尺度实际不需要延长，乘、除計算亦可在 A, B 尺度上进行。下文还有由 $\sqrt{10}$ 或 π 开始的 CF, DF 折尺度，以补这缺点。