灰色控制系统

邓聚龙 著

华中工学院出版社

灰色控制系统

邓聚龙 著

華中工學院出版社

灰色控制系统

邓聚龙　著

责任编辑　殷伯明

•

华中工学院出版社出版

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所发行

华中工学院出版社沔阳印刷厂印刷

•

开本：850×1168　1/32　印张：15.75　字数：393,000字

1985年8月第1版　　1985年8月第1次印刷

印数：1—5,000

书号：15255—045　　定　价：3.50元

内 容 提 要

“灰色控制系统”理论，是邓聚龙教授继六十年代发表“去余控制”理论后，在1982年正式发表的又一新型理论。新理论很快引起了国内外很多权威学者的重视。

在两年左右的时间里，灰色系统理论已迅速成长，并跨出了控制领域渗透到社会经济的各个领域。其原因之一，是建立的灰色系统模型为连续的微分模型。利用这一模型，可对系统的发展变化进行全面的分析观察，并作出长期预测。而传统的其他建模方法，只能建立离散的递推模型，不便对系统作全面的分析，更不能作长期预测。利用灰色模型，现已完成了全国大范围和地方局部范围的长期粮食预测等多项重大经济科研项目，预测结果和1983年、1984年真实数据相比，达到的精度都出乎预料的高。

本书系邓聚龙教授关于灰色控制系统理论的专著，结构严谨，论证翔实，内容丰富。书中不但全面论述了灰色系统的数学理论基础、可控性、可观性、稳定性，而且还详细介绍了建立灰色模型来解决具体问题的方法及其在各个领域中成功应用的实例。

本书适宜于管理决策、社会经济、气象、生态、生物、水利等部门的科研技术人员以及大专院校自动控制专业的师生阅读，也适宜于对灰色控制系统研究感兴趣的其他读者阅读。

前　言

1982年，北荷兰出版公司(North-Holland Co.)的《系统与控制通讯》(Systems & Control Letters)杂志上发表了第一篇灰色系统的论文“灰色系统的控制问题”(The Control Problems of Grey Systems)．1982年第3期《华中工学院学报》上发表了第一篇中文的灰色系统论文“灰色控制系统”。此后，院内外一批对灰色系统的扶植者、开拓者研究的成果、撰写的论文，都由于华中工学院学报编辑部的支持，而得以发表。

在一年多的时间里，经各方面同行的耕耘，灰色系统理论已跨出控制领域，技术科学学科，而渗入农业、经济、气象、社会、生态、水利、生物等领域。同时，出现了众多的园丁为灰色系统这颗幼苗浇水、修枝、培育。人们首先会想到山西省，山西省农科院资源所的种种真诚真挚的工作；还有勇于支持科学新苗的很多报刊杂志，为灰色系统的成长提供了园地，除华中工学院学报外，还有中国社会科学、大自然探索、世界科学、未来与发展、武汉自动化等杂志。“灰色系统理论”的成长与大家的扶植是分不开的。

控制论、系统论、未来学等各方面的学者、长辈们的鼓励，使灰色系统的立足点得到了肯定。院、系领导的支持为本书及早问世提供了条件。

书中，在第一章首先对灰色系统作了一般性介绍；然后在第二章阐述了灰色系统（主要是控制方面）涉及到的一些数学问题；第三章至第五章，阐述了灰色控制系统的分析与控制方面的主要内容，如灰色系统的可控性、可观性、非稳定性、灰色系统的去余控制。

书中，第六章到第八章，算不上“地道”的控制理论，这部分主要介绍非工程技术系统（亦称抽象系统）的分析、建模、预测、决策等。

现有系统理论的分析，大多采用回归分析。但它有三个缺点：

1．需要大量数据；

2．要求分布较典型；

3．计算量大。

灰色系统的关联度分析，对这些缺点有所克服和弥补。

传统的建模方法，只限于差分方程和离散模型，不便于描述生命科学、经济学、生物医学等系统内部的物理或化学过程的本质（见T.C. Hsia, Systems Identification 熊光楞、李芳芳译pp.95～97）而灰色系统建立的GM(1, 1)，GM (1, N) 等模型都是微分方程的时间连续的模型。

灰色系统预测（或灰色预测）主要是基于GM(1,1) 模型的预测。预测内容包括

1．数列预测；

2．灾变预测；

3．季节灾变预测；

4．拓扑预测。

本书只阐述了其中的数列预测，其他内容只得在其他书中介绍。

灰色决策一般来说包括两部分。一部分是基于事件拓扑与对策拓扑的局势决策。这部分是比较“道地”的灰色系统的内容，并已在人民胜利渠灌溉决策等有关课题中得到应用。另一部分是较典型的运筹学问题、包括灰色区划、灰色物流、灰色规划（线性、非线性与动态）。这些运筹学的内容，前面所以冠以“灰色”两字，主要是由于计算过程有关的系数、权、参数（如效益、差益…）等是根据灰色系统的GM (1,1)或GM(1,N) 模型得到的。

在阅读本书时，不必完全按照章节次序进行。比如前面的第一章至第五章与后面的第六章至第八章可当作两个独立部分看待。

由于灰色系统本身的“年轻”，因此编辑技术处理工作量大、难度大。这将使人们想起了责任编辑殷伯明同志反复、耐心、细致、辛勤的劳动。

由于本书完稿匆促，加之学科的“年轻”，错误在所难免，敬请读者批评指正。

邓聚龙

一九八四年十二月

目　录

第一章　灰色系统概言

第二章　灰色控制系统的数学问题

第三章　灰色系统的可控性

第四章 灰色系统的稳定性

第五章 灰色系统控制

第六章 灰色系统的建模

第七章 灰色系统预测与决策

第八章　灰色系统应用实例

第一章　灰色系统概言

1.1 引　　言

客观世界是物质的世界，也是信息的世界。古代“结绳记事”、现代交通路口的“交通管制”分别是社会信息和技术信息。蜜蜂围绕蜂窝飞绕的姿态（代表花丛的方位和距离）、经过训练的狗在听到某种声音分泌唾液、细胞中核酸所带的控制着亲缘后代的遗传密码是生物信息。股票市场价格的浮动、商品的经济寿命是经济信息。电压、电流、速度的变化是物理信息。

可是，在工程技术、社会、经济、农业、生态、环境等各种系统中经常会遇到信息不完全的情况。比如农业方面，农田耕作面积往往因许多非农业的因素而改变，因此很难准确计算农田产量、产值，这是缺乏耕地面积信息。生物防治方面，害虫与天敌间的关系即使是明确的，但天敌与饵料、害虫与害虫间许多关系却不明确，这是缺乏生物间的关联信息。一项土建工程，尽管材料、设备、施工计划、图纸是齐备的，可是还很难估计施工进度与质量，这是缺乏劳动力及技术水平的信息。液压系统由于出现测不准的软量而难以控制，电工系统因电压、电流等参数的随机波动而难以观测，这是缺乏运行信息、参数信息。一般社会经济的系统，除了输出的时间数据列（比如产量、产值、总收入、总支出等）外，其输入数据列不明确或者缺乏，因而难以建立确定的完整模型，这是缺乏系统信息。工程系统是客观的实体，有明确的“内”、“外”关系（即系统内部与系统外部、或系统本体与系统环境），可以较清楚的明确输入与输出，因此可以较方便地分析输入对输出的影响，可是社会、经济系统是抽象的对象，没

有明确的“内”、“外”关系，不是客观实体，因此就难以分析输入（投入）对输出（产出）的影响，这是缺乏“模型信息”（即用什么模型去代表，用什么量进行观测控制等信息）。将这些情况归纳起来有：

- 元素（参数）信息不完全，
- 结构信息不完全，
- 关系信息（特指“内”、“外”关系）不完全，
- 运行的行为信息不完全

等情况。

我们称信息完全明确的系统为**白色系统**，信息完全不明确的系统为**黑色系统**，信息部分明确、部分不明确的系统为**灰色系统**。

把一个商店看作一个系统，在人员、资金、损耗、销售等信息完全明确的情况下，可算出该店的盈利大小，库存多少。可以判断商店的销售态势、资金的周转速度等，这样的系统是白色系统。

遥远的某个星球，也可看作是一个系统，虽然知道其存在，但体积多大、质量多少，距离地球多远，这些信息完全不知道，这样的系统是黑色系统。

人体是一个系统，人体的一些外部参数，如身高、体重、年龄…与一些内部参数，如血压、体温、脉博等是已知的，而其他的一些参数，如人体穴位的多少，穴位的生物、化学、物理的性能，生物信息的传递等尚未知道透彻，因此这是灰色系统。

1.2 灰数与灰系统

灰色系统（以下简称灰系统）用**灰色数**（简称灰数）、**灰色方程**、**灰色矩阵**（简称灰阵）、**灰色群**（简称灰群）… 来描述。其中灰数是系统的基本“单元”，是系统的“细胞”。

灰数记为

$\otimes$（一般的灰数）；

$\otimes(a)$（为以a为白化值的灰数）

$\otimes_{ij}$（指定的第ij个灰数）；

$\otimes(i,j)$与$\otimes_{ij}$意义相同；

$a(\otimes i,j)$指第ij个a元素是灰数。

灰数及系统有下述几类：

1．有下界的灰数

有下界而无上界的灰数，可记为

$$\otimes\in[\underline{a},\infty)\text{或记为}\otimes(\underline{a}),\tilde{\otimes}(\underline{a})=\underline{a}$$

其中，$\underline{a}$为灰元 $a(\otimes,ij)$ 的**下确界**，下确界$\underline{a}$为**白数**（即确定的数，一般的数）。并称$[\underline{a},\infty)$为灰数$a(\otimes,ij)$的取数域，简称为a_{ij}的**灰域**。

客观系统中，一株生长在地上的大树，其重量便是有下界的灰数，因为大树的重量必大于零，这是下界，但是不可能用一般手段知道其准确的重量，因此若记大树的重量为$\otimes$，便有

$$\otimes\in[0,\infty)。$$

2．有上界的灰数

有上界而无下界的灰数，可记为

$$\otimes\in(-\infty,\ \overline{a}]\text{或}\tilde{\otimes}(\overline{a})\in(-\infty,\overline{a}],\otimes(\overline{a})\subseteq(-\infty,\ \overline{a}]$$

其中，$\overline{a}$为灰数的**上确界**，是白数。

某项工程的投资最多不超过多少，某电器设备的最高耐压强度是多少，这些都是有上界的灰数。

3．区间灰数

具有上、下界$\overline{a}$与$\underline{a}$的灰数称**区间灰数**，记为$\otimes\in[\underline{a},\ \overline{a}]$.

海豹的重量在20～25公斤之间，人体脉博在65～80 次/分 之间，对此可分别记为

$$\otimes_1\in[\underline{a}_1,\overline{a}_1],\ \underline{a}_1=20,\ \overline{a}_1=25;$$

$\otimes_2 \in [\underline{a}_2, \overline{a}_2]$，$\underline{a}_2 = 65$，$\overline{a}_2 = 80$。

4．连续灰数与离散灰数

视灰域是连续的或离散的情况，灰数可分**连续灰数**与**离散灰数**。

某人的年龄在30至35岁之间，指某人的年龄可能是30、31、32、33、34、35这几个数，因此年龄便是离散灰数。

商店盈利和人的体重是连续灰数。

5．本征灰数与非本征灰数

本征灰数指永远不可能，或者暂时还不可能找到一个白数作为灰数的"代表"的数。比如生长在地上的大树的重量、宇宙的总能量、预测值（在时间未到来之前）、准确（到秒或微秒）的"年龄"等都是本征灰数。**非本征灰数**，指凭先验信息，或者间接的手段，可以找到一个白数作为"代表"的情况，这种白数称为灰数的**白化值**。例如灰数$\otimes(a)$的白化值，可记为$\tilde{\otimes}(a) = a$，若白化值取为零，则称为灰数的**零化值**。灰数$\otimes(a)$的零化值，可记为$\tilde{\otimes}(a) = 0$，或直接记为0。

6．本征灰系统与非本征灰系统

客观的抽象系统，可称为主观的**本征灰系统**，如前述的社会系统、经济系统等。这种系统虽然可以量化、模型化、实体化，换句话说：可以白色参数、白色元素、白色结构等方式出现，但这仅仅是按人们某种观念、某种逻辑思维、某种推导得到的"相似"系统、"同构"系统，毕竟不是物理系统，不是原系统。且同一对象，其描述的模型是非唯一的。

具有客观实体的是实际的物理系统，不过有些信息暂时还不确知，尚未获得…，称其为**非本征灰系统**。

1.3 灰与白的辩证关系

人们处理问题，总是使系统由"灰"变"白"（其实也不尽

然，只是大多数情况是这样，或者其外在形式是这样）．但是，从实质看，对抽象系统来说，分析过程却是由“白”到“灰”的过程．事实上，系统是白还是灰，往往与观测的层次有关．如果我们用高层次代表系统的宏观层次、系统的整体层次，认识的概括层次．用低层次代表系统的微观层次、系统的分部（深部、内部）层次，认识的深化层次．这样，同一个系统、同一个参数，在高层次时是白的，而到了低层次却可能是灰的．人的年龄，从“年”这个层次来看可以是白的，可是从微观层次，比如从“秒”、“微秒”等层次来看却是灰的，甚至是本征灰数．一个国家的粮食产量，从全国的年总产来看是白的，可是从各时刻的产量来看便是灰的．

处理问题，一般总是先解决前题、大局，然后再作更细的、更深入的分析处理．在做宏观处理时，认为可忽略的因素，在微观处理时，有时会变得重要．同一个问题，从宏观来分析，信息可能是充分的，而在微观分析时，却可能不充分．所以说事物由整体到局部，由粗到细，由宏到微，是从“白”到“灰”的过程．

为了提高思维的科学性、提高预测的命中率、模型具有适应性、决策具有一定灵活性、系统有更大的可调性，我们认为模型、结论、决策、预测值中存在灰数是允许的，在某种意义上说甚至是更为合理的．换句话说：往往是“灰”比“白”更好些．

作预测、订规划、作决策好比打靶．若结论是灰的，则好比是对一块有一定面积的靶牌进行射击．反之，若结论是白的，则好比对一块蜕化为一个点的靶牌射击．显然，前者的命中率远远高于后者．灰数的灰域越大，则好比靶牌面积越大．倘使任务本身是要设计一个准确到达目标点的技术系统，比如设计一个导弹系统，其技术指标是以命中靶心的程度为准绳的．一般说来，作预测、决策也总是希望尽可能靠近理想值、实际值．这样，便有一个统筹兼顾地、辩证地考虑“命中率”与“命中精度”的矛

盾。我们认为（在一般情况下），与其目标订得太具体、太死板，而完不成（达不到），倒不如订得灵活一些、“灰”一些、笼统一些，而有可能达到和完成。比如托人代买一件衣服，究竟是要求买一件10元钱的衣服好，还是要求买一件10元左右的衣服好，显然是后者这种灰的要求为妥。

1.4 灰平面与灰靶

灰靶，可认为是灰平面的蜕化。

那么，什么是灰平面呢？**灰平面**（简记为G·P）是指预测值$\hat{x}(t)$可能达到的范围（见图1.1）。

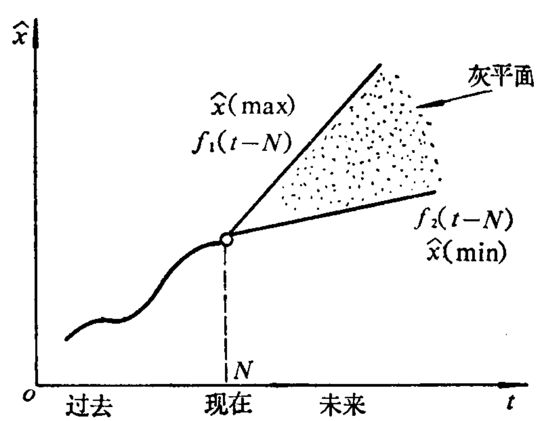

图 1.1

图1.1是预测值$\hat{x}$与时间t的平面，预测值的上界记为$\hat{x}(\max)$、下界记为$\hat{x}(\min)$，若现在时刻为N，则$\hat{x}(\max)$与$\hat{x}(\min)$可分别用

$$f_1(t-N)\Longleftrightarrow \hat{x}(\max,t)$$

和

$$f_2(t-N)\Longleftrightarrow \hat{x}(\min,t)$$

来表示。且

$$\widehat{x}(\max,t)=\{(x,y)\mid y=f_1(t-N),x\in[N,\infty)\},$$

$$\widehat{x}(\min,t)=\{(x,y)\mid y=f_2(t-N),x\in[N,\infty)\}.$$

而$\widehat{x}(\max,t)$与$\widehat{x}(\min,t)$曲线下面积之交，即为灰平面，记为

$$G\cdot P=S(\widehat{x}(\max,t))\cap S(\widehat{x}(\min,t)),$$

或者表示为

$$G\cdot P=\{(x,y)\mid \widehat{x}(\min,t_i)\leqslant y(t_i)\leqslant\widehat{x}(\max,t_i)\ x\in[N_1,\infty)\}.$$

从几何的角度，灰平面是“二维平面”，或称“二维灰区间”。显然，一定的灰数，则是“一维灰区间”。