

成都工学院图书馆
基本馆藏

347971

高等学教材

电机瞬态的分析

曾继鐸著



中国工业出版社

24
28

高 等 学 校 教 材



电 机 瞬 态 的 分 析

曾 继 銮 著

中国工业出版社

本书較全面地闡述有关电机瞬态分析的理論和方法。在叙述方法上，力求做到深入淺出。作者首先从原始的电磁理論出发，給电机学的現代观点发展了一个具有普遍意义的数学基础，在这个基础上以整流子式电机作为理想的一般化电机，以建立电机的普遍理論；然后分章按各类电机介绍瞬态分析的步骤，企图通过这些典型电机的分析使讀者领会各种慣用方法的应用。

本书除作高等学校电机、电器、电力专业教科书之外，尚可供有关技术人員参考。

电机瞬态的分析

曾繼鐸著

*

第一机械工业部教材編審委員會編輯（北京復興門外三里河第一机械工业部）

中国工业出版社出版（北京佟麟閣路丙10号）

（北京市书刊出版事業許可證出字第110号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

*

开本 787×1092 1/16 · 印張 7 1/2 · 字數 166,000

1963年2月北京第一版·1963年7月北京第二次印刷

印数 1,131—3,143 定价(10-5)0.98元

*

统一书号：K15165·1952(一机-413)

序

电机学者对电机瞬态問題的研究，只有近四十年的历史。但他們取得的成就，已广泛应用在动力工业中。这說明了电机瞬态問題的研究是一个越来越重要的問題。最近几年，高等学校先后为电机瞬态这个課題专設一个課程，真是一个非常及时的措施。但是，因事在伊始，这門課應該涉及的范围如何？所能涉及的范围如何？还有待于商榷。从这門課的設置目的对教学的条件看来，它應該涉及的范围同它所能涉及的范围之間，是存在着矛盾的。就基本的要求來說，通过这門課，應該使学生有独立分析电机瞬态問題的工作能力；而另一方面，又必須照顾到学生的数学和电机学知識的水平以及教学时数的限制。作者对本书內容的选择与安排就是經過了这样一番考虑的。

总的說来，本书是以电机的普遍理論为綱，各类电机瞬态問題的分析为目来构思的。在第一章里，作者从原始的电磁理論出发，給电机学的現代观点发展了一个具有普遍意义的数学基础，再在这个基础之上，用整流子式电机作为理想的一般化电机，来建立电机学的普遍理論。这个理論虽极为概括，但解釋却力求具体。作者希望这样能够使学生在較短的時間內抓住电机瞬态問題分析方法的中心环节，而不致于在学习分析实际問題时有方法紛陈不知所从的困难。

自第二章开始，分章介紹了一些典型的电机瞬态問題的分析步骤。通过对这些問題的分析，一方面，系統地闡明了电机瞬态問題各种实用方法的灵活应用；另一方面，从写这，本书的主要意图來說，也是更重要的，还強調了电机普遍理論在瞬态分析中的指导意义。在处理这些章的材料时，是依电机类型为經，分析方法为緯来編写的。可以看出，各个問題及各种方法之間的叙述，既有联系而可以互相启发，又是各自独立成节，容許依据教学时数酌量取舍，而不致有割裂不成材之弊。

这不过是一种尝试，还有待于同志們的指正。

本书在付印之前，承程福秀教授仔細校閱，并此志謝。

作 者 一九六二年二月
于上海交通大学

目 录

序

第一章 基础理論	3
1-1 初步概念	3
1-2 双繞組變壓器	4
1-3 法拉第定律的綜合表示式	6
1-4 整流子式電枢的电压	8
1-5 一般化电机	10
1-6 电机的基本方程	14
1-7 能量关系	15
1-8 α - β 坐标体制	16
1-9 共軛坐标体制	17
1-10 零相序量	20
1-11 标么量	21
第二章 直流电机	24
2-1 总論	24
2-2 突然短路	25
2-2.1 复分激直流发电机	25
2-2.2 复并激直流发电机	29
2-3 励磁机电压	31
2-4 直流放大机	33
2-4.1 关于直流放大机	33
2-4.2 調整机	33
2-4.3 轉控机	35
2-4.4 功率放大机	35
2-5 直流电动机	37
2-5.1 分激直流电动机起步	37
2-5.2 分激直流电动机的速度控制	39
2-5.3 串激直流电动机	40
第三章 同步电机	41
3-1 d - q 坐标体制	41
3-1.1 应用一般化电机的概念	41
3-1.2 d 、 q -軸运算参数	46
3-1.3 零相序量	48
3-2 稳态	48
3-3 突然三相短路	51
3-3.1 电枢电流	51
3-3.2 磁場电流	57
3-3.3 短路試驗—电流波形的分析	59
3-4 三相短路轉矩	60
3-4.1 短路轉矩的交变分量	61
3-4.2 定子电阻損耗轉矩	61
3-4.3 轉子电阻損耗轉矩	62
3-5 整步电流	63
3-6 突然投入平衡負載	64
3-7 起步时的猎逐現象	67
第四章 再諭同步电机	72
4-1 突然不对称短路	72
4-1.1 α - β 坐标体制	72
4-1.2 b 、 c 二綫突然短路—忽略全部电阻	74
4-1.3 二綫短路电流的衰減	77
4-1.4 a 相突然短路	81
4-1.5 突然二相短路	84
4-2 再諭短路轉矩	89
4-2.1 短路轉矩中的交变分量	90
4-2.2 单向轉矩中的第一个分量	92
4-2.3 单向轉矩中的第二个分量	95
第五章 感应电机	96
5-1 电路方程	96
5-2 轉矩公式	100
5-3 起步前的瞬态	100
5-3.1 各相同时接入平衡电压	100
5-3.2 各相陆续接入平衡电压	104
5-4 定速旋轉时的瞬态	104
5-4.1 断路后再接入平衡綫路	104
5-4.2 突然不对称短路	107
5-4.3 断路后仅两綫再接入綫路	108
5-4.4 轉子电阻突然不对称短接	110
5-5 轉速变动时的瞬态	111
附录一 主要符号釋义	114
附录二 数学公式	115
主要参考书刊	117

第一章 基础理論

1-1 初步概念

在电力系統里，象启閉开关、增減負載、接入或截除电机、調整控制設備、原動机的轉速变更以及意外的雷電襲擊等等的扰动，都将引起瞬變現象。在瞬變历程中，可能出現不正常的电压、电流或电机轉矩。这个历程虽然为时短暫，如果缺乏完善的預防措施，可能影响电力的供应，有时甚至使器材毀損，或招致死亡灾害。所以，在筹划电力系統时，为了生产以及生命财产的安全，必須充分估計可能产生的瞬變現象，而安置必要的保护設備。由于电机在电力系統里的主导地位，为了保証电力系統运行得安全滿意，从事于这些方面設計和运用的技术人員就必须熟悉电机的稳态行为及瞬變理論。

分析电机瞬态現象的一般步驟，同分析电机稳态行为时一样，需要根据电磁理論先建立必要的电路方程，再結合具体的条件求解，以获得有用的结果。在电机学普通課程的学习过程中，我們已經知道，用以表征电机稳态現象的电路方程，系不包含导数符号的实数或相量方程，仅仅依靠代数学就能够求得解答。但是，表征电机瞬态現象的电路方程，却是夹杂着导数符号的微分方程，求解所需的方法，还依方程的形式而有所不同。由于电机电路間的感应关系是轉子角位的函数，而且受到气隙形状的影响，所以，在一些命題中所遇見的电路方程，即使忽略电机里的飽和效应，从原有的形式求解，也常常不是容易解决的。当然，在进行数学演算时，对于某些变系数綫性微分方程，有可能利用代替符号把它改造，使成为常系数或易于求解的形式；但为了达到这样的目的，却需要掌握一定的理論和熟练的技巧。至于非綫性的微分方程，可以进行綫性化，不然，便不得不进行繁复的逐点求解法，或求助于某些机械計算了。

可以理解，电机的电路方程是表征在所考慮的空間里发生的电磁現象的。从不同的空間去觀察所發生的电磁現象，用以記錄觀察結果的电路方程，当然会有不同的形式。改造电路方程某些的数学演算过程，即所謂“实数坐标变换”，实质上意味着在电机中想象适当的空間，安置一些从效果看来可以代替实在电路的虛假綫圈，从而有可能給它們写出比較容易求解的电路方程。如果有可能，尽量把变数变成常数，那末，运算的手續当然最为簡便；因此，这个要求也常常成为电路变换的目的。对于某些命題，为了使运算的手續尽可能简单，也常常应用所謂“复数坐标变换”，虽然物理意义不清楚；效果却是很显著的。

由此可見，在分析电机瞬态現象的工作中，怎样适当选择坐标体制以及怎样进行变换，應該是首要的工作了。对于这个問題，許多学者已經做了不少工作，而且作成文献。为了使学生能够理解那些方法的实质，从而能够灵活运用并发展它們，本章将从基础理論方面去概括那些方法。在以下各章，再借典型的实例，去闡发运用的技术。

1-2 双繞組變壓器

从理論的觀點看來，變壓器可以說是旋轉電機簡化了的形象；關於它的電磁感應原理是學習電機理論的必要基礎。所以，在任何有關於電機學的教科書里，為了學習上的方便，都不得不先就有兩個耦合線圈的變壓器來說明一些有利於了解電機理論的基本概念。本書也是一樣，並在這個基礎上，提出將在本書中使用的符號系統。

單相的雙繞組變壓器也可以說是一種靜止的電氣裝置。利用這種裝置，能夠借磁場的耦合作用，從一個電路把電功率轉移到另一個電路里去。它的兩個繞組的耦合情形，可以簡單地用圖1-1來說明。在這個圖里， a 、 x 線圈表示變壓器的原繞組及副繞組， i 表示

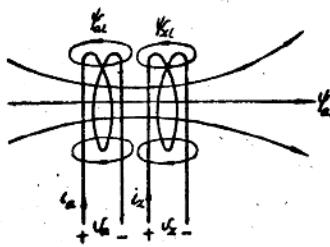


圖1-1 雙繞組變壓器

輸入電流， v 表示端點電壓， ψ 表示線圈所鏈的磁通，這些符號的下角字，標出所屬的電路名稱，及必要的說明。首先，為便利起見，假定每個線圈的長和厚從面積的尺度看來顯得很小，每線圈的每一匝都鏈着同一股磁通。觀察圖1-1，可見這裡有三股不同的磁通：一股鏈着兩個線圈全部的主磁通 ψ_{ax} ，兩股各自鏈着一個線圈的漏磁通 ψ_{ai} 同 ψ_{xi} 。當然，任一磁通都只同它本身所鏈的線圈的物理狀態及電流有關係。

這裡所談的情況是理想化了的。實際上，變壓器里磁通的分布很複雜；各線圈的每一匝所鏈的磁通不尽相同，即使是最雙繞組的，那些是公共磁通？那些是漏磁通？也很难嚴格分開。在有更多繞組的變壓器里，在裝置着分布繞組的旋轉電機里，尤其如此。為了解決這個困難，無論對那種結構，我們習慣上都把一個線圈每一匝所鏈的磁通數加起來，所得之和算做這線圈的磁通鏈；如果再除以線圈的有效匝數，便是有效磁通。照這樣說來，上述的各股磁通实在是照這樣算出來的有效磁通。從效果來看，把它們說成是實際的磁通是可以容許的。

在工程實踐中，各量的數值，通常都用標么單位來表示。在標么單位系統中，各量都是用它對適当选定的基量的比值計算的。採用這種計量方式之後，任一電機中全部線圈的匝數比都算做1:1，而在符號及數值方面，也不必區別磁通與磁通鏈、感應系數與電抗以至電流與磁勢。關於這一點，將在1-11節里詳細說明。在本書里，對一切涉及之量，不用說，將一律採用標么單位計算。因此，圖1-1里 a 、 x 兩個線圈的匝數比都算做1:1，那些磁通也就是所鏈線圈的對應磁通鏈。這樣說來，我們的假定更無疑是合理的。

圖中標出的電流都是輸入電流，電流同它本身所產生的磁通的方向關係，將根據右手定則來規定；意即正向電流為輸入電流，並產生正向的磁通。這個關於符號系統的規定，適用於這本書的任何地方，即使對發電機，也採用這樣的規定。

茲用 x 表示電路的感應系數，並在下角標出所涉及電路的名稱符號及必要的說明；例如， x_a 表示 a 線圈的自感系數， x_{ax} 表示 a 、 x 兩個線圈間的互感系數，而 x_{ai} 則表示 a 線圈的漏感系數。在這裡及以下關於符號的說明，也適用於本書的其他地方●。這樣，根據上面規定的磁通和電流的方向關係，圖1-1里的三股磁通鏈能够寫成

●關於符號的解釋，詳見附錄一。

$$\begin{aligned}\Psi_{ax} &= x_{ax}(i_a + i_x) \\ \Psi_{ai} &= x_{ai}i_a \\ \Psi_{xi} &= x_{xi}i_x\end{aligned}\quad (1-1)$$

从而， a 、 x 两个繞組的总磁通鏈分别是

$$\begin{aligned}\Psi_a &= \Psi_{ax} + \Psi_{ai} = (x_{ax} + x_{ai})i_a + x_{ax}i_x \\ \Psi_x &= \Psi_{ax} + \Psi_{xi} = x_{ax}i_a + (x_{ax} + x_{xi})i_x\end{aligned}\quad (1-2)$$

存在于两个繞組之間的互感关系，是根据标么单位制的可逆性原則来标出的。再有

$$x_a = x_{ax} + x_{ai} \quad x_x = x_{ax} + x_{xi} \quad (1-3)$$

1-2 式化为

$$\Psi_a = x_a i_a + x_{ax} i_x \quad \Psi_x = x_{ax} i_a + x_x i_x \quad (1-4)$$

使用最后的这个式子計算磁通鏈，可以不必关心漏感系数。在三繞組變壓器的場合里，談到某一繞組的漏磁时，由于另外还存在着两个繞組，自然会有对那一个繞組而言的問題；使用这样的磁通鏈表示式时，就不必关心这个問題了。

再用 r 表示电路电阻，下角也标出所屬的电路。變壓器的电路电压方程應該是

$$v_a = r_a i_a + p \Psi_a \quad v_x = r_x i_x + p \Psi_x \quad (1-5)$$

式中的 p 是亥維賽-決佛來 (Heaviside-Jeffreys) 运算积分中的运算符号，也叫做导数符号，代表着微分符号 d/dt 。 v 是輸入端点間沿电流正向的电压降。把 1-4 式代入，电路电压方程最后是

$$\begin{aligned}v_a &= (r_a + x_a p) i_a + x_{ax} p i_x \\ v_x &= (r_x + x_x p) i_x + x_{ax} p i_a\end{aligned}\quad (1-6)$$

如有必要，还将用

$$z_a(p) = r_a + x_a p \quad z_x(p) = r_x + x_x p \quad (1-7)$$

代表 a 、 x 电路的运算阻抗。

任何对所鏈磁場靜止的电路的电压方程，都具有 1-5 式的形式。即使实在的磁場对电路运动，如果用等效的靜止磁通鏈，也适用这个式子。

如果變壓器的所接电压是基頻的正弦函数，只需在上面的式子里用 j 代替 p ，并照习惯用大楷黑体字母代替小写字母来表达在交流电路理論中常見的复量，这些式子就成为變壓器的稳态方程了。 $j = \sqrt{-1}$ 是慣用的虛数符号， jx 便成为基頻电抗。1-6 式足以用来分析双繞組變壓器的瞬态行为。目前在这个基础上，也能够推广而写出三繞組以至更多繞組變壓器的电路方程。然而，我們并不想对變壓器进行更具体的工作；这里所作的一切解釋，仅仅想用它作为今后分析旋轉电机的一个基础罢了。

可以理解，象變壓器这样的装置，由于它的电路相对不动，計算它的行为时，只需考慮有效磁通鏈的总值，不論磁通的分布状态怎样？結果都是一样。既然如此，为了从观念上减少變壓器同旋轉电机之間的差异，以加强用變壓器理論分析旋轉电机这个手段的科学性，可以吧它的磁通看成是沿線圈跨度按正弦律分布的，并认为磁通密度的最大值出現于線圈的对称軸線上。这个假定并不影响變壓器行为的計算，但因此可以借助于變壓器来解釋在电机分析中慣用的空間矢量法(參53.1)。在这个假定基础之上，變壓器的磁場所以能

● 見参考文献。

够表达为空間矢量；这个矢量的位置，当然在繞組的軸線上。觀察 1-1 式，可以推想，任一繞組中的电流以及两股电流之和也能够表达为类似的空間矢量；矢量符号的大小同对应的磁通鏈矢量成比例，空間位置一致。根据电流同磁通鏈的一致性，我們可以反过来认为繞組里的电流是按正弦律分布在所涉及的空間之內的。依照这个概念去理解上面的磁通鏈表示式，可見我們在这里，无非演算了一回几何学中最简单的加法罢了。在任何場合_下写磁通鏈对电流的关系式时，保持这个概念，是可以不費思索的。推而广之，从 1-5 及 1-6 式看来，电路电压的每一分量，都可以說是沿电路軸線的空間矢量。这种空間矢量是数学的符号，虽然出于主观，但反映了客觀現實，而从理論的觀点考慮，也确实存在。在現代的电机及電路理論中，已經广泛地采用了这种空間矢量法；它不仅給电路方程一个容易理解的物理形象，提供数学运算上的便利，而且使我們有可能利用矢量的投影来表明电路之間的互感作用。應該指出，变压器的电路既然相对不动，所有电路的軸線而且重合，就分析的需要來說，这种空間矢量概念，可以說，并非必要的。但可以想見，把这种简单的情况作为起点来解釋这个方法，是比较容易理解的。

就电机問題的性质看來，电流、电压以及磁通鏈可能是時間的任何函数，代表它們的空間矢量符号一般可以表达为实数，或系数为实数的复指數；如果它們是按正弦律依时间而变化的，就可以把代表它們的空間矢量表达为复数或系数为复数的复指數了。

1-3 法拉第定律的綜合表示式

大家知道，法拉第 (Faraday) 的电磁感应定律从来就是电磁理論中最重要最基本的一条科学規律。照目前采用的符号系統来叙述这个定律的話，可以这样說：“一个电路里的发生电压等于这电路所鍵磁通的变率。”就一般的电磁現象看來，使电路磁通鏈发生变化而感应电压的原因，不外乎：(1) 磁場本身是变化着的，但电路和磁場沒有相对运动；(2) 电路对磁場有相对运动，而磁場恒定；(3) 电路对磁場既有相对运动，磁場本身又是变化着的。第一种情况表明电磁的靜感应現象，第二种情况叫做电磁动感应現象，而第三种情况是两种現象的綜合。不管怎样，解釋这些現象的法拉第定律总可以用数学公式 $e = p\psi$ 来表达。变压器正符合第一种情况。我們写 1-5 式时，已經应用了这个定律，式 中的 $p\psi$ 正表示靜感应发生电压或变压器电压。可是， $e = p\psi$ 只是这个定律的一个原始公式，虽然适用于任一情况，但在变压器以外的情况里，常常需要把它化为更便于直接使用的形式。現有的各种形式虽然有其內在的統一性，但表面上似乎各自独立，关系不很明显，有时会令人困惑。为了解决这一問題，我們将利用数学的空間矢量概念，給法拉第定律发展一个有用的綜合表式。

現在，有一股大小为 ψ 的磁通对一个線圈旋轉。为了解說方便，姑且假定線圈的匝数是 1，線圈的跨度恰是磁場的一个极距，而从它的尺度看來，电流通过的截面竟微不足道；此外，在線圈边所处的空間內，磁場是按正弦律分布着的，但磁場的大小，却是時間的函数。

已經說过，在空間按正弦律分布的磁場，能够表达为沿磁場軸線的空間矢量。基于这个概念，对線圈來說，当前这股磁通應該能够表达为旋轉的空間矢量了。这就是图 1-2 里的矢量 OA ；象图中所标明的，它对線圈軸線 Ox 順時針向旋轉，在 t 单位時間之后，已經离开

Ox 一个角度 θ_x 了。所以，这股磁通能够用数式表达为

$$\psi_x = \psi e^{j\theta_x} \quad (1-8)$$

观察图 1-2，可以看出， ψ_x 的实数部分表征矢量 OA 在 Ox 线上的投影也是线圈磁通链的即时值；而根据数学的矢量法，它直接是线圈的磁通链。

依照在 1-2 节里规定的符号系统，采用法拉第定律的原始公式，可见由于这个旋转磁场在线圈里引起的发生电压（循输入电流正向的电压降；下同）应该是

$$e_x = p\psi_x = e^{j\theta_x} (\rho\Psi) + j\epsilon^{j\theta_x} \Psi (\rho\theta_x) \quad (1-9)$$

可以理解，这个式子里的 e_x 以及它所包含的两项都是旋转的空间矢量，都表达线圈里的发生电压，它们的实数部分应该是某一发生电压的即时值。

观察 1-9 式，可见它的右方第一项系由于磁场本身交变而引起的，它的实数部分显然是静感应电压或变压器电压。因 $\rho\theta_x$ 是磁场对线圈旋转的速度，第二项只在磁场对线圈旋转时才会有，它的实数部分就是动感应电压或运动电压了。这个式子揭露，无论磁场是否变化，当 $\theta_x = \pi/2$ 时，变压器电压总是零，而当 θ_x 或 $\rho\theta_x$ 为零时，便没有运动电压。

为了获得更为明确的物理概念，现在再用图 1-3 来图解 1-9 式。这个图就是图 1-2，但添上了表达电流及电压的空间矢量。在这个图里，旋转的矢量 OB 及 OC 分别代表 1-9 式里的复指数变压器电压及运动电压；而依照 1-9 式，它们的大小显然是

$$OB = e_{xt} = \rho\Psi$$

$$OC = e_{x0} = \Psi(\rho\theta_x) \quad (1-10)$$

它们的几何和 OD 便是 e_x ；它们在线圈轴线 Ox 上的投影 Ob 同 Oc 应该是在线圈里所发生的变压器电压及运动电压的即时值。 $Od = Ob + Oc$ 是 OD 在 Ox 轴线上的投影，也就是总发生电压的即时值。

有了 1-10 式所规定的关系，为了方便，1-9 式能够写成

$$e_x = (e_{xt} + j e_{x0}) e^{j\theta_x} \quad (1-11)$$

根据我们所作的假定，可见这个表示式可以用来计算一个线圈在任何电磁感应情况下的发生电压，我们把它说成法拉第定律的综合表示式。

1-11 式是以电压可以看成旋转的空间矢量为基

础而建立的。用空间旋转矢量表达电压这一概念，初看起来，似乎很奇特。其实，这一概念早已成为交流电路理论的基础。把电压看成是空间旋转矢量，等于用 $e^{j\theta}$ 乘电压方程的各项。在电机的稳态电压方程里，每一项原是时间的正弦函数，或者已经表达为复量或时间矢量，构成所谓电压矢量图；各项乘上 $e^{j\theta}$ 之后，都成为定幅的旋转空间矢量，而在各个相轴上的投影，都表达这个相对应电压分量的即时值。所以，在空间旋转的电压矢量固然是一个科学的抽象，但在电机理论中，却是客观存在的。

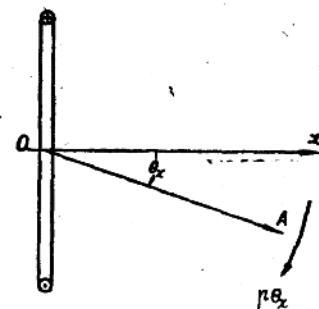


图 1-2 线圈在旋转磁场中

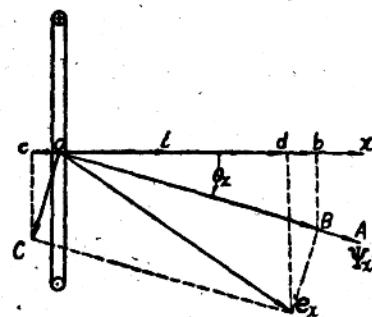


图 1-3 磁场与发生电压

作为一个解說的例子，假定有一股按正弦律交变的磁通，以定速对一个线圈旋转，交变的角频为 ω ，旋转的角速为 v_0 。既然如此，在1-8式中

$$\psi = \psi \sin(\omega t + \beta) \quad (1-12)$$

$$\theta_x = v_0 t \quad (1-13)$$

其中， ψ 表示磁通的最大值， β 表示相角，而 t 是从线圈轴线同磁场重合时起算的时间。

现在，把它们代入1-10式，以获得

$$\begin{aligned} e_{x1} &= \omega \psi \cos(\omega t + \beta) \\ e_{x0} &= v_0 \psi \sin(\omega t + \beta) \end{aligned} \quad (1-14)$$

所以，线圈的变压器电压同运动电压分别是

$$\begin{aligned} R_s[e_{x1} e^{j\theta_x}] &= \frac{1}{2} \omega \psi \{ \cos[(\omega - v_0)t + \beta] + \cos[(\omega + v_0)t + \beta] \} \\ R_s[i e_{x0} e^{j\theta_x}] &= \frac{1}{2} v_0 \psi \{ -\cos[(\omega - v_0)t + \beta] + \cos[(\omega + v_0)t + \beta] \} \end{aligned} \quad (1-15)$$

$R_s[]$ 这个符号表示括号内的复数的实数部分。从这个结果可見，在当前的情况里，两种电压各有频率为 $(\omega - v_0)$ 及 $(\omega + v_0)$ 的两个分量；前者时间相位相反，而后者时间相位相同。这种現象出現在单相感应电动机的轉子电路中。如果再使 $v_0 = \omega$ ，存在于线圈里的变压器电压及运动电压便各有一个直流分量及一个倍频分量。在单相同步电机的轉子电路里，就有这种情况。

1-4 整流子式电枢的电压（参57.1及58.1）

用于电机结构里的繞組，就它們的特质看来，有两种截然不同的型式；那就是开路的集中或分布繞組，以及閉路的整流子式繞組。用电路的眼光来看，不論那一种繞組，在它的端点之間，都存在着串联的线圈。在图解中，任何繞組都可以表达为单一线圈。就开路的繞組而言，它的自由端就是所构成的支路的端点，所以，构成某电路的所有线圈都对那个电路静止。另一方面，整流子式繞組的端点却是对构成它的线圈有相对运动的电刷；結果，各个线圈对外电路的连接点不断地变换着，以致构成某电路的线圈不断对那个电路旋转。由于这种結構上的差异，显而易見，在同样的磁场影响之下，发生电压必然不同。即使也能够在图解上用单一线圈来表达，但需要显出这个差别。

整流子式繞組的端点既然是电刷，它的端点电压应该是电刷間的电压。电刷間的电压，无非是串联在电刷之間各个线圈的电压之和；要計算电刷之間的电压，仍然可以依1-11式計算其間各个线圈的发生电压，再让它们相加便了。

現在，假定一只二极的整流子式电枢处于一个按正弦律分布并对电刷旋转的交变磁场之中；同时，电枢的线圈也对电刷旋转，但旋转的方向跟磁场的轉向相反。

图1-4表明了这个情况。在图中， θ_b 表示磁场軸線在某一頃刻依它本身的轉向离开电刷实效軸線 Ob 的角度； θ_n 表示在同一頃刻电

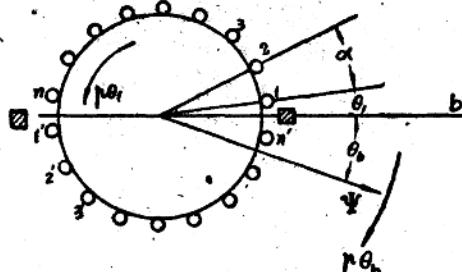


图1-4 整流子式电枢与旋转磁场

樞的第 n 个槽的角度，即依这个槽本身的轉向离开同一电刷实效軸線的角度；此外， α 表示槽間角。

如果在这一瞬间，电樞的第一个槽离开 $O\theta$ 線的角度为 θ_1 ，显而易見，

$$\theta_n = \theta_1 + (n-1)\alpha. \quad (1-16)$$

当前的工作，需要先寻找电刷之間所有串联着的綫圈在此刻的发生电压，然后把它们相加起来，以获得电樞的电压。基于这个要求，可以先照 1-8 式用复指数表达旋轉的磁通，并依 1-9 式表出每一綫圈的发生电压；不过，因需要考虑的 n 个綫圈的位置不同，應該依不同的角位来表达旋轉的磁通鏈。假定磁通的大小仍为 ψ ，各个綫圈的匝数仍为 1，第 n 个綫圈的磁通鏈显然是

$$\psi_n = \psi e^{j\left(\frac{3\pi}{2} + \theta_b + \theta_n\right)} \quad (1-17)$$

它的实数部分即磁通鏈的即时值。当电樞的总槽数为 S 时，需要考虑的綫圈个数是 $S/2$ ，式中 n 的数值應該从 1 到 $S/2$ 。依照 1-11 式，在图 1-4 里标出的各个綫圈的发生电压應該分别是

$$\begin{aligned} e_1 &= p\psi_1 = (e_{1s} + ie_{10}) e^{j\left(\frac{3\pi}{2} + \theta_b + \theta_1\right)} \\ e_2 &= p\psi_2 = (e_{1s} + ie_{10}) e^{j\left(\frac{3\pi}{2} + \theta_b + \theta_1 + \alpha\right)} \\ &\dots \\ e_n &= p\psi_n = (e_{1s} + ie_{10}) e^{j\left[\frac{3\pi}{2} + \theta_b + \theta_1 + (n-1)\alpha\right]} \end{aligned} \quad (1-18)$$

其中

$$e_{1s} = p\psi \quad e_{10} = \psi p(\theta_b + \theta_1) \quad (1-19)$$

要計算跨电刷的电压，應該把这些串联着的綫圈的电压全部加起来。因此，电樞的发生电压是

$$e_b = \sum_{n=1}^{S/2} e_n = -j\left(\frac{1-e^{-j\frac{S\alpha}{2}}}{1-e^{j\alpha}}\right) (e_{1s} + ie_{10}) e^{j(\theta_b + \theta_1)}$$

因 $S = 2\pi/\alpha$ ，从而

$$e_b = -j\left(\frac{2}{1-e^{j\alpha}}\right) (e_{1s} + ie_{10}) e^{j(\theta_b + \theta_1)}$$

这个电压里有一个脉振因数 $e^{j\theta_1}$ ，使得电压多一层波动。但是， θ_1 是在零到 α 之間变化着的，如果电樞的槽数很多，使得 α 的数值很小，由 $e^{j\theta_1}$ 所引起的电压波动也就很小；因而可用取平均值的方法来消除这个脉振因数；即

$$e_b = \frac{1}{\alpha} \int_{\theta_1=0}^{\theta_1=\pi} \left[\sum_{n=1}^{S/2} e_n \right] d\theta_1 = \frac{S}{\pi} (e_{1s} + ie_{10}) e^{j\theta_b} \quad (1-20)$$

因为因数 S/π 是二极整流子式电樞的有效串联匝数，而 ψ 是电机气隙磁通的即时值，我們能够用

$$\psi_b = \frac{S}{\pi} \psi \quad (1-21)$$

来表达电樞磁通鏈的即时值。从而，跨电刷的复指数变压器电压及运动电压的系数可以

写成

$$\begin{aligned} e_{bs} &= \frac{s}{\pi} e_{1s} = p \Psi_b \\ e_{b0} &= \frac{s}{\pi} e_{10} = \Psi_b p (\theta_b + \theta_1) \end{aligned} \quad (1-22)$$

这样，1-20式化为

$$e_b = (e_{bs} + j e_{b0}) e^{j\theta_b} \quad (1-23)$$

e_b 的实数部分是整流子式电枢在旋转磁场影响下所发生的电压的即时值，它的两个分量分别是变压器电压及运动电压。

1-23式同1-11式的形式完全相同。这个事实启示，整流子式电枢相当于一个对电刷静止、并以电刷实效轴线为轴线的线圈。然而，把1-22式同1-10式仔细比较一下，可以发现，依这个观点看来，两个情况里的运动电压的性质不尽相同。在普通线圈的情况下，当磁场对它静止的时候， $e_{b0}=0$ ，也就是说，没有运动电压发生；而在整流子式电枢的情况下，即使磁场对那条作为电路轴线的电刷轴线的旋转速度为零， e_{b0} 不是零而是 $\Psi_b p \theta_1$ ，也就是说，仍可能有运动电压。从这一点看来，同整流子式电枢等效的线圈还应该有别于普通的线圈。所以，我们将把整流子式电枢当作置于电刷实效轴线上的“伪静止线圈”；就这种线圈的性质来说，除了上述的一个特点之外，其余的性质跟普通线圈相同。这个措施一方面既能概括整流子式电枢的全部性质，而另一方面，还在理论工作中提供了一个图解整流子式电枢的简便方法。

可以理解，在上面的分析中，实质上无非是把许多对磁场运动着的线圈的电压投影到电刷实效轴线上来考虑它们的效应罢了。基于这个概念，在分析电机行为的时候，对于任何形式的对称绕组，应该有可能用同样的办法，在两条选定的轴线上去分析全部电路的投影；换句话说，我们有理由用有两对电刷的整流子式电枢代替对称绕组，作为分析的对象。在理论工作中，的确能够依我们的方便，用普通线圈和“伪静止线圈”的某种组合来图解任何电机的电路，并依靠1-11及1-23式计算其中的发生电压，从而建立最为简便的电路方程。

1-5 一般化电机

电机的结构，各不相同，而运行的形式，又多种多样。在解答某一命题时，当然需要因事论事，各求其便，因而分析的方法，也纷然杂陈；如果缺乏综合的观点，面对着这样的情况，将不免有繁琐之感。所以，不论对于初学或深入研究，似乎都有一个具有综合性质的理论，以概括在这方面已得的成就，并作为发展的基础。

现在，依照从具体到抽象的科学逻辑，从电机的各式结构及其不同的运行情况中归纳其间的共性，统一其间的矛盾，塑造一种可以代替所有真实电机的理想电机，并把它作为分析的对象，据以发展具有普遍意义的电机理论。

先谈电机的结构。首先可以说，所有的旋转电机，不论它属于那种型式，都是由两个能够相对移动的电磁元件所构成的。就典型的结构看来，处于外部的一个元件是静止的，处于内部的元件则借固定于静止元件上的轴承来支撑，能够在静止元件之中自由旋转。这两个元件分别叫做定子和转子。在每个元件上，各自装置着用电工铜片迭制的鼓形铁心，以

极短的气隙隔开；而靠近每一铁心表面的地方，在平行于转轴的方向上，都装置着载电流的导体，靠伸出铁心外面的端接线联成线圈，几个线圈再接成绕组。再就电机在运行中的情况来说，无论怎样，在它们的两个磁性结构组成的任一磁路中，总有一股公共磁通从一个结构跨越气隙而穿到另一个结构里去；而当任一结构上的导体切割这股磁通时，它里面便发生电压。上面说的几句，可以说关于电机结构的科学的概念。在工程实际中，虽然也有内部元件静止而外部元件旋转、甚至两个元件都能够旋转的电机，但那是极少见的例子，而就两个元件相对运动这个内容来说，它们同上面的概括本质上也并无矛盾。至于那些只有定子或转子单方面激励的感应子式电机，则不在上述概括之内，而本书也不涉及那种电机。既然如此，我们能够依照在这里所概括的内容来导出一种抽象的电机结构了。

然而，就具体的细节来说，在某些结构里，例如在感应电机及汽轮发电机中，虽然可以不考虑线槽小裂口的影响，把定子同转子的铁心都算做表面连续的鼓形；而在另一些结构里，例如在直流电机及水轮发电机中，它们的铁心之一却分成偶数的突出磁极，隔开很大的空隙。在直流电机以及任何有整流子结构的电机的情况下，铁心表面的连续与否，虽不成为电机结构上的重要分歧，但在无整流子结构的水轮发电机中，一个显极的铁心结构，会使得电枢磁场的磁阻在两个数值之间交替变更，当相轴同转子纵轴重合时为最大，当相轴同转子交轴重合时为最小；比起那两个铁心表面都连续的隐极结构来，不但电路的感应关系不确定，而且会有更大更多的气隙谐波磁场。照这样看来，在无整流子结构的电机的情况下，这种结构上的分歧，就不能忽视了。不过，就设计得很好的电机产品看来，即使采用了显极结构，气隙谐波磁场也已经减到很小，使得基波磁通成为决定电机行为的主要磁通；而在考虑基波磁通时，又可以依照双反应理论，沿转子的纵轴及交轴分开来考虑它的分量，用两个不同的电枢电抗值来表征由于有显极而造成的气隙不均匀的效应。这样一来，等效电机的气隙可以假定是均匀的，只是两轴的电路参数应该取不同的数值罢了。所以采用了这个措施之后，电机里这种铁心表面是否连续的分歧，便统一起来了。

其次，电机里所装置的绕组的型式是很多的，怎样才能够科学地统一起来呢？电机绕组的型式看来虽然很多，不同型式绕组之间的主要差异，不过是导体沿铁心表面分布的方式和端接线的具体安排罢了。就电机结构的本质问题来说，讨论绕组的特征，应该着重研究其中电流的分布状态，至于端接线的具体安排如何？乃属次要的问题。从这个观点出发，我们可以初步把电机绕组的型式归纳为三类：即（1）装在显极上的集中式线圈；（2）分布在铁心表面的多相绕组；（3）分布在铁心表面并接到整流片的整流子式绕组。在把绕组分类时，当然不应该太呆板。例如，从绕组的电流分布状态看来，单相的交流绕组可以当作分布式的多相绕组的一种特别型式看待，有时也可以当作装在显极上的集中式线圈处理。再说，汽轮发电机的励磁绕组虽然不象装在显极上的集中式线圈，按照上述观点，也可以算做那样的线圈。同样，均匀分布的鼠笼型绕组，虽然严格地说来不是各自独立的多相绕组，但根据我们的看法，在对电机进行分析时可以用多相绕组来代替，反之，也能够把它代替短接的多相绕组。至于装在显极同步电机转子上的不规则的鼠笼，当然也可以看成是一些独立的线圈。再进一步，就绕组在气隙里产生的磁场来看，除了整流子式绕组之外，其他的各种绕组实际上都产生按正弦律沿气隙分布的磁场。但是，在整流子式电机里，如果不考虑饱和效应及整流现象，磁场的实际分布状态，并不影响电机的行为，因此，

按照我們對變壓器的看法，可以認為，它的氣隙磁通也是按正弦律分布的。大家知道，討論旋轉電機里各個電路之間的鏈合關係時，需要特別重視的因素乃是它們所產生的磁場的分布狀態；而在分析它們的自感作用時，磁場的分布狀態，却又是不足輕重的問題了。既然如此，在我們的理論分析中，竟可以對繞組的實際型式，不加區別了。然而，儘管如此；儘管在理論工作中，我們會把整流子式繞組代替對稱的多相繞組，但在偏重研究感應電壓的性質時（1-10及1-22式），我們仍須把電機的繞組分成非整流子式的和整流子式的兩種；並將把它們表達為普通線圈和偽靜止線圈。不管怎樣，它們所產生的磁場，都將假定是按正弦律分布的。依照最後的這個假定，電機的有效導體似乎都敷設在那個把定子和轉子隔開的氣隙的兩邊，並在定子和轉子兩方面的鐵心的表面上，成為截面似正弦曲線形的電流殼。

應該承認，在上面的論述中，我們是把視線放在電機的氣隙裡來觀察電機而作出結論的；並且只看到基本的正弦磁場，磁場介質也不飽和。這種做法是否有管窺蠡測之嫌？據此而導出的理論，是否會脫離實際呢？

不可否認，各式電機磁路的組成很不一致，磁通的分布狀態實際上極為複雜。在整个電機裡，磁通擴散到每個部分，在鐵心裡的分布形式非常複雜，只在跨入兩個元件之間的短氣隙時，才垂直於鐵心的表面，並相互平行。雖然如此，但要拘泥於這種事實去計算鐵心裡所耗的磁勢，那就会無法着手。可是，在正常的飽和程度下，鐵的磁導還高出空氣的磁導數百倍以至數千倍，可以不考慮鐵心裡的磁勢分布，僅僅考慮氣隙裡及其附近的磁通分布，仍然會導出切合實際的電機理論的。所以，我們把有效導體當作敷設在氣隙裡的電流殼，並通過氣隙裡所發生的現象去透視電機的做法，是既抓住了重點，又結合了實際的。

在氣隙裡，除了主要的基本正弦波磁場之外，當然還雜有高次諧波磁場；而鐵的飽和效應，也不是一律可以忽略的。但是，為了使我們的理論有效，並不需要完全忽略那些未能在設計中消滅的高次諧波磁場以及有時不可忽視的磁飽和效應。我們知道，高次諧波磁場的作用，總的說來，有的跟漏磁一樣，僅在電路裡引起基頻的電壓；有的會產生高頻電壓；有的還產生噪音、電壓波浪、額外轉矩及損耗等等寄生效應。效應跟漏磁一樣的高次諧波磁場，可以并入漏磁中去考慮；也和對待漏磁一樣，不必顧慮它們的分布狀態。至於產生高頻電壓的磁通，必要時可以在電壓方程裡增入對應之項，以計及它們的效應。所以，依照我們的假定來理想化電機的磁場這一措施，所忽略的只是那些寄生效應罷了。那些寄生效應是可以分開來考慮的；在這方面已有了許多專門的研究論文，我們在此不詳談了。至於電機裡的磁飽和效應，有時的確不可以忽略。例如，在自激的直流電機裡，如果沒有磁飽和效應，便不會有穩定的電壓；談到這個問題時，如果忽略磁飽和，便不只是量的誤差了。此外，磁飽和有時還會成為電機運行中的一個穩定因素，這時也需要考慮它。但是，當我們不得不考慮磁飽和效應時，我們便不可避免地要注意鐵裡的磁場。而且，當鐵的部分飽和，電機的參數不是常數，表達電機現象的微分方程將不可能是線性的。這將使得用分析法研究電機成為不可能。這樣看來，在電機的理論工作中，除了象上述的那二個問題之外，死板地抓住磁飽和效應的做法，是不現實的。

總的說來，為了使分析電機的工作變得容易些，我們必須作出一些基本的假定來理想化電機的結構。上面的假定，雖然同實際不盡一致，但就問題的本質來說，它們却是客觀地反映了事實的。

既然如此，我們能够用来綜合地表明各式电机的一般化电机，将是一台在两个相互垂直的区域里各自有以均匀气隙隔开的定子和轉子磁性結構；在它們两方面的表面上，还各自敷設着截面成正弦形的有效导体。此外，就实际已經使用的电机結構看来，它們的定子及轉子电路两方面，至少总有一方面是对称的。我們已經說过，对称的电路可以表达为整流子繞組或“伪靜止線圈”，我們的一般化电机将是整流子式的●。此时，鐵損及飽和效應該忽略。

根据在上面所归纳的事实，所有的各式电机可以用图 1-5 来表达。直观地看来，图中的一台二极的整流子式电机，同普通的直流电机相类似，但比它多一对电刷。它实在是一种交軸磁场电机的图形。从图中可以看出，在它的轉子上显出的 D 及 Q 两个电路，軸線互相垂直，并分别同电机的两条电刷实效軸線重合。表达这两个电路的線圈是在前面提出的伪靜止線圈。定子结构上的两个繞組的軸線也是和电刷实效軸線重合的，現在用两个置于这两条軸線上的普通線圈

fD 及 fQ 来表达。應該指出，这样的線圈，并不限于两个。图中注明了各个电路的端点电压及电流。它们是依在 1-2 节所规定的符号系統来表达的，即： i 表示输入电流，并产生正向磁通； v 是依电流正向的电压降，下角符号同所属电路的名称符号一致。电路电流和电压按这样来規定方向时，指明这台电机是以电动机的方式运行的。

應該說明，虽然图中显出的电机气隙是均匀的，但这并非如此不可；它可以具有任何合理的形状。而且，基于这种电樞电路的对称性质，电刷的实效軸線也容許任意選擇；不过，依照我們的要求，所取的电刷实效軸線，應該使得电机里公共磁通的磁路对它对称。这样，才有可能使得各个繞組所鏈的磁通按正弦律分布于气隙之中，否则电路方程便不会简单。

我們把图 1-5 标出的装置叫做“一般化电机”（参57.1），并将通过它去分析真实电机的行为。观察图 1-5，可以理解，这种抽象的、理想化电机的特质是所有的电路都置于固定的电刷实效軸線上。由此可以看出，塑造一般化电机的目的，无非是在空間設置两条坐标軸線，企图置身于这两条軸线上来观察电机的电路罢了。其实，在普通电机学对显极电机的稳态分析中，早已利用了这个概念。現在，借助于这种抽象的电机，不仅揭露了这个概念，給我們一个可直觀的形象，而且它将普遍地代替真实的电机，作为分析的对象，以便简化分析的过程。这种抽象电机的运行条件，象接到它的各个線圈的电压的性质、电樞的轉速、励磁电流的频率以及各个电路連接的方式等等，都将通过它同真实电机

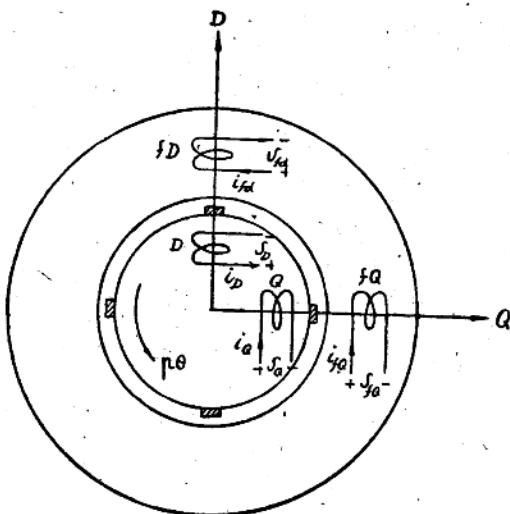


图1-5 一般化电机图解

● 因所有电机都基于同一理論运行，用以代表它們的一般化电机可以属于任一实用的形式，例如二相感应电机。

的关系表达出来。对它分析所得的结果，也将通过同一关系，用来解释真实电机的行为。它对真实电机的关系，是根据分析的目的而任意选取的；也就是数学中的“变换”。那个关系完全取决于把 D 、 Q 轴线放在真实电机的那些物理轴线上。以后，我们将就具体的电机问题去了解怎样选择这个关系。但现在可以知道，所选择的关系必须使得所建立的电路微分方程最为简便易解。显而易见，在研究气隙均匀的隐极电机时，我们对这个关系的选择，是可以很自由的，但在显极电机的命题中，就不能不受到一些限制了。

现在，事情已经很明显，不论我们所面临的是什么样的电机问题，我们都要把它当做这样的一般化电机来进行分析。同时，从座标法的涵义来看，我们既然能够置身于它的 D 、 Q 轴线之上观察它的电路，从而写出它的电路方程，当然也能够在这个基础之上，选择其他的座标轴线，据以写出另一形式的电路方程。解答某种命题时，的确需要采取这个步骤。为了便于说明，我们采用“ $\times \times$ 坐标体制”这个词来说明据以发展电路方程的空间坐标。譬如说，直接从图 1-5 写出的电路方程，就是属于“ D 、 Q 座标体制”的。在以后的分析方法里，这个座标体制将被认为是最基本的。

1-6 电机的基本方程

在这一节，我们将给图 1-5 所示的一般化电机发展一集属于 D 、 Q 座标体制的电路方程。已经说过，这种电机的磁场对所链电路的轴线 D 、 Q 是对称的，而且还按正弦律分布于气隙之中。也曾指出，为了理解方便，可以想象，组成各个电路的导体好象也按正弦律分布在气隙里，而且相对不动。根据这个性质，各个电路的总磁通链便能够通过各个有静磁感应关系的电路中的电流及感应系数表达出来。依照在 1-2 节所提出的符号法则及在附录一说明的符号，图 1-5 里所标出的四个电路的磁通链可以分别写成

$$\begin{aligned}\Psi_{fD} &= x_{fD} i_{fD} + x_{afD} i_D \\ \Psi_{fQ} &= x_{fQ} i_{fQ} + x_{afQ} i_Q \\ \Psi_D &= x_D i_D + x_{afD} i_{fD} \\ \Psi_Q &= x_Q i_Q + x_{afQ} i_{fQ}\end{aligned}\tag{1-24}$$

这些表示式具有类似于 1-4 式的形式。电路磁通链同电流之间的关系，在忽略磁饱和的假定下，是线性的。

另一方面，一般化电机里有两种性质不同的电路，一种是静止电路，另一种却是伪静止电路。静止电路 fD 及 fQ 里的发生电压，当然能够根据 1-11 式，即变压器理论来决定（1-2 节）。但伪静止电路 D 及 Q 里的发生电压，则需照 1-23 式计算。不管怎样，根据克希荷夫的电路定律，在发生电压上加入电阻电压降，使与所接电压相等，就是每个电路的电压方程了。

就图示的 fD 及 fQ 两个静止电路来说，不管它们有耦合的电路的性质怎样，在磁场链合的直接关系上，它们总是相当于两个互不依赖的变压器的电路的。它们的电压方程应该同 1-5 式相类似。即

$$v_{fD} = r_{fD} i_{fD} + p\Psi_{fD} \quad v_{fQ} = r_{fQ} i_{fQ} + p\Psi_{fQ}\tag{1-25}$$

但是，在计算图示那任一伪静止线圈 D 或 Q 的发生电压时，必须依照整流子式电枢的理论，同时考虑 Ψ_D 及 Ψ_Q 的影响。从 1-23 式看来，可知沿着那绕组轴线的磁场，只能在