相阳高考直通车校本教材

# 精品学案

## （高二上）

# 数学分册

## （二）

班级：____________________

姓名：____________________

重庆市涪陵高级中学校

相阳高考直通车校本教材

# 精品学案

## （高二上）

# 数学分册

## （二）



班级：________________________

姓名：________________________

重庆市涪陵高级中学校

总编:戴方华

副总编:张桂模 甘学兵 陈家胜 杨钢 王俊

顾问:相阳

统筹:杨钢 张礼勇

本册主编:刘小波

本册副主编:倪月婷 游贤伟

印制单位：重庆市涪陵九中印刷厂

印刷时间：2014年8月26日 第一次印刷（1670册）

准印号：涪内 字第196号

内部资料·欢迎交流

# 目 录

# 第一章　常用逻辑用语

## 1.1.1　命题及四种命题

**【学习目标】**

1. 掌握命题、真命题及假命题的概念；
2. 四种命题的内在联系，能根据一个命题来构造它的逆命题、否命题和逆否命题.

一、【自主学习】

复习与思考 1：什么是陈述句？

2：什么是定理?什么是公理?

二、【合作探究】

1. 在数学中，我们把用__________、__________、或__________表达的，可以的________________叫做命题. 其中________________的语句叫做真命题，的语句叫做假命题

练习：下列语句中：

（1）若直线 $a//b$，则直线 $a$ 和直线 $b$ 无公共点；

（2）$2+4=7$

（3）垂直于同一条直线的两个平面平行；

（4）若 $x^2=1$，则 $x=1$；

（5）两个全等三角形的面积相等；

（6）3 能被 2 整除.

其中真命题有__________，假命题有__________

2. 命题的数学形式：“若 $p$，则 $q$”，命题中的 $p$ 叫做命题的__________，$q$ 叫做命题的__________.

3. 四种命题的概念

（1）对两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们这样的两个命题叫做__________,其中一个命题叫做________

原命题为：“若 $p$，则 $q$”，则逆命题为：“________________”.

(2) 一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的条件的否定和结论的否定，我们把这样的两个命题叫做__________,其中一个命题叫做命题,那么另一个命题叫做原命题的__________. 若原命题为：“若 $p$，则 $q$”，则否命题为：“________________”

（3）一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的结论的否定和条件的否定，我们把这样的两个命题叫做__________,其中一个命题叫做命题,那么另一个命题叫做原命题的__________. 若原命题为：“若 $p$，则 $q$”，则否命题为：“________________”

练习：下列四个命题：

（1）若 $f(x)$ 是正弦函数，则 $f(x)$ 是周期函数；

（2）若 $f(x)$ 是周期函数，则 $f(x)$ 是正弦函数；

（3）若 $f(x)$ 不是正弦函数，则 $f(x)$ 不是周期函数；

（4）若 $f(x)$ 不是周期函数，则 $f(x)$ 不是正弦函数.

（1）（2）互为_______ （1）（3）互为_______

（1）（4）互为_______ （2）（3）互为_______

## 三、【典例精讲】

例 1：下列语句中哪些是命题?是真命题还是假命题?

（1）空集是任何集合的子集；

（2）若整数 $a$ 是素数，则 $a$ 是奇数；

（3）指数函数是增函数吗？

（4）若空间有两条直线不相交，则这两条直线平行；

（5）$\sqrt{(-2)^2}=2$；

（6）$x>15$.

命题有__________，真命题有____________________

假命题有________________.

例 2 指出下列命题中的条件 $p$ 和结论 $q$：

（1）若整数 $a$ 能被 2 整除，则 $a$ 是偶数；

（2）若四边形是菱形，则它的对角线互相垂直平分.

解：（1）条件 $p$：____________________________

结论 $q$：________________________________

（2）条件 $p$：______________________________

结论 $q$：_______________________________

变式：将下列命题改写成“若 $p$，则 $q$”的形式，并判断真假：

（1）垂直于同一条直线的两条直线平行；

（2）负数的立方是负数；

（3）对顶角相等.

例 3 命题：“已知 $a$、$b$、$c$、$d$ 是实数，若子 $a=b,c=d$，则 $a+c=b+d$”. 写出逆命题、否命题、逆否命题.

变式：设原命题为“已知 $a$、$b$ 是实数，若 $a+b$ 是无理数，则 $a$、$b$ 都是无理数”，写出它的逆命题、否命题、逆否命题.

## 四、【当堂检测】

1．下列语句中是命题的是（　　）

A．周期函数的和是周期函数吗？　　B．$\sin 45°=1$

C．$x^2+2x-1>0$　　D．梯形是不是平面图形呢？

2．下列语句中是命题的为（　　）

①空集是任何集合的子集；　　②若 $x>1$，则 $x>2$；

③3 比 1 大吗？　　④若平面上两条直线不相交，则它们平行；

⑤$\sqrt{(-2)^2}=-2$；　　⑥$x>15$.

A．①②⑥　　B．①②④　　C．①④⑤　　D．①②④⑤

3．下列说法正确的是（　　）

A．命题“$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$（$\alpha$，$\beta$ 是任意角）”是真命题

B．语句“最高气温 30℃时我就开空调”不是命题

C．“四边形是菱形”是真命题

D．语句“当 $a>4$ 时，方程 $x^2-4x+a=0$ 有实根”是假命题

4．已知 $a$、$b$ 为两条不同的直线，$\alpha$、$\beta$ 为两个不同的平面，且 $a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，则下列命题中的假命题是（　　）

A．若 $a/\!/b$，则 $\alpha/\!/\beta$

B．若 $\alpha\perp\beta$，则 $a\perp b$

C．若 $a$、$b$ 相交，则 $\alpha$、$\beta$ 相交

D．若 $\alpha$、$\beta$ 相交，则 $a$、$b$ 相交

5．下列命题：

①$mx^2+2x-1=0$ 是一元二次方程；②抛物线 $y=ax^2+2x-1$ 与 $x$ 轴至少有一个交点；③互相包含的两个集合相等；④空集是任何集合的真子集．其中真命题有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

五、【反思总结】

1.判断一个语句是不是命题注意两点：（1）是否是陈述句；（2）是否可以判断真假.

2.逆命题、否命题和逆否命题的相互关系

# 1.1 .2 四种命题间的相互关系

【学习目标】

1. 掌握四种命题的内在联系；

2. 能分析逆命题、否命题和逆否命题的相互关系，并能利用等价关系转化.

一、【自主学习】

复习与思考：

1、四种命题

| 命题 | 表述形式 |
|---|---|
| 原命题 | 若 $p$，则 $q$ |
| 逆命题 | (1) |
| 否命题 | (2) |
| 逆否命题 | (3) |

请填(1)（2）（3）空格.

2、判断命题“若 $a \ge 0$，则 $x^2+x-a=0$ 有实根”的逆命题的真假.

二、【合作探究】

1、分析下列四个命题之间的关系

（1）若 $f(x)$ 是正弦函数，则 $f(x)$ 是周期函数；

（2）若 $f(x)$ 是周期函数，则 $f(x)$ 是正弦函数；

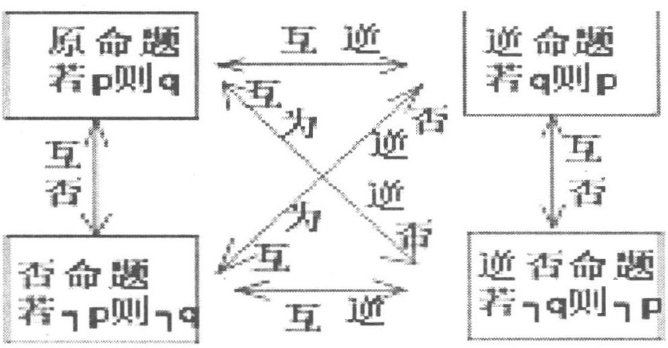
（3）若 $f(x)$ 不是正弦函数，则 $f(x)$ 不是周期函数；

（4）若 $f(x)$ 不是周期函数，则 $f(x)$ 不是正弦函数.

（1）（2）互为_______　　（1）（3）互为_______

（1）（4）互为_______　　（2）（3）互为_______

通过上例分析我们可以得出四种命题之间有如下关系：




2、四种命题的真假性

例 1　以“若 $x^2-3x+2=0$，则 $x=2$”为原命题，写出它的逆命题、否命题、逆否命题，并判断这些命题的真假并总结其规律性.

通过上例真假性可总结如：

| 原命题 | 逆命题 | 否命题 | 逆否命题 |
|---|---|---|---|
| 真 | | | |
| 真 | | | |
| 假 | | | |
| 假 | | | |

四上表可知四种命题的真假性之间有如下关系：

（1）____________________________________.

（2）____________________________________.

练习：判断下列命题的真假.

（1）命题“在$\Delta ABC$中，若$AB > AC$，则$\angle C > \angle B$”的逆命题；

（2）命题“若$ab \neq 0$，则$a \neq 0$且$b \neq 0$”的否命题；

（3）命题“若$a \neq 0$且$b \neq 0$，则$ab \neq 0$”的逆否命题；

（4）命题“若$a \neq 0$且$b \neq 0$，则$a^2 + b^2 > 0$”的逆命题.

三、【典例精讲】

例 1 证明:若$x^2 + y^2 = 0$，则$x = y = 0$.

变式：判断命题“若$x^2 + y^2 = 0$，则$x = y = 0$”是真命题还是假命题？

练习：证明：若$a^2 - b^2 + 2a - 4b - 3 \neq 0$，则$a - b \neq 1$.

例 2 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数，$a,b\in R$，对于命题“若 $a+b\geq 0$，则 $f(a)+f(b)\geq f(-a)+f(-b)$.”

(1) 写出逆命题，判断其真假，并证明你的结论.

(2) 写出其逆否命题,并证明你的结论.

四、【当堂检测】

1. 命题“若 $x>0$ 且 $y>0$，则 $xy>0$”的否命题是（　　）.

A. 若 $x\leq 0,y\leq 0$，则 $xy\leq 0$　　B. 若 $x>0,y>0$，则 $xy\leq 0$

C. 若 $x,y$ 至少有一个不大于 0,则 $xy<0$　D. 若 $x,y$ 至少有一个小于 0,或等于 0,则 $xy\leq 0$

2. 命题“正数 $a$ 的平方根不等于 0”是命题“若 $a$ 不是正数,则它的平方根等于 0”的(　　).

A. 逆命题　　B. 否命题　　C. 逆否命题　　D. 等价命题

3. 用反法证明命题“$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 是无理数”时，假设正确的是（　　）.

A. 假设 $\sqrt{2}$ 是有理数　　B. 假设 $\sqrt{3}$ 是有理数

C. 假设 $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{3}$ 是有理数　　D. 假设 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 是有理数

4. 若 $x>1$，则 $x^2>1$ 的逆命题是________________

否命题是______________________________

5. 命题“若 $a>b$，则 $2^a\geq 2^b-1$”的否命题为______

五、【反思总结】

命题真假的判定（1）直接判断（2）互为逆否命题的两个命题等价来判断.

①逆命题、否命题与逆否命题的概念；

②两个命题互为逆否命题，他们有相同的真假性；

③两个命题为互逆命题或互否命题，他们的真假性没有关系；

④原命题与它的逆否命题等价；否命题与逆命题等价.

# 1.2 充分条件与必要条件

【学习目标】

理解充分条件、必要条件、充要条件的意义.

会求(判定)某些简单命题的条件关系.

一、【自主学习】

充分条件与必要条件

| 命题真假 | "若 p，则 q"是真命题 | "若 p，则 q"是假命题 |
|---|---|---|
| 推出关系 | P___q | p __q |
| 条件关系 | p 是 q 的_____条件 | p 不是 q 的_____条件 |
| | q 是 p 的_____条件 | q 不是 p 的_____条件 |

试一试：在逻辑推理中 $p\Rightarrow q$，能否表达成以下 5 种说法：

①"若 p，则 q"为真命题；②p 是 q 的充分条件；③q 是 p 的必要条件；④q 的充分条件是 p；⑤p 的必要条件是 q.

提示　可以. 这五种说法表示的逻辑关系是一样的，都能表示 $p\Rightarrow q$，只是说法不同而已.

二、【合作探究】

充要条件的概念

一般地，如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，就记作 $p\Leftrightarrow q$，此时，我们说 p 是 q 的充分必要条件，简称__________. 显然，如果 p 是 q 的充要条件，那么 q 也是 p 的__________，即如果 $p\Leftrightarrow q$，那么 p 与 q 互为充要条件.

想一想：p 是 q 的充要条件与 p 的充要条件是 q 有什么区别？

提示　p 是 q 的充要条件指的是 $p\Rightarrow q$ 是充分性，$q\Rightarrow p$ 是必要性，即 p 是条件，q 是结论；p 的充要条件是 q 中，$q\Rightarrow p$ 是充分性，$p\Rightarrow q$ 是必要性，即 q 是条件，p 是结论.

三、【典例精讲】

例 1：指出下列各题中，p 是 q 的什么条件(在"充分不必要条件"，"必要不充分条件"，"充要条件"，"既不充分又不必要条件"中选出一种作答).

(1)在△ABC 中，p：$\angle A>\angle B$，q：$BC>AC$；

(2)对于实数 x，y，p：$x+y\neq 8$，q：$x\neq 2$ 或 $y\neq 6$；

(3)在△ABC 中，p：$\sin A>\sin B$，q：$\tan A>\tan B$；

(4)已知 x，$y\in R$，p：$(x-1)2+(y-2)2=0$，q：$(x-1)(y-2)=0$.

变式 1：指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分也不必要条件”中选一种作答)？

(1)p：△ABC 中，$b^2>a^2+c^2$，q：△ABC 为钝角三角形；

(2)p：△ABC 有两个角相等，q：△ABC 是正三角形；

(3)若 a，b∈R，p：$a^2+b^2=0$，q：$a=b=0$.

例 2：求证：关于 x 的方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个负实根的充要条件是 $m\geqslant 2$.

[思路探索]　本题的条件是 p：$m\geqslant 2$，结论是 q：方程 x2＋mx＋1＝0 有两个负实根．证明该问题，充分性的证明是 p⇒q，必要性的证明是 q⇒p.

变式 2：证明不等式 $ax^2+2x+1>0$ 恒成立的充要条件是 $a>1$.

例 3：已知 p：$2x^2-3x-2\geqslant 0$，q：$x^2-2(a-1)x+a(a-2)\geqslant 0$，若 p 是 q 的充分不必要条件．求实数 a 的取值范围．

[思路探索]

$\boxed{\text{构造集合 } M=\{x\mid p(x)\};\ N=\{x\mid q(x)\}} \xrightarrow[M、N]{\text{求解}} \boxed{\text{由已知 } M\subsetneqq N} \xrightarrow[\text{不等式}]{\text{构造 } a \text{ 的}} \boxed{\text{解关于 } a \text{ 的不等式组}} \rightarrow \boxed{\text{结果}}$

变式 3；是否存在实数 p，使 $4x+p<0$ 是 $x^2-x-2>0$ 的充分条件？如果存在，求出 p 的取值范围；否则，说明理由．

变式 4:一元二次方程 $ax^2+2x+1=0(a\neq 0)$有一个正根和一个负根的充分不必要条件是

A. $a<0$　　B. $a>0$　　C. $a<-1$　　D. $a<1$

四、【当堂检测】

1. 对于函数 $y=f(x)$，$x\in R$，“$y=|f(x)|$的图象关于 $y$ 轴对称”是“$y=f(x)$是奇函数”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. $a<0$，$b<0$ 的一个必要条件为(　　).

A. $a+b<0$　　B. $a-b>0$　　C. $\frac{a}{b}>1$　　D. $\frac{a}{b}>-1$

3. 设 $p$：$x^2+3x-4>0$，$q$：$x=2$，则 $p$ 是 $q$ 的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 设 $a>0$，且 $a\neq 1$，则“函数 $f(x)=a^x$在 R 上是减函数”是“函数 $g(x)=(2-a)x^3$在 R 上是增函数”的(　　).

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件[来源:学科网]

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 在平面直角坐标系中，点$(x^2+5x,1-x^2)$在第一象限的充要条件是__________.

五、【反思总结】

1.充分、必要的定义.

在“若 p，则 q”中，若 $p\Rightarrow q$，则 p 为 q 的充分条件，q 为 p 的必要条件

注：(1) 条件是相互的；

(2) p 是 q 的什么条件，有四种回答方式：

① p 是 q 的充分而不必要条件；

② p 是 q 的必要而不充分条件；

③ p 是 q 的充要条件；

④ p 是 q 的既不充分也不必要条件.

2.充分条件、必要条件、充要条件的判断

(1)定义法

若 $p\Rightarrow q$，但 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分而不必要条件；

若 $q\Rightarrow p$，但 $p\nRightarrow q$，则 p 是 q 的必要而不充分条件；

若 $p\Rightarrow q$ 且 $q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充要条件；

若 $p\nRightarrow q$ 且 $q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(2)集合法

首先建立与 p，q 相应的集合，即 p：$A=\{x|p(x)\}$；q：$B=\{x|q(x)\}$.

若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件；

若 $B\subseteq A$，则 p 是 q 的必要条件；

若 $A\not\subset B$，则 p 是 q 的充分而不必要条件；

若 $B\not\subset A$，则 p 是 q 的必要而不充分条件；

若 $A=B$，则 p 是 q 的充要条件；

若 $A\not\subset B$，$B\not\subset A$，则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

(3)传递性法

由于逻辑联结符号“$\Rightarrow$”“$\Leftarrow$”“$\Leftrightarrow$”具有传递性，因此可根据几个条件的关系，经过若干次的传递，判断所给的两个条件之间的相互关系.

(4)等价命题法

当某一命题不易直接判断条件与结论的充要关系(特别是对于否定形式或“$\neq$”形式的命题)时，可利用原命题与其逆否命题的等价性来解决，即等价转化为判断其逆否命题.

2.应用充分条件、必要条件、充要条件时需注意的问题

(1) 确定条件是什么，结论是什么；

(2) 尝试从条件推结论，从结论推条件；

(3) 确定条件是结论的什么条件；

(4) 要证明命题的条件是充要的，就是既要证明原命题成立，又要证明它的逆命题成立. 证明原命题即证明条件的充分性，证明逆命题即证明条件的必要性.

# 1.3 简单的逻辑联结词

【学习目标】

通过数学实例，了解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义.

会判断“p∧q”，“p∨q”，“ 非p”命题的真假.

一、【自主学习】

1.用逻辑联结词构成新命题

(1)用联结词“且”把命题p和命题q联结起来,就得到一个新命题,记作______,读作________.

(2)用联结词“或”把命题p和命题q联结起来,就得到一个新命题,记作______,读作______.

(3)对一个命题p全盘否定，就得到一个新命题，记作___，读作_____或__________ .

二、【合作探究】

2 含有逻辑联结词的命题的真假判断（真值表）

| $p$ | $q$ | $p\wedge q$ | $p\vee q$ | $\neg p$ |
|---|---|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 | 真 | 假 |
| 真 | 假 | 假 | 真 | 假 |
| 假 | 真 | 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 | 假 | 真 |

想一想：如果“p∧q”为真命题，那么“p∨q”一定是真命题吗？反之，如果“p∨q”为真命题，那么“p∧q”一定是真命题吗？

提示　如果“p∧q”为真命题，那么p和q都是真命题，所以“p∨q”一定是真命题；反之，如果“p∨q”为真命题，那么p和q可能都是真命题，也有可能一真一假，所以“p∧q”不一定是真命题.

三、【典例精讲】

例1：指出下列命题的形式及构成它的简单命题：

(1)24既是8的倍数，也是6的倍数；

(2)菱形是圆的内接四边形或是圆的外切四边形；

(3)矩形不是平行四边形.

[思路探索]　解答本题应先进行命题结构分析，再写出每个简单命题.

变式1：分别写出由下列命题构成的“p∨q”“p∧q”“ $\neg p$ ”形式的命题.

(1)p：梯形有一组对边平行，q：梯形有一组对边相等；

(2)p：－1是方程x2＋4x＋3＝0的解，q：－3是方程x2＋4x＋3＝0的解.

例题2：指出下列命题的构成形式并判断命题的真假：

(1)等腰三角形底边上的中线既垂直于底边，又平分顶角；

(2)(A∩B) $\subsetneq$ A;

(3)1是素数或是方程x2＋3x－4＝0的根；

(4)1既不是素数，又不是方程x2＋3x－4＝0的根.

[思路探索] 分解命题p∨q，p∧q或非p形式中的p，q，先判断p、q的真假，再判断新命题的真假.

变式2：分别指出下列各组命题构成的“p∧q”“p∨q”“非p”形式的命题的真假.

(1)p：6<6，q：6＝6；

(2)p：梯形的对角线相等，q：梯形的对角线互相平分；

(3)p：函数 y＝x2＋x＋2 的图象与 x 轴没有公共点；

　　q：不等式 x2＋x＋2<0 无解；

(4)p：函数 y＝cos x 是周期函数．

　　q：函数 y＝cos x 是奇函数．

例题 3：设有两个命题．命题 p：不等式 x2－(a＋1)x＋1≤0 的解集是∅；命题 q：函数 f(x)＝(a＋1)x 在定义域内是增函数．如果 p∧q 为假命题，p∨q 为真命题，求 a 的取值范围．

思路探索：$\boxed{p\text{真，求 }a\text{ 的范围}} \to \boxed{q\text{真，求 }a\text{ 的范围}} \to \boxed{p、q\text{一真一假，求 }a\text{ 的范围}} \to \boxed{\text{结果}}$

变式 3：已知命题 p：方程 x2＋2ax＋1＝0 有两个大于－1 的实数根，命题 q：关于 x 的不等式 ax2－ax＋1>0 的解集为 R，若“p 或 q”与“非 q”同时为真命题，求实数 a 的取值范围．

变式 4：下列三个不等式：

①|x－1|＋|x＋4|<a；②(a－3)x2＋(a－2)x－1>0；

：

**③$a>x^2+\frac{1}{x^2}$.若其中至多有两个不等式的解集为空集，求实数 a 的取值范围．**

[思路分析]　“至多两个”的否定是“至少三个”，故可以先求三个不等式的解集都是空集时，实数 a 的取值范围，然后再求其补集．

四、【当堂检测】

1．已知命题 $p$：2 是偶数，命题 $q$：2 是 3 的约数，则下列命题为真的是(　　)．

A．$p\wedge q$　　B．$p\vee q$　　C．$\neg p$　　D．$(\neg p)\wedge(\neg q)$

2．由下列各组命题构成“$p\vee q$”“$p\wedge q$”“$\neg p$”形式的复合命题中，“$p\vee q$”为真，“$p\wedge q$”为假，“$\neg p$”为真的是(　　)．

A．$p$：3 为偶数；$q$：4 是奇数　　B．$p$：3＋2＝6，$q$：5>3

C．$p$：$a\in\{a,b\}$；$q$：$\{a\}\subsetneqq\{a,b\}$　　D．$p$：$Q\subsetneqq R$；$q$：N＝N

3．已知命题 $p$：$\{1\}\in\{1,2,3\}$，$q$：$\{3\}\subseteq\{1,2,3\}$，则在命题：①$p\wedge q$；②$p\vee q$；③$\neg p$；④$\neg q$ 中，真命题的个数是(　　)．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4