高等学校教材

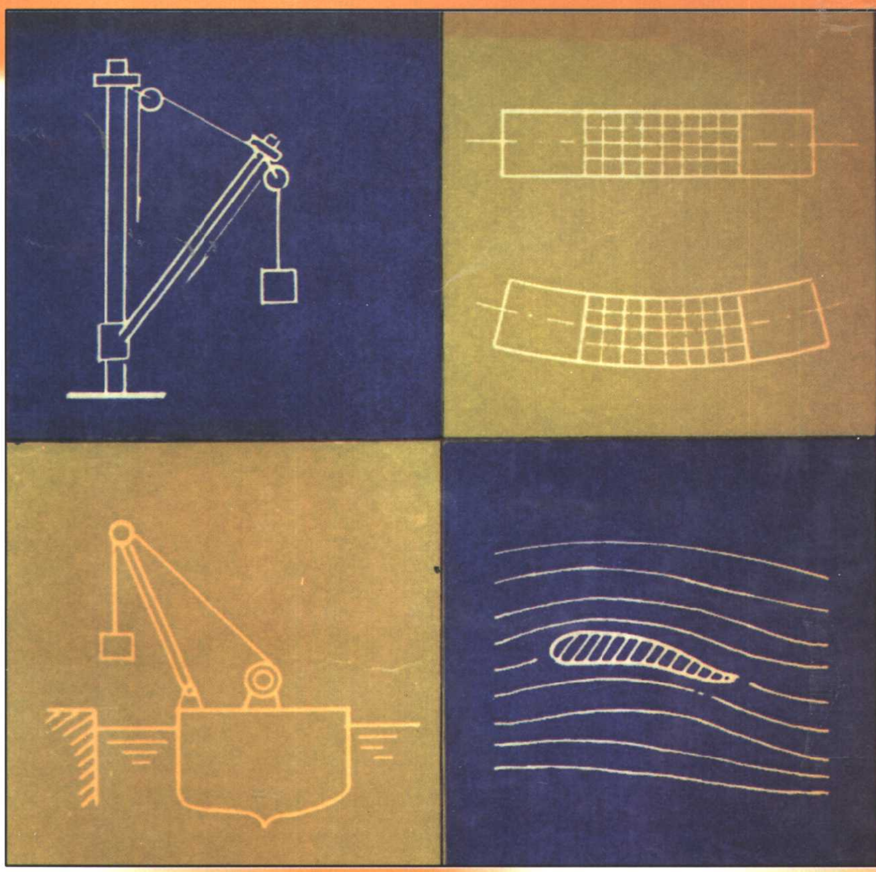
力学

LI XUE

（船舶驾驶专业用）

丁兆鸿　衷儒堂　编

王升润　　　　主编



人民交通出版社

高 等 学 校 教 材

力　　学

Lixue

（船舶驾驶专业用）

丁兆鸿　衷儒堂　编
王升润　主编

人 民 交 通 出 版 社

内容提要

力学是船舶驾驶专业的一门重要技术基础课，全书包括理论力学（共十一章）、材料力学（共四章）及流体力学（共五章）三大部分。

本书的特点是在保证完整的力学基础理论的前提下，比较密切地结合船舶驾驶专业的特点和实际。

本书为高等院校船舶驾驶专业的教材（包括函授大学和业余大学），也可供船舶驾驶人员学习、参考。若将内容作适当删减（这不影响基本理论体系），本书也可作为中等专业学校的教材。

高等学校教材

力　学

（船舶驾驶专业用）

丁兆鸿　衷儒堂　编

王升润　主编

人民交通出版社出版发行

（100013 北京和平里东街 10 号）

各地新华书店经销

北京顺义牛栏山印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16　印张：19.25　字数：475 千

1995 年 12 月　第 1 版

1995 年 12 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数：0001－3630 册　　定价：9.10 元

ISBN 7－114－02122－4

U·01444

前　言

本书是船舶驾驶专业的力学教材，全书包括理论力学、材料力学及流体力学三大部分。

本书是由大连海事大学力学教研室根据多年积累的教学经验及新的教学大纲编写而成的。在编写过程中，主要参考了人民交通出版社出版的，由我校编写的《力学》(1988 年版，编者为吴厚烈、张义文)，同时也参考了一些有关的力学教材。对原《力学》教材作了较大的精简，更新了一些内容，在理论体系上也作了较大的变动。

本书在保证完整的基本理论前提下，对问题的提出、内容的取舍及例题和习题的选用，都密切结合船舶驾驶专业的特点，可为后续的专业课程打下坚实的力学基础。

参加本书编写的有：丁兆鸿(第 1～7 章)、衷儒堂(第 12～15 章)、王升润(第 8～11 章及第 16～20 章)，最后由王升润负责统稿。大连理工大学力学系于长吉教授对本书作了细致的校阅及订正，并提出了许多宝贵意见，对本书的最后定稿起了重要作用，在此表示感谢。由于编者水平有限，本书肯定存在许多不足之处，殷切希望广大读者及有关专家批评指正。

编　者

目　　录

第一篇　理论力学

第二篇　材料力学

第三篇　流体力学

第一篇 理论力学

绪 言

本书由三部分组成,即理论力学、材料力学和流体力学。

理论力学是本书的第一篇,也是内容最多的一篇。理论力学是研究物体机械运动的一般规律的科学,它是现代工程技术科学的重要理论基础之一。

所谓机械运动,是指物体的位置相对于某一参考系在空间随时间的变化。机械运动普遍存在于自然界之中,如天体的运行,炮弹、火箭、人造卫星以及车、船相对于地球的运动,运动中的机器各部件之间以及部件相对于地球的运动等,都属于机械运动。即使在微观世界中,也同样存在机械运动,如电子在核外轨道上的运动等。因此,机械运动实为一种最简单、最普遍和最基本的运动形态。一般工程技术人员都必须了解机械运动的基本规律并能运用它来解决实际的工程问题。

作为船舶驾驶专业的学生,必须掌握理论力学的基本知识。例如甲板吊货设备的受力分析、船舶的配载、雷达避碰原理、船舶旋回性能的分析、船舶冲程的计算、船舶摇摆的分析以及导航卫星的应用等,都要用到理论力学的基本知识。

理论力学不仅能独立指导解决某些工程实际问题,而且也是其它力学分支(如材料力学、流体力学等)及专业课程的基础。

整个理论力学又分为三部分:静力学、运动学及动力学。静力学是研究力系的简化及物体平衡时作用力之间的关系;运动学专门研究从几何上如何描述点和刚体的运动;动力学则全面研究机械运动的变化与作用于物体上的力之间的关系。

因为理论力学所研究的物体运动的规律,从一个侧面深刻地揭示了世界的物质性和事物普遍联系和发展的规律,因此学习理论力学可以培养分析问题和解决问题的能力。

在学习理论力学的方法上值得注意的问题是:一要掌握抽象化的方法,要逐步培养把具体问题抽象为力学模型的能力;二要深刻地反复地理解基本概念、公理及定律,因为理论力学的一切理论都是建立在这些概念、公理和定律的基础之上的;三要透彻理解导出的定理和结论,以及由它们引出的基本方法,这是理论力学的主要部分,只有牢固掌握这些定理、结论和方法之后,才能应用它们去解决实际力学问题;四要把学到的理论用于实践,初步的实践就是做习题。通过做习题才能加深对理论的理解和熟悉理论的应用。

第一章　刚体静力学基础

§1-1　静力学的一些基本概念　静力学公理

1.力和刚体的概念

在物理学中已讲过，**力是物体间的相互作用，这种作用使物体的运动状态发生改变**（力的外效应）**和使物体发生变形**（力的内效应）。理论力学主要研究力的外效应，材料力学则主要研究力的内效应。力对物体的效应决定于三个要素：力的大小、力的方向和力的作用点。在国际单位制中，力的单位是牛顿(N)。

作用于物体上的一群力，称为力系，诸力作用线汇交于一点者称为汇交力系，诸力作用线共面者称为平面力系。最一般的力系是空间力系。

任何物体受力后都会发生不同程度的变形，若变形很小，在研究力的外效应时可不予考虑。于是引入刚体的概念。**刚体就是受力后不发生变形的物体。**例如在研究船舶的旋回性能、计算船舶的重心高度及横摇周期时就把船视为刚体。

如果一个力系能代替另一个力系，而不改变物体的运动状态，则称此二力系为等效力系，或者称此二力系**等效**。所谓**力系的简化**，就是用一个最简单的力系等效地代替一个较复杂的力系。若一个力与一个力系等效，则称此力为力系的**合力**，而力系中任一个力称为合力的**分力**。

刚体受力后相对地面（严格讲是相对惯性坐标系）保持静止或匀速直线运动，则称刚体处于**平衡状态**；力系称为**平衡力系**，平衡力系必须满足的条件叫**平衡条件**。

静力学就是研究力系的简化与平衡问题。

2.静力学公理

公理是由实践反复证实，其正确性已经得到公认，无须再加以证明的一般规律。静力学公理是刚体静力学的基础。

1)公理一(**二力平衡公理**)：**刚体受二力平衡的充要条件是此二力等值、反向、共线**(图1-1)。**通常称此二力为一对平衡力，这是最简单的平衡力系。**

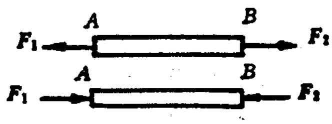


图　1-1

公理一对变形体的平衡来说只是必要条件，例如等值、反向、共线的二力作用于一条绳子上时，当绳子受拉力时则能平衡，受压则不能平衡。

2)公理二(**加减平衡力系公理**)：**在作用于刚体上的任一力系中，加上或减去任一平衡力系所得到的新力系与原力系等效。**而在以后的理论推导中，通常都是加上或减去一对平衡力。

公理二指出了平衡力系对刚体的运动效应是零。

推论(**力的可传性**)：**力的作用点可沿其作用线在同一刚体内任意移动并不改变其作用效果。**

证明：力 $\boldsymbol{F}$ 作用于刚体内 A 点(图1-2)，按公理二，在其作用线上任一点 B 加上一对平衡力 $\boldsymbol{F}_1$ 及 $\boldsymbol{F}_2$，且 $\boldsymbol{F}_1=-\boldsymbol{F}_2=\boldsymbol{F}$。再按公理二，减去另一对平衡力 $\boldsymbol{F}$ 与 $\boldsymbol{F}_2$，从而得到 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}$ 等效。这就相当于把力 $\boldsymbol{F}$ 从点 A 沿其作用线移到了任一点 B(证毕)。

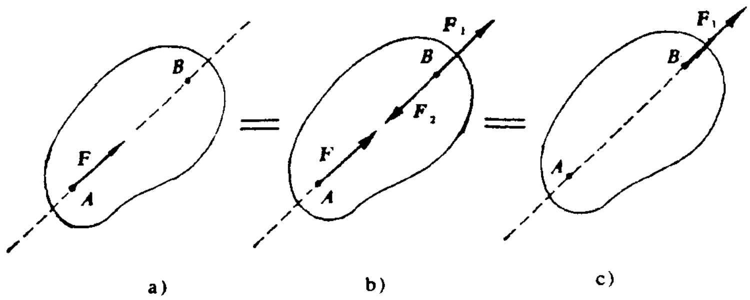


图 1-2

因此，对于刚体，力是**滑动矢量**，力的三要素是大小、方向及作用线。

3)公理三(**力的平行四边形法则**)：**作用于刚体上的相交二力，可以合成为一个仍过相交点的合力，合力的大小及方向由二力为邻边的平行四边形的对角线所确定。**

设二力为 $\boldsymbol{F}_1$ 及 $\boldsymbol{F}_2$，交点为 A(图 1-3a)，则合力 $\boldsymbol{R}$ 为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$$

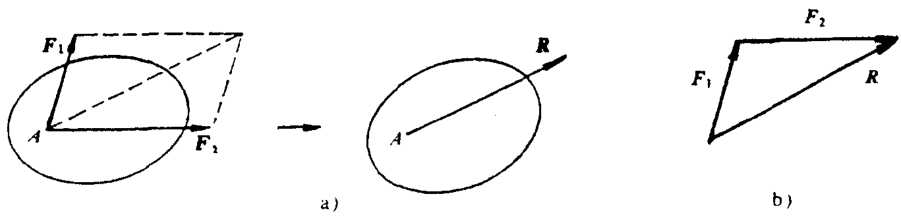


图 1-3

利用这一公理求合力时，通常只须画出半个平行四边形，即三角形就够了，称为求合力的**三角形法则**，如图 1-3b)所示。

4)公理四(**作用反作用定律**)：**两物体间的作用力与反作用力总是等值、反向、共线，分别作用于这两个物体上。**

作用力与反作用力总是成对出现的，虽然等值、反向、共线，但却不是一对平衡力。该公理是分析物体受力的一条重要的普遍的规律，对刚体和变形体都适用。

5)公理五(**刚化原理**)：**变形体在已知力系作用下平衡时，如将此变形体变为刚体，则平衡不受影响。**

刚化原理说明了刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件，即变形体平衡时，其作用力之间的关系仍满足刚体的平衡条件，这就扩大了刚体静力学的应用范围。但是刚体的平衡条件对变形体的平衡来说并不是充分的。欲使变形体平衡，除满足刚体的平衡条件外，还要满足某些附加条件。例如绳子受力平衡时只能受拉力，这就是附加条件。

§1-2 力在坐标轴上的投影 力的正交分解

1. 力在坐标轴上的投影

如图 1-4 所示，为求力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影，可通过力 $\boldsymbol{F}$ 的始点 A 及终点 B 向 x 轴分别作垂直平面 I 及 II，它们与 x 轴的交点分别为 a 点及 b 点。线段 ab 的长度加上适当的正负号，称为力 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影，记作 F_x(由图可知，力在平行轴上的投影相等)，若从 a 到 b 的指向与 x 轴的正向一致，力在轴上的投影为正，反之为负。可见力在轴上的投影是标量(代数量)。由图

可知，$F_x=F\cos\alpha$，F 为力 $\boldsymbol{F}$ 的大小，而 α 为力 $\boldsymbol{F}$ 与 x 轴正向的夹角，α 的取值范围为 0 到 180°，显然，当 $\alpha<90°$时 F_x 为正；而当 $\alpha>90°$时 F_x 为负。于是由图 1-5 可得力 $\boldsymbol{F}$ 在坐标系 $Oxyz$ 的三个坐标轴上的投影，即

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\cos\alpha \\ F_y &= F\cos\beta \\ F_z &= F\cos\gamma \end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

式中，F 表示力 $\boldsymbol{F}$ 的大小，α、β 及 γ 分别表示力 $\boldsymbol{F}$ 与 x、y 及 z 轴正向的夹角，而 F_x、F_y 及 F_z 分别表示力 $\boldsymbol{F}$ 在 x、y 及 z 轴上的投影。

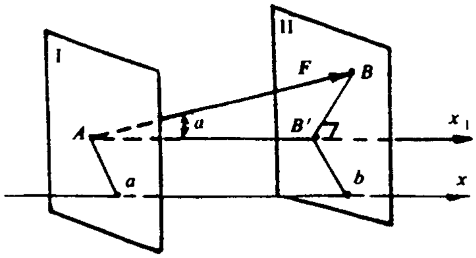


图 1-4

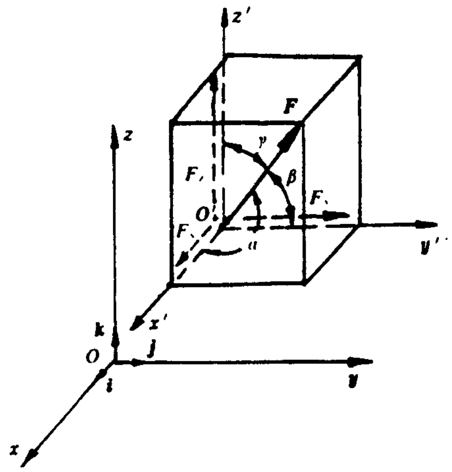


图 1-5

2. 二次投影法

有时，α、β 和 γ 不易确定，而往往给出力 $\boldsymbol{F}$ 与某一坐标轴之夹角(例如与 z 轴正向的夹角为 γ)，还给出力 $\boldsymbol{F}$ 平行于 Oxy 平面的分力 $\boldsymbol{F}'$ 与 x 轴正向之夹角 θ(图 1-6)，则力 $\boldsymbol{F}$ 在坐标轴上的投影为

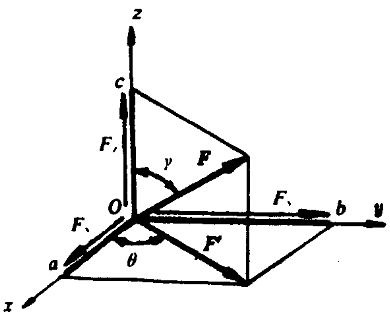


图 1-6

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F\sin\gamma\cos\theta \\ F_y &= F\sin\gamma\sin\theta \\ F_z &= F\cos\gamma \end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

式中，γ 的取值范围为 0°到 180°，而 θ 的取值范围为 0°到 360°。

3. 力的正交分解

设 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 及 $\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y 及 z 轴正向的单位矢量，由图 1-5 可见，可将力 $\boldsymbol{F}$ 正交分解为三个分力，即 $F_x\boldsymbol{i}$、$F_y\boldsymbol{j}$ 及 $F_z\boldsymbol{k}$，即有

$$\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

[例 1-1]　正立方体上作用有力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$、$\boldsymbol{F}_4$ 及 $\boldsymbol{F}_5$，如图 1-7a)所示。试计算各力在坐标轴上的投影。

解：1)求 $\boldsymbol{F}_1$ 的投影

因为 $\boldsymbol{F}_1$ 在平行于 Oxy 平面内，所以按图 1-7b)得

$$F_{1x}=F_1\sin45°=0.707F_1$$
$$F_{1y}=-F_1\cos45°=-0.707F_1$$
$$F_{1z}=0$$

2)求 $\boldsymbol{F}_2$ 的投影(图 1-7c)

$$F_{2x}=-F_2\cos45°=-0.707F_2$$
$$F_{2y}=0$$
$$F_{2z}=F_2\sin45°=0.707F_2$$

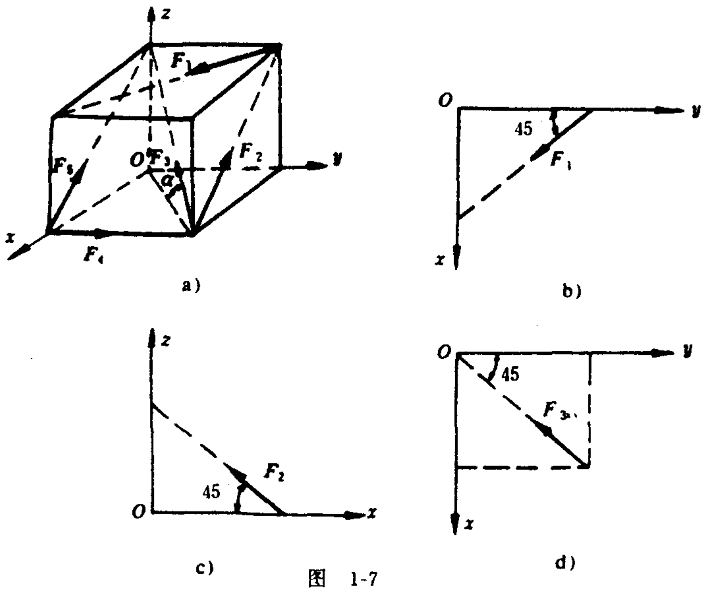


图 1-7

3)求 $\boldsymbol{F}_3$ 的投影应用二次投影法(图 1-7a、d)

$$F_{3x}=-F_3\cos\alpha\sin45°=-0.577F_3$$
$$F_{3y}=-F_3\cos\alpha\cos45°=-0.577F_3$$
$$F_{3z}=F_3\sin\alpha=0.577F_3$$

读者可自行求出力 $\boldsymbol{F}_4$ 及 $\boldsymbol{F}_5$ 的投影。

§1-3 力对点之矩

1. 力对点之矩

力矩的概念在物理中已讲过。例如用扳手拧螺母(图 1-8),经验证明,力 $\boldsymbol{F}$ 使扳手绕 O 点(称为矩心)转动的效果与 Fh 成正比,h 为力臂。因此,Fh 可作为力 $\boldsymbol{F}$ 使物体绕 O 点转动效果的度量,称之为力对点之矩,以符号 $m_O(\boldsymbol{F})$ 表示,即

$$m_O(\boldsymbol{F})=\pm2\Delta AOB\text{ 面积}=\pm Fh \tag{1-4}$$

式中正负号用来区别力矩的不同的假想的转动方向。通常规定逆时针转向为正,反之为负。可见,在平面力系中,力对点之矩是代数量。力矩的单位是牛顿·米(N·m)。

现在把力矩的概念加以推广。矩心 O 可以是刚体内任选的一点,但未必是一个转轴;力系是空间力系。力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩取决于三个因素:力矩作用面(力 $\boldsymbol{F}$ 与矩心 O 所决定的平面)在空间的方位;在此平面内力矩的假想转向;力矩的大小(即力 $\boldsymbol{F}$ 的大小与力臂 h 的乘积)。可

见，空间中力对点之矩必须用矢量表示。为此过矩心 O 作一矢量，其模表示力矩的大小，方向垂直于力矩作用面，指向按右手法则确定，即以蜷曲的四指表示力矩的假想转向，而伸直的拇指即为矢量的指向(图 1-9)。显然力对点之矩是定位矢量。

若从矩心 O 到力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点作一矢径 $\boldsymbol{r}$，则力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩可表示为

$$\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F} \tag{1-5}$$

即为矢径 $\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{F}$ 的矢性积。按矢性积的性质，易于证明，$|\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})|=2\Delta AOB$ 面积 $=Fh$。

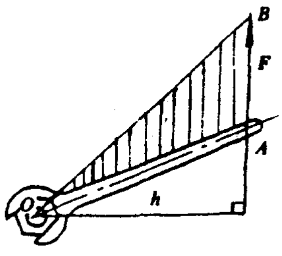


图 1-8

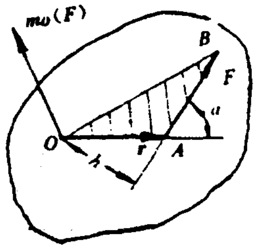


图 1-9

不难证明，力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点沿力的作用线移动并不改变力对点之矩。

设力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点 A 的坐标为 x、y 及 z，在坐标轴上的投影为 F_x、F_y 及 F_z，由于

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k},$$
$$\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k}$$

将以上二式代入式(1-5)，得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})&=(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})\times(F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k})\\&=(yF_z-zF_y)\boldsymbol{i}+(zF_x-xF_z)\boldsymbol{j}+(xF_y-yF_x)\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-6}$$

可见，力矩 $\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})$ 在三个坐标轴的投影为

$$\left.\begin{aligned}[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_x&=yF_z-zF_y\\ [\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_y&=zF_x-xF_z\\ [\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_z&=xF_y-yF_x\end{aligned}\right\} \tag{1-7}$$

2. 两个力的合力矩定理

设力 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 作用于刚体上且相交于 A 点(图 1-10)，合力为 $\boldsymbol{R}$，显然有

$$\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{R})=\boldsymbol{r}_A\times\boldsymbol{R}$$

由于　$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$

故有　$\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{R})=\boldsymbol{r}_A\times(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2)=\boldsymbol{r}_A\times\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{r}_A\times\boldsymbol{F}_2$

所以　$\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{R})=\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_1)+\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_2)$　(1-8)

这就是两个力的**合力矩定理**：合力对某点之矩等于各分力对同点之矩的矢量和。

若 $\boldsymbol{F}_1$ 与 $\boldsymbol{F}_2$ 与 O 点共面，上式变成

$$m_O(\boldsymbol{R})=m_O(\boldsymbol{F}_1)+m_O(\boldsymbol{F}_2) \tag{1-9}$$

即合力对平面内某点之矩等于各分力对同点之矩的代数和。

[**例 1-2**]　如图 1-11 所示，试求力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩。

解：将力 $\boldsymbol{F}$ 分解为二正交力 $\boldsymbol{F}_1$ 及 $\boldsymbol{F}_2$，按合力矩定理，有

$$m_O(\boldsymbol{F})=m_O(\boldsymbol{F}_1)+m_O(\boldsymbol{F}_2)$$
$$=F_1a+F_2b=F(a\cos\alpha+b\sin\alpha)$$

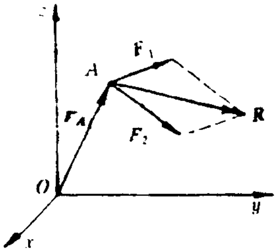


图 1-10

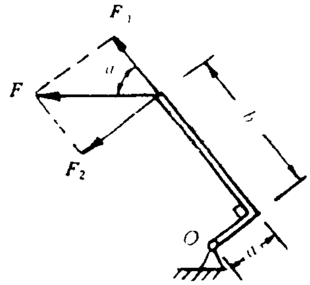


图 1-11

§1-4 力对轴之矩

1. 力对轴之矩是代数量

当力 $\boldsymbol{F}$ 作用于具有固定轴的物体上，例如用力 $\boldsymbol{F}$ 推门(图 1-12)，实践证明，与轴平行的分力 $\boldsymbol{F}''$ 并无转动效应，而转动效应与垂直于轴的分力 $\boldsymbol{F}'$ 的大小与力臂 h 的乘积成正比。由此得力对轴之矩的一般定义为：作用于物体上的力 $\boldsymbol{F}$ 对任选轴(不一定是转轴)的矩等于此力在垂直于轴的平面上的分力对该平面与轴之交点 O 的矩(图 1-13)，即

$$m_z(\boldsymbol{F})=m_O(\boldsymbol{F}')=\pm F'h$$
$$=\pm 2\Delta aOb\ \text{面积} \tag{1-10}$$

式中，$m_z(\boldsymbol{F})$ 表示力 $\boldsymbol{F}$ 对 z 轴之矩，是一代数量，确定其正负号仍用右手法则，即以蜷曲的四指为 $\boldsymbol{F}'$ 假想绕 O 点转动时的转向，而伸直的拇指若与轴之正向一致取正，反之取负。

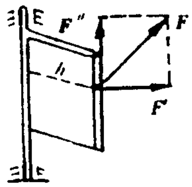


图 1-12

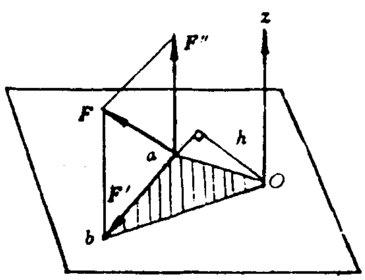


图 1-13

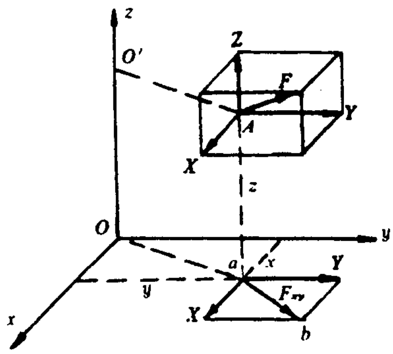


图 1-14

2. 点矩与轴矩关系定理

若将力 $\boldsymbol{F}$ 分解为 $\boldsymbol{X}=F_x\boldsymbol{i},\boldsymbol{Y}=F_y\boldsymbol{j},\boldsymbol{Z}=F_z\boldsymbol{k}$，如图 1-14 所示。现求力 $\boldsymbol{F}$ 对三个坐标轴之矩。例如求 $m_z(\boldsymbol{F})$，$m_z(\boldsymbol{F})=m_O{}'(\boldsymbol{F}_{xy})$，按合力矩定理，即式(1-9)，有 $m_O{}'(\boldsymbol{F}_{xy})=m_O{}'(\boldsymbol{Y})+m_O{}'(\boldsymbol{X})=xF_y-yF_x$。同理也可求得 $m_x(\boldsymbol{F})$ 及 $m_y(\boldsymbol{F})$，得结果如下：

$$\left.\begin{aligned}m_x(\boldsymbol{F})&=yF_z-zF_y\\m_y(\boldsymbol{F})&=zF_x-xF_z\\m_z(\boldsymbol{F})&=xF_y-yF_x\end{aligned}\right\} \tag{1-11}$$

将式(1-7)与式(1-11)比较，得

$$
\left.\begin{aligned}
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_x &= m_x(\boldsymbol{F})\\
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_y &= m_y(\boldsymbol{F})\\
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F})]_z &= m_z(\boldsymbol{F})
\end{aligned}\right\} \tag{1-12}
$$

即力对点之矩在通过该点的任一轴上的投影等于该力对此轴之矩。这就是点矩与轴矩关系定理。

3. 对轴的合力矩定理

由式(1-12)得

$$
\left.\begin{aligned}
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{R})]_x &= m_x(\boldsymbol{R})\\
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_1)]_x &= m_x(\boldsymbol{F}_1)\\
[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_2)]_x &= m_x(\boldsymbol{F}_2)
\end{aligned}\right\} \tag{a}
$$

将式(1-9)向 x 轴上投影，得

$$[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{R})]_x=[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_1)]_x+[\boldsymbol{m}_O(\boldsymbol{F}_2)]_x \tag{b}$$

将式(a)代入式(b)，得

$$m_x(\boldsymbol{R})=m_x(\boldsymbol{F}_1)+m_x(\boldsymbol{F}_2) \tag{1-13}$$

即合力对任一轴之矩等于分力对同轴之矩的代数和。这就是对轴的合力矩定理。

[例 1-3] 一水平板 $OCAB$ 长为 b，宽为 a，在 A 点受力 Q 的作用，Q 在过 AB 的铅垂平面内，且 α 为已知，试求力 Q 对三坐标轴之矩(图 1-15)。

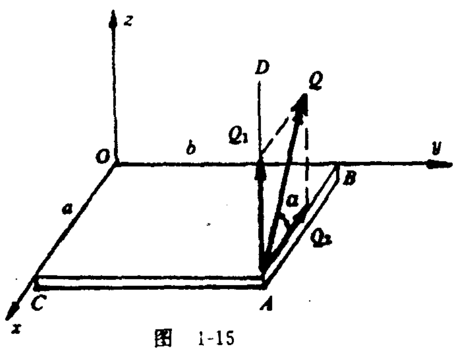


图 1-15

解：力对轴之矩的计算，由前述，有两种方法，即按公式计算和按定义计算。

1)按式(1-11)计算：

A 点坐标为$(a,b,0)$，力 Q 的投影为

$$
\begin{aligned}
Q_x &= -Q\cos\alpha\\
Q_y &= 0\\
Q_z &= Q\sin\alpha
\end{aligned}
$$

由式(1-11)，得

$$
\begin{aligned}
m_x(Q) &= bQ\sin\alpha\\
m_y(Q) &= -aQ\sin\alpha\\
m_z(Q) &= bQ\cos\alpha
\end{aligned}
$$

2)按力对轴之矩的定义计算：

Q_1 在过 A 点的垂直 x 轴的平面 DAC 内，则按力对轴之矩的定义，有

$$m_x(Q)=bQ_1=bQ\sin\alpha$$

Q 在过 A 点垂直 y 轴的平面 DAB 内，按合力矩定理，$m_y(Q)=m_y(Q_1)+m_y(Q_2)$，因为 Q_2 与 y 轴相交，其对 y 轴之矩 $m_y(Q_2)=0$，故有

$$m_y(Q)=m_y(Q_1)=-aQ_1=-aQ\sin\alpha$$

Q_2 在过 A 点垂直 z 轴的平面 BAC 内，所以

$$m_z(Q)=bQ_2=bQ\cos\alpha$$

§1-5　约束与约束反力　物体的受力分析

1. 约束与约束反力

静力学的主要任务之一，就是应用平衡条件求解物体所受的某些未知力。这就要对物体进行正确的受力分析，其关键的问题就是分析物体所受到的约束反力。

在力学中，常常根据物体的运动是否受到预先给定的限制而把物体分为两类。一类称为**自由体**，它的运动不受任何限制，如飞机的飞行等；另一类称为**非自由体**，它的运动受到某些限制，如在气缸中运动的活塞，在轨道上行驶的火车等。**当某物体受到周围物体对其运动的限制时，这些周围物体称为该物体的约束**。例如，地面及地脚螺钉是机器的约束，吊货索是货物的约束，锚泊后的锚链是船的约束，等等。约束加在物体上的作用力称为**约束反力**。一般地说，**约束反力的方向与限制物体运动的方向相反**。除约束反力外，物体还可能受各种载荷的作用，如重力、电机的驱动力及液体的压力等。由于这些力能使物体发生运动或发生运动趋势，称之为**主动力**。而约束反力就是由主动力引起的，是一种**被动力**。约束反力的性质与约束的类型有关，工程中常见的典型约束有以下几种：

1)**光滑面约束**：是将物体搁置在光滑平面或曲面上形成的(图 1-16a、b、c、d)。物体可沿光滑面运动，而不能沿接触面公法线方向运动。故**约束反力的方向沿接触面的公法线，并指向物体**。若一物体在接触点处为一棱角，则约束反力沿另一物体表面的法线方向，如图 1-16c)所示。

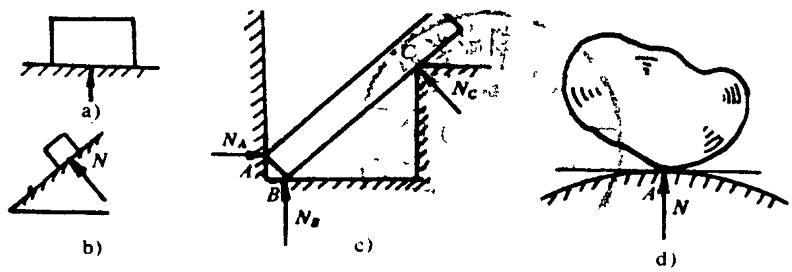


图 1-16

2)**柔索约束**：绳索、皮带、链条等只能承受拉力的物体称为**柔索**。这种约束的约束反力必沿柔索本身，其指向背离物体；若柔索是曲线，约束反力必沿其切线方向。如图 1-17a)、b)及 c)所示。

3)**圆柱铰链约束**：这类约束包括中间铰链、固定铰支座及径向轴承等。

中间铰链约束如图 1-18a)所示，是用销轴将两个钻有直径大小与销轴相同的孔的构件连接在一起而构成的。图 b)为其示意图。二构件只可绕销轴的轴线相对转动，而不能有任何径向的相对位移。如果不计构件的厚度，构件与销轴的接触为光滑圆弧上的点接触，如图 c)所示。销轴对构件的约束反力 N 通过圆弧接触点的公法线并指向构件，即必通过铰链中心。但接触