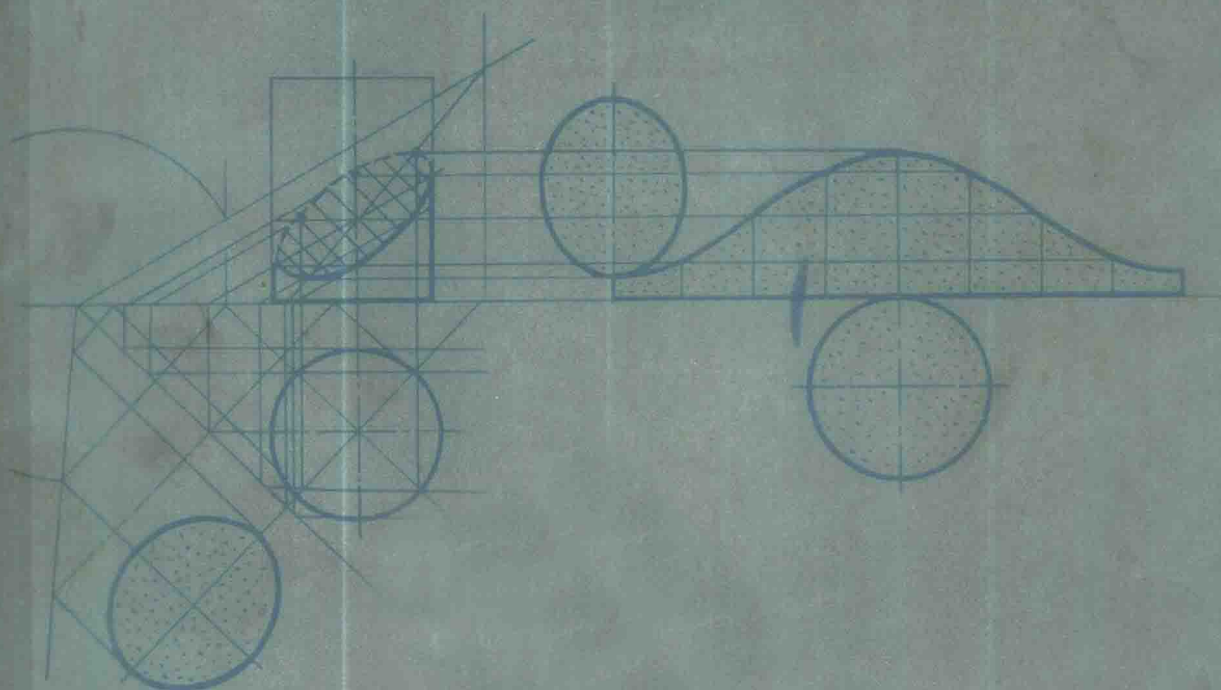


画法几何

李廷彦 编著



HU A F A
J I H E

黑龙江科学技术出版社

画 法 几 何

HUAFA JIHE

李廷彦 编著

黑龙江科学技术出版社

一九八四年·哈尔滨

封面设计: 阎志刚

画 法 几 何

李廷彦 编著

黑 龙 江 科 学 技 术 出 版 社 出 版

(哈尔滨市南岗区分部街 28 号)

长春新华印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行

开本787×1092毫米1/16·印张14·字数306千

1984年6月第一版·1984年6月第一次印刷

印数: 1—5,900

书号: 13217·083

定价: 1.50元

序

本书编著者李廷彦同志多年从事《画法几何》教学,有较丰富的教学经验。在教学实践中,他深感以正投影为基本内容的画法几何,缺少必要的理论结构,在实际图示和图解过程中,难以掌握明确的依据。因此,在反复探讨确定的定义前提下,揭示空间几何要素及其相对位置关系的内在联系和其本质的正投影规律,将它们概括成系统理论。1979年2月,他根据自己初步概括的系统理论,编写了《画法几何》讲稿。1980年3月修改为二稿,7月又改成三稿,并连续在黑龙江省工程图学学会委托举办的画法几何进修班上做为教材试讲,收到了良好的效果。

把正投影规律概括成一般几何学的公理、定理形式,作为用正投影法解决空间几何要素及其相互关系图示、图解的依据,以资提高本门课的教学质量,这还是一种新的尝试。它受到一些图学工作者的关心和支持。我觉得教学改革老停留在方案上空谈不好,贵在实践。提倡“百花齐放、百家争鸣”、勇于探索的精神,让大家在试验、比较中去去粗取精、互相补充、共同提高,才能不断向前发展。

编著者力求把基本内容同生产实践与教学实践结合起来。搜集的大量图例和习题,尽量做到典型、全面,好教、好学。本书可做为培养师资教材和工科院校学生及工程技术人员学习参考之用。

邱 岳

一九八三年二月

于哈尔滨工业大学

绪 言

画法几何学既要研究空间几何要素的点、线、面和几何体在平面上的投影方法及其原理，又要研究在平面上按投影原理，用几何作图方法解决空间的几何问题。因此，画法几何学是一门研究空间几何问题的图示和图解方法及其理论的科学。

在空间，过点 A 引一直线与平面相交于 a 点，则 a 点叫做点 A 的投影，称上述直线为投射射线，平面为投影面。如投射射线互相平行，其投影叫做平行投影；否则叫做中心投影。

平行的投射射线与投影面相交成直角时，称为直角投影；否则称为斜角投影。

直角投影中，分多面与单面直角投影，前者为正投影；后者为标高投影。

轴测投影中，分正轴与斜轴测投影，我国一般采用正等轴测投影、正二等轴测投影和斜二等轴测投影三种。它们分别简称为正等测、正二测和斜二测。

透视投影，则属于中心投影。

在互成直角的投影面体系中，投射射线互相平行，且与各投影面垂直正交的投影，叫做正投影 (*Orthogonal Projection*)。

用正投影的方法，与直角投影面的形式绘制的平面图样，叫做正投影图。

正投影图是工程中使用最广泛的一种图样。

本书只研究正投影图。投影的分类，请参阅附表1。

目 录

绪 言

第一章 点

第一节 点在正立与水平二投影面体系中的正投影	1
1. 二投影面 $\frac{V}{H}$ 体系的组成	1
2. 点在 $\frac{V}{H}$ 体系中的正投影规律	2
3. 点的同分角内不同位置的正投影特性	3
4. 点的二投影图的画法与读法	4
5. 例 题	5
第二节 点在正立、水平以及侧立三投影面体系中的正投影	6
1. 三投影面 $\frac{V}{H} \frac{W}{H}$ 体系的组成	6
2. 第一角法与第三角法正投影图的比较	6
3. 点在 $\frac{V}{H} \frac{W}{H}$ 面体系中的正投影规律	7
4. 点的直角坐标与点在各卦角内的正投影特性	8
第三节 点的正投影定理及其性质	11
1. 点的正投影定理	11
2. 点的正投影性质	11
3. 例 题	12
习题一	15

第二章 直 线

第一节 直线的正投影定理及其性质	17
1. 直线的正投影定理	17
2. 直线的正投影性质	18
3. 例 题	21
第二节 直线的迹点及其正投影性质	22
1. 迹点的概念	22
2. 迹点的正投影性质	22
3. 求迹点的作图方法	23

4 例 题	24
第三节 直角三角形法求作线段的实长及其对投影面的倾角的作图	25
1. 空间直线段与其正投影的几何关系	25
2. 求线段实长与其对投影面的真倾角	26
3. 直角三角形法的作图	27
4. 例 题	27
第四节 相关二直线的正投影定理及其性质	28
1. 相交二直线的正投影定理	28
2. 平行二直线的正投影定理	29
3. 相错二直线的正投影定理	30
4. 重影点的正投影性质	31
5. 直角的两投影定理	32
6. 例 题	33
习题二	34

第三章 平 面

第一节 平面的表示法及其正投影定理	37
1. 用一组几何要素表示平面	37
2. 用平面的迹线表示平面	37
3. 平面的正投影定理	39
4. 例 题	39
第二节 各种不同位置平面的正投影性质	41
1. 垂直面	41
2. 平行面	41
3. 倾斜面	44
4. 轴平面	44
5. 锐角平面与钝角平面	45
6. 平面的正投影性质	46
7. 例 题	46
第三节 平面上的直线或点的正投影定理及其性质	47
1. 平面上的直线的正投影定理	47
2. 平面上的直线迹点的正投影定理	48
3. 平面上的直线的正投影性质	48
4. 平面转换的正投影性质	50
5. 平面上的最大斜度线的正投影性质	51

6. 平面上的点的正投影定理	51
7. 例 题	52
习题三	55

第四章 直线与平面 平面与平面

第一节 关于平行问题	58
1. 直线与平面平行的正投影定理	58
2. 平面与平面平行的正投影定理	58
3. 例 题	59
第二节 关于相交问题	62
1. 直线与平面相交的正投影定理及其性质	62
2. 例 题	63
3. 关于可见性问题	65
4. 平面与平面相交的正投影定理及其性质	66
5. 例 题	70
第三节 关于垂直问题	73
1. 直线与平面垂直的正投影定理	73
2. 二直线或二平面垂直的正投影的推论	74
3. 例 题	75
第四节 综合例题	77
1. 求二直线间的距离	77
2. 求二平面间的夹角	79
3. 综合题	80
习题四	83

第五章 投影变换

第一节 换面法	91
1. 点, 换面的正投影变换性质及其作图	91
2. 一次换面的作图	92
3. 例 题	94
4. 二次换面的作图	95
5. 例 题	96
第二节 旋转法	101
1. 点, 旋转的正投影变换性质及其作图	101
2. 直线与平面绕垂直轴旋转的规则	103

3. 直线与平面绕垂直轴旋转的正投影性质	104
4. 直线与平面绕垂直轴旋转的作图	105
5. 直线与平面绕平行轴旋转的作图	108
6. 例 题	109
第三节 重合法	111
1. 重合法作图及例题	111
2. 同题多解作法比较	113
3. 复位法及例题	116
习题五	116

第六章 曲线与曲面

第一节 曲线概述	122
1. 曲线的有关基本概念	122
2. 曲线的正投影定理	122
3. 曲线的绘图及其伸直	123
第二节 圆锥曲线	124
1. 圆与椭圆的正投影性质	125
2. 圆在倾斜面上的作图	127
3. 双曲线与抛物线的正投影性质	128
第三节 螺旋线	129
1. 圆柱螺旋线及其正投影性质	130
2. 圆锥螺旋线及其正投影性质	130
3. 圆柱或圆锥螺旋线的作图	131
第四节 曲面概述	131
1. 曲面的有关基本概念	131
2. 曲面的分类及其表示法	132
3. 曲面上的线或点的正投影定理	133
第五节 回转曲面	134
1. 回转曲面的正投影性质	134
2. 柱面与锥面及其作图	134
3. 球面与环面及其作图	136
4. 单叶双曲回转面的作图	137
第六节 螺旋曲面	138
1. 螺旋曲面的正投影性质	138
2. 螺旋曲面的作图	140

3. 螺 纹.....	141
第七节 平行平导面曲面.....	143
1. 柱状面.....	143
2 锥状面.....	144
3. 双曲抛物面.....	144
习题六.....	145

第七章 截断与展开

第一节 截断与展开的作图.....	147
1. 截断的作图.....	147
2. 展开的作图.....	148
第二节 基本几何体.....	148
1. 立体的有关基本概念及其正投影性质.....	148
2. 棱锥体与棱柱体的作图及例题.....	149
3. 圆锥体与圆柱体的作图及例题.....	153
4. 立体表面上取点与线的基本方法及例题.....	154
第三节 平面立体的截断与展开.....	157
1. 求作棱锥体截断面的正投影及其实形.....	157
2. 求作棱锥体的表面展开.....	159
3. 求作棱柱体截断面的正投影及其实形.....	160
4. 求作棱柱体的表面展开.....	161
5. 例 题.....	163
第四节 曲面立体的截断与展开.....	165
1. 求作圆锥体截断面的正投影及其实形.....	166
2. 求作圆锥体的表面展开.....	167
3. 求作圆柱体截断面的正投影及其实形.....	168
4. 求作圆柱体的表面展开.....	169
5. 例 题.....	170
6. 求作球体截断面的正投影及其实形 例题.....	173
7. 求作球体的表面展开.....	175
习题七.....	177

第八章 贯穿与相贯

第一节 贯穿与相贯的作图.....	183
1. 贯穿点的作图.....	183

2. 相贯线的作图.....	184
第二节 直线与立体贯穿	184
1. 求作直线与平面立体的贯穿点.....	184
2. 例 题.....	185
3. 求作直线与曲面立体的贯穿点.....	186
4. 例 题.....	190
第三节 二平面立体相贯	192
1. 概 述.....	192
2. 求作二平面立体相贯线的一般方法与步骤.....	193
3. 例 题.....	194
第四节 二曲面立体相贯	197
1. 概 述.....	197
2. 求作二曲面立体相贯线的几种方法与步骤.....	197
3. 例题与讨论.....	199
第五节 平面立体与曲面立体相贯	206
1. 概 述.....	206
2. 例 题.....	206
习题八	207

第一章 点

点是个抽象的概念，只有位置，没有大小，且不能再分割。点是构成形体的最基本的几何要素。

【公理1】

空间任意一个点的正投影图，仍然是一个点。

第一节 点在正立与水平二投影面体系中的正投影

1. 二投影面 $\frac{V}{H}$ 体系的组成

$\frac{V}{H}$ 二投影面体系是由垂直相交于投影轴 ox 的水平投影面 H 和正立投影面 V 组成。

投影轴 ox ，将 V 面分成上和下两个半面，而整个空间则被分为四个直二面角，将每个直二面角的空间，称为一个分角。

按顺序由前上方，后上方，后下方，前下方排列，依次编号称为第 I、第 II、第 III、和第 IV 分角。见(图 1)。

使两个互为垂直的投影面，成为一个平面时，规定是以二投影面的交线 ox 为轴，使正立投影面 V 不动，水平投影面 H 的前半面向下回转与正立投影面的下半面重合成一个平面，而水平投影面的后半面，同时向上回转与正立投影面的上半面相重合。见(图 2)。

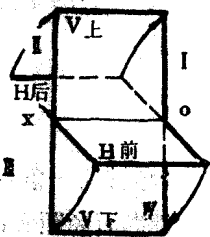


图 1

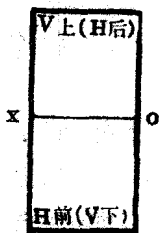


图 2

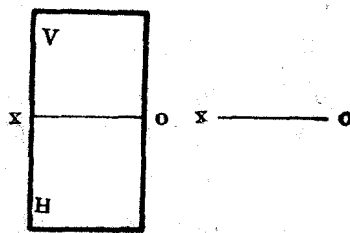


图 3

图 4

在二投影面 $\frac{V}{H}$ 体系中，将物体放在第一分角内作正投影图时，它在正立投影面上

的正投影,叫正面投影,位于投影轴 ox 的上方;水平投影面上的正投影,叫水平投影,位于 ox 轴的下方(图3)。去掉投影面边框(图4)。如将物体放在第三分角内作正投影图时,其正面与水平二投影的位置正好相反(图5)。用第二、第四分角时,如(图6、7)。

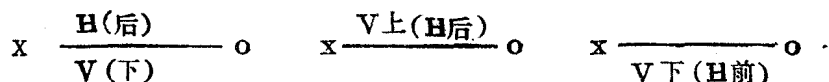


图 5

图 6

图 7

2. 点在 $\frac{V}{H}$ 体系中的正投影规律

在研究几何要素的投影关系时,为了区别空间点和它的投影,在标法上规定用拉丁文大写字母 $A、B、C、D、E、F、\dots$ 表示空间点,用对应的小写字母 $a、b、c、d、e、f、\dots$ 表示其水平投影;用 $a'、b'、c'、d'、e'、f'、\dots$ 表示其正面投影。

如已知点 A 位于第一分角内,作该点的二投影时,则过 A 点引一 H 面与 V 面的垂线,得垂足 a 和 a' , a 和 a' 则为点 A 的正投影图(图8、9)。

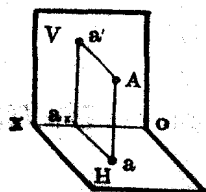


图 8

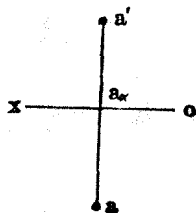


图 9

(注意:图8是第二测图,按规定 Aa' (aa_x) 画成实际距离的一半,故图9中, aa_x 应还原,下同。)

因为这时投射线 Aa 和 Aa' 构成一平面 $Aaa'a'$, 此平面同时垂直于 H 面和 V 面,因而也垂直于二平面的交线 ox 轴。又,此平面与二投影面是沿直线 aa_x 和 $a'a_x$, 在 a_x 处相交并垂直于 ox 轴的。

所以,投影面展开时,位于各投影面上的直线 aa_x 和 $a'a_x$, 仍然保持在点 a_x 处垂直于 ox 轴。即投影图上的 $a、a_x、a'$ 三点共线。即 $aa' \perp ox$ 。

同时,还可以看出 $a'a_x = Aa$, $aa_x = Aa'$ 。

为此,点在 $\frac{V}{H}$ 二投影面体系中的正投影规律是:

- (1) 一个点的正面与水平的二投影,同位于垂直于 ox 投影轴的一条直线上。
- (2) 一个点的正面投影到 ox 轴的距离,反映该点到水平投影面的距离;它的水平投影到 ox 轴的距离反映该点到正立投影面的距离。这一规律也适用于 II、III、IV 等分角内的点。

3. 点的同分角内不同位置的正投影特性

空间某一点对于投影面 V 和 H 的位置,可分一般位置与特殊位置两类九种情形。其正投影特性如下:

(1) 一般位置的点

某一点,可能位于四个分角中的某一部分空间。这类有四种情况。见(图10、11)。

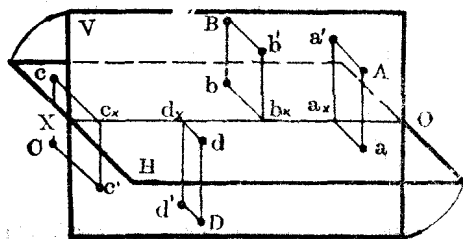


图 10

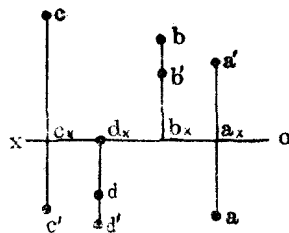


图 11

从上图中可以看出:

① 第I、第III奇数分角内的 A 点和 C 点的二投影是分别位于 ox 轴的两边。

第I分角内 A 点的正面投影 a' 高于 ox 轴,而水平投影 a 则低于 ox 轴。相反,第III分角内, C 点的正面投影 c' 却低于 ox 轴,而水平投影 c 则高于 ox 轴。

② 第II和第IV偶数分角内的 B 点和 D 点的二投影是位于 ox 轴的一边。

第II分角内 B 点的二投影都位于 ox 轴的上方,而第IV分角内 D 点的二投影却位于 ox 轴的下方。

(2) 特殊位置的点

某一点,可能位于投影面 V 或 H 的某一半平面上,或位于二投影面上。这类有五种情况。见(图12、13)。

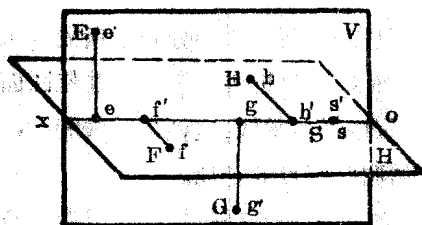


图 12

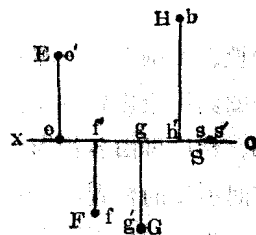


图 13

① 位于一投影面上的点,与投影面同名的投影和该点本身重合;另一投影在投影轴 ox 上。

② 位于二投影面上(即投影轴上)的点,其二投影与该点本身均在投影轴 ox 上。

具体说:

A、点在正立投影面上,则点的水平投影位于 ox 轴上,而正面投影与被投影的点本身相重合。

点若在正立投影面的上半平面时,正面投影与点本身重合于 ox 轴上方;点在正立投影面的下半平面时,正面投影与点本身重合于 ox 轴的下方。

B、点在水平投影面上,则点的正面投影位于 ox 轴上,而水平投影与被投影的点本身相重合。

点若在水平投影面的前半平面时,水平投影与点本身重合于 ox 轴的下方;点在水平投影面的后半平面时,水平投影与点本身重合于 ox 轴的上方。

4. 点的二投影图的画法与读法

根据点的上述投影规律及其投影特性,如果已知空间点的位置就可以画出它的正投影图;又如已知点的正投影图,也可以找出它的空间位置。

(1) 投影图的画法

作图步骤大致可分为:

① 在图纸的适当位置画一条水平线段,作为 ox 轴,并在此轴上从 o 点向左取一点 a_x ,此点至 o 点间的距离,在 $\frac{V}{H}$ 体系的作图中,暂不考虑。

② 过 a_x 画 ox 轴垂线的延长线。

③ 在所作的垂线延长线上,从 a_x 向上量取线段 $\overline{a_x a'}$,使其等于空间 A 点距离 H 面的高度,所得的 a' 点就是 A 的正面投影。

④ 在所作的垂线延长线上,从 a_x 向下量取线段 $\overline{a_x a}$,使其等于空间 A 点距离 V 面的深度。所得的 a 点就是 A 的水平投影。

(2) 投影图的读法

为了根据投影图确定 A 点在投影面 V 和 H 所构成的分角中所处的正确位置时,就必须假想将这个图面沿投影轴 ox ,使平面 V 和 H 折成为直角,并使图面的下半部成为水平面的前半部。然后再由各投影 a 及 a' ,恢复各垂线。这两条垂线相交,即确定出 A 点在直二面角的空间所处的位置。这种作法叫空间点的还原。

根据各点的投影在投影图中对 ox 轴的各种不同位置,可以判定空间中的点对投影面 V 和 H 所处的位置。

① 若是被投影点的水平投影位于 ox 轴下方,则该点在空间必位于正立投影面的前面。反之,被投影的点的水平投影位于 ox 轴上方,则它位于其后面。

② 若是某一点的正面投影高于 ox 轴, 则该点在空间必位于水平投影面的上方。反之, 低于 ox 轴, 则必位于水平投影面的下方。

③ 若是某一点的二投影中的一个投影位于 ox 轴上, 则该点本身必位于一个投影面上。

点的水平投影位于 ox 轴上, 则该点必在正立投影面上, 反之, 点的正面投影位于 ox 轴上, 则该点必在水平投影面上。

④ 若是某一点的二投影都位于 ox 轴上, 则该点必在两个投影面上, 即在二投影面的交线 ox 轴上。

5. 例 题

【例题 1】已知 A 点距离 V 面为 20, 距离 H 面为 10, 试画出它的二投影图。

【解】(1) 画出 ox 轴线。

(2) 在 ox 轴上任定 a_x 。

(3) 过 a_x 向上作 ox 轴的垂线 $\overline{a'a_x}$ 等于 10; 再向下作垂线 $\overline{aa_x}$ 等于 20。 a' 与 a 即为所求 (图 14)。

【例题 2】根据 1 题的正投影图, 试确定 A 点在空间的位置, 并画出它的直观图。

【解】(1) 因为 A 点到 V 面的距离是由 a 到 ox 轴的距离来测定, A 点到 H 面的距离是 a' 到 ox 轴的距离来测定, 今 $\overline{aa_x}$ 为 20, $\overline{a'a_x}$ 为 10, 所以 A 点至 V 面的距离为 20, A 点到 H 面的距离为 10。

(2) 画直观图时, 先画 ox 轴, 使其与水平方位成 30° , 再画 oz 轴、 oy 轴均与 ox 轴成 60° , 构成 V 面与 H 面, 后画出 A 的直观图。这种直观图叫正等测图 (图 15)。

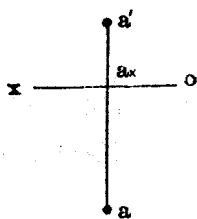


图 14

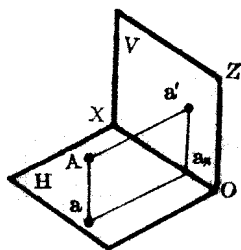


图 15

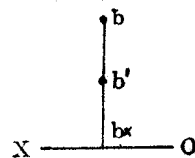


图 16

【例题 3】按下列 B 点的二投影图, 试分析 B 点的空间位置 (图 16)。

【解】(1) 因 b 与 b' 均在 ox 轴上方, 可判定 B 点在第 II 分角内。

(2) 因 $\overline{bb_x}$ 表示 B 点到 V 面的距离, $\overline{b'b_x}$ 表示 B 点到 H 面的距离, 故 B 点到 V 面为 20, 到 H 面为 10。