

金成棣 等编著

638549

结构 静力学

上册

JIE GOU
JING LI XUE

人民交通出版社

5511

8054

5511

8054

T.1

结 构 静 力 学

上 册

金成棣 等编著

人 民 交 通 出 版 社

： 构 静 力 学

上 册

今成棣 等编著

新华书店经售

出版社印刷厂印

开本：850× 2 印张：12.75 字数：325 千

1982年2月 第1版

1982年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—6,700册 定价：2.50元

前 言

本书是我院从事桥梁设计的几位同志根据理论探讨和生产实践中积累的一些经验，合编而成的，它可供从事桥梁、工业和民用建筑方面设计和研究工作的工程技术人员以及有关高等院校的师生学习参考。

本书共分十六章。前六章重点是结构力学的基本知识，以结构组成分析为主题，对静定结构作了全面阐述，对机动分析予以充分重视，在图解静定结构内力时，利用瞬心法概念，对图解法有所发展。在确定弯矩图及挠度图时，除了一般常用方法外，还介绍了差分法，并提出递推公式，避免了解代数方程的繁重工作，使差分法的实际应用得到推广。此外还介绍了考虑混凝土和加载龄期差异的徐变变形与内力重分布计算，对于复杂超静定结构采取差分逐次逼近来分析，使复杂超静定结构徐变分析的手算成为可能。以后各章主要介绍了超静定桁架、连续梁、平面刚架、超静定拱、梁式组合结构、拱式组合结构、斜拉桥等的计算方法，其要点是用强迫位移法作影响线，用双向传播法解典型方程，以及用弹性荷载法或差分法求挠度。掌握了这些方法，就能便利地分析各种类型的结构。在第十四章中介绍了桥梁结构的空（立）体）计算，对不同类型桥梁从方法上作了综合叙述。其中特别提出了我院在推力体系中采用的荷载横向分布新的计算方法，这是金成棣同志根据实际观测的结果，并考虑到推力体系的特点和实际存在的纵向位移的影响，在大家熟知的推广比拟板法的基础上推导出来的。第十五章对杆件体系运用有限单元法来分析作了概括介绍。第十六章介绍了弹性斜薄板计算理论，这是林元培和程为和两位同志研究“构造异性斜板”的部分成果。它是在国内专家推导理论计算公式的基础上发展起来的。由此得出的实际计算

数值是与模型试验的结果十分接近的。这一方法的进一步推广，也可用来分析斜交或正交的变截面梁式桥、连续梁桥等各种体系的内力。

本书大部分内容是由金成棣同志编写的，并由他担任全书的主编。书中介绍了他十余年来从事教学的心得体会和到我院后的设计实践经验。此外参加编写的同志还有程为和写了斜板一章、张介望参加编写连续梁一章、窦文俊参加编写平面刚架一章、顾永良参加编写超静定拱桥一章、王之江参加编写斜拉桥一章。唐畅园绘制部分图表，张迺华、高言洁组织并指导编写工作。

本书的出版系初次尝试，错误在所难免，读者如发现不妥之处，请来信寄上海圆明园路 185 号上海市政工程设计院道桥室。

上海市政工程设计院院长

徐以枋

1979年5月

内 容 简 介

本书详细介绍了杆件结构的计算方法。全书共十六章，分上、下两册。前三章为结构组成分析及静定结构计算的基本原理和方法；四至六章为结构变形及计算超静定结构的力法和位移法；七至十三章为各种形式的桥梁，其中有超静定桁架、连续梁、平面刚架、超静定拱(包括连续拱)、拱式组合结构、梁式组合结构、斜拉桥等的结构分析方法；十四章为桥梁结构空间分析，附有拱设计计算参考用的图表；十五章为杆件结构有限元法；最后一章为斜板内力分析的原理及方法。

本书可供从事桥梁、工业和民用建筑方面设计和研究工作的工程技术人员以及有关高等院校的师生学习参考。

目 录

第一章 结构组成原理	1
第一节 概述.....	1
第二节 平面结构的机动分析.....	3
第三节 平面结构的组成基本规律.....	6
第四节 平面结构的机动位移图及瞬变性的判定.....	18
第五节 计算图式.....	27
第二章 静定平面结构内力分析	33
第一节 静定结构的定义和特征.....	33
第二节 根据静力平衡条件确定约束反力.....	34
第三节 确定静定结构约束反力的几种特殊情况.....	45
第四节 用强迫位移法确定约束反力及机动位移.....	48
第五节 平面实体杆件结构内力图.....	55
第六节 作内力图的近似方法——有限差分法.....	60
第七节 确定静定结构约束反力及内力的图解法.....	70
第八节 几种静定桥梁结构内力分布的基本特征.....	81
第三章 静定结构的反力及内力影响线	96
第一节 荷载分类及其对结构的反力及内力影响.....	96
第二节 影响线的概念.....	97
第三节 根据静力平衡条件作反力、内力影响线.....	98
第四节 机动法作影响线.....	105
第五节 几种静定桥梁结构反力、内力影响线.....	118
第六节 利用影响线确定在 指定荷载下的反力及内力值.....	122
第七节 荷载最不利位置及等代荷载的概念.....	125
第四章 确定位移的原理和方法	131

第一节	外力功	131
第二节	内力功——应变能	134
第三节	虚功原理及功互等关系	138
第四节	位移公式	144
第五节	弹性荷载法计算挠度曲线	149
第六节	有限差分法计算弹性挠度曲线	157
第七节	混凝土结构考虑材料徐变影响的变形计算	169
第五章	力法计算超静定结构	176
第一节	超静定结构的基本知识	176
第二节	力法计算超静定结构的基本概念	179
第三节	典型方程式的简化	181
第四节	典型方程及双向传播法的应用	184
第五节	确定超静定结构的位移	191
第六节	强迫位移对超静定结构的内力及位移的影响	195
第七节	超静定结构的内力及反力影响线	198
第八节	预应力对超静定结构反力及内力的影响	203
第九节	考虑徐变对超静定结构内力的影响	207
第十节	力法用矩阵表示	220
第六章	位移法计算超静定结构	223
第一节	位移法的基本概念	223
第二节	变截面杆件形常数的确定及其修正	232
第三节	基本结构选择及其简化	241
第四节	确定单位约束反力	243
第五节	双向传播法在位移法上的应用	248
第六节	用位移法作影响线	253
第七节	确定由强迫位移引起的内力	259
第八节	位移法用矩阵表示	264
第七章	超静定桁架	269
第一节	概述	269
第二节	超静定桁架计算	270

第三节	超静定桁架内力及反力影响线·····	274
第四节	用第三弦杆加强的多跨连续桁架·····	277
第八章	连续梁·····	318
第一节	概述·····	318
第二节	力法计算连续梁·····	319
第三节	弹性支承连续梁·····	335
第四节	弯矩分配法·····	355
第五节	用位移法计算连续梁的内力及反力影响线·····	359
第六节	连续梁计算实例·····	367

第一章 结构组成原理

第一节 概 述

在桥梁结构力学范畴内研究由梁、柱、链杆所组成的结构，一般称为杆件结构。为了简化计算，把组成结构的材料设想是理想弹性的或弹塑性的，摒弃了与具体所采用的材料的物理——力学性质有关的问题，这样就有可能把结构在荷载、温度等影响下的工作状况（即结构各部分的变形与内力分布）看作仅仅是数量的变化；同时忽略了影响结构工作的一切非本质因素，把实际结构用便于计算的结构计算图式来代表。在杆件结构中我们用杆件轴线来代表杆件，采取弹性模数 E 及剪切模数 G 来表征与材料性质有关的变形特征，采用横截面的面积 F 、惯性矩 I 等来表示几何特征。这样就有可能把结构作为纯粹几何图形来研究。

例如图 1-1 表示一座二铰桁架拱，其各杆件截面的形心连线在图 1-1a) 上用点划线表出，对于这样的结构的计算图式初步表示在图 1-1b) 上，在此用截面形心连线作为计算图式的轴线，当杆件轴线不交于一点时，可以用刚臂（即假设不变形的构件）将有关杆件联系起来。结点 3、4 间引用了一条刚臂。在各结点间的节段赋予一定的几何特征 F, I 。

确定了杆件的计算轴线以后，须进一步确定各杆件间的联接方式，即形成结点的构造。一般结点的构造有两种，铰接与刚接，铰接即各杆件可绕结点中心自由转动；刚接即各杆件间绕结点中心不能相对转动，即结构变形时，汇交于结点的各杆件只有统一的一个转角。实际结构中真正的铰接构造是不多的。但是，当一些细长杆件刚接于一点时，在荷载作用下这些杆件主要承受轴力，因此，仍然可以作为铰接图式来分析，如图 1-1a) 的杆件

0-1, 1-2, 0-2, 0-4等可以近似地作为铰接, 如图 1-1b)所示。

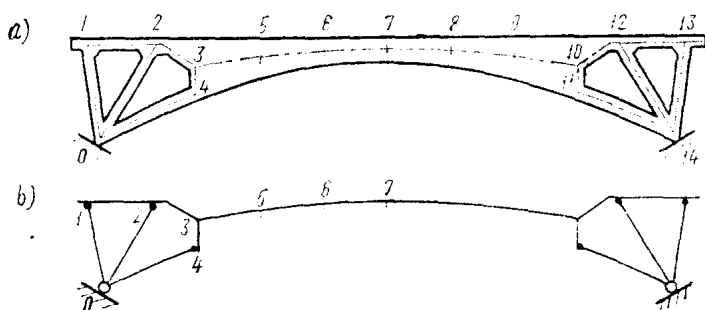


图 1-1

结构力学的任务在于研究这类结构计算图式的组成规律和它在外界影响下的内力分布与变形状况, 以及其间关系。我们知道结构的内力分布和变形状况与结构组成密切相关。在线性弹性系统中, 外界影响的大小仅影响内力与变形值的增减, 却不能改变其分布规律。结构内力分布和变形状况, 首先决定于组成结构的各根杆件, 它们的轴线布置, 即结构的几何图形; 其次决定于杆件截面的几何特征与联接方式。因此, 研究结构组成规律是一项重要任务。

如果我们回顾一下结构力学的发展情况, 就不难发现以往结构力学的任务, 仅局限于分析在生产实践中凭直觉经验创造出来的现成结构, 与研究它在各种影响下的变形与内力。我们从现成结构的分析中逐渐掌握了组成结构的必然规律, 从而使结构力学这门科学发展到一个新的境界。我们有可能根据结构组成规律来创造符合用途的、合理的新结构。因此, 目前阶段结构力学具有双重任务, 一方面研究结构组成的基本规律, 另一方面研究结构在外界影响下的变形和内力的分布, 以及结构组成和变形、内力间的内在关系。

在此必须指出, 结构计算图式既然是从实际结构经过一定简化得来的, 那末, 由此得出的一切结论是否正确, 还必须经过实

践来检验。在桥梁结构中，结构检验以及模型试验都是非常重要的方法，它们是在我们计算中所作的一切简化计算的假设是否正确 的试金石。如果一个设计人员，他对于桥梁结构的了解仅限于结构计算图式，而没有进一步把经过简化了的计算图式最终与实际结构联系起来，那末他所作出的分析、判断就会脱离实际。我们通过桥梁结构力学的研究，掌握了各种桥梁结构的计算方法，但这仅仅是属于共同本质的东西，我们还必须以这种共同认识为指导，深入地去研究与组成结构的具体材料性质有关的一些问题。这样，我们就能够作出正确的判断，即某种结构形式只能适用于这种材料，同样，根据结构组成的基本规律，综合地考虑某种材料本身的特性，以及施工方法与当地条件，就能够创造出符合于它们特殊性质的合理结构。

第二节 平面结构的机动分析

以上曾经指出，杆件结构的计算图式可以看作为纯粹的几何图形，或看作具有一定机动特征的链杆机构，这种机构我们把它称为体系。为了便于分析，我们把空间结构解体为平面结构，在荷载作用下，结构各杆件内力一般按平面结构计算所得结果再乘以计进空间影响的系数，即荷载横向分布系数。对于平面结构（平面体系），如果我们忽略它在荷载作用下材料的弹性变形，它仍能维持原来的形状和位置，这种体系就称为几何不变体系；反之称为可変体系或瞬变体系，前者指形状和位置始终可以变动的结构，后者指形状和位置经过一定的变动后不再变动的结构。显然桥梁结构在组成上必须满足几何不变体系的要求。

结构何以成为不变的或可变的，其关键何在？亦即是结构的组成原则的根据是什么。如果从机械运动的观点来看，桥梁结构可以看成是一个复杂的链杆机构。若体系是几何可变的，则其整体或局部便有某种几何位置改变的自由，体系运动时，可以独立改变的几何参变数的数目称为体系的自由度。我们不难设想，体系

是由若干个自由的平面几何不变的单元——刚片（指能承受弯矩、轴力、剪力的实体杆件，如梁肋，拱肋等）及不与刚片直接衔接的自由结点（指链杆与链杆的联接点，链杆只能承担轴力）用铰和链杆来联接组成的（图 1-2）。其中用铰联接刚片，链杆联

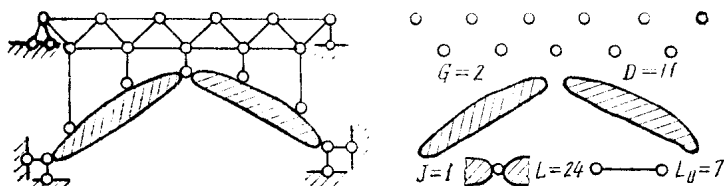


图 1-2

接刚片与刚片及刚片与自由结点，或自由结点与自由结点。刚片和结点力图在平面中运动，它是矛盾的一方面；而联接刚片和刚片，以及刚片和结点的铰和链杆等力图阻止刚片和结点的运动，我们把它称为约束，它们是矛盾的另一方面。由此看来，我们要揭发体系自身中存在的可变性，首先应该去研究矛盾着的双方在数量对比关系上的变化。当刚片和结点运动的自由度总数小于或等于铰和链杆的约束总数时，在一般情况下，体系可能是几何不变的；当刚片和结点运动的自由度总数大于铰和链杆的约束总数时，体系是几何可变的。显然，当刚片和结点运动的自由度总数等于铰和链杆的约束总数时，得体系自由度等于零的条件是体系可变与不可变的分界点。这种数量对比关系可以用公式来表示，设体系的自由度为 Z ，则得到下列关系式：

$$Z = 3G + 2D - 2J - L - L_0 \quad (1-1)$$

式中： G ——不封闭的杆件（或称刚片）的数目，即平面几何不变的单元，一个刚片的自由度等于 3，在图 1-2 所示的结构中，有二个刚片；

D ——结点的数目，它是不与刚片直接接触的铰，由二根以上的链杆联接组成，一个结点在平面中的自由度等于 2，图 1-2 具有 11 个结点；

J ——铰的数目，它用于刚片间的联接，设置一个铰联接二个刚片，增加了二个约束，即减少了二个自由度，这种铰称为单铰。一个铰联接二个以上，如 n 个的刚片时，它增加 $2(n-1)$ 个约束，即减少 $2(n-1)$ 个自由度，这种铰称为复铰。图 1-2 有一个单铰；

L ——链杆的数目，它是两端具有铰的杆件（链杆两端的铰不能计入铰的数目内），用于联接刚片与刚片、刚片与结点、或者结点与结点，设置一根链杆即增加一个约束，亦即减少一个自由度，图 1-2 具有 24 根链杆；

L_0 ——联接体系与基础（地球）的支承链杆的数目，设置一个支承链杆即增加一个约束，亦即减少一个自由度。实际结构有三种支承形式：固定端、铰接端、铰接移动端，它们的图式表示在图 1-3 上。在机动分析时，它们分别相当于三、二、一根支承链杆。

图 1-2 具有 7 根支承链杆。

显然图 1-2 所示的结构，在机动分析时，它的自由度等于：

$$Z = 3 \times 2 + 2 \times 11 - 2 \times 1 - 24 - 7 = -5$$

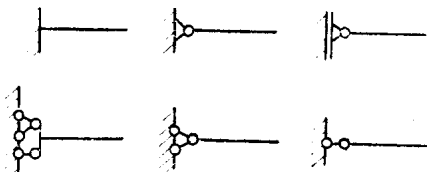


图 1-3

计算表明，该种结构多了 5 个约束，它可能是几何不变的体系。

必须指出，以上公式仅说明了体系可变性所必须遵循的数量关系，当 $Z > 0$ 时，体系肯定是几何可变的；当 $Z \leq 0$ 时，体系满足了几何不变的必要条件，但是当杆件位置布置不当时，体系仍有可能发生几何变形。必要条件只能说明事物变化的普遍性，最后确定事物的运动究竟采取何种形式，还要到具体事物中去找，即研究事物的特殊性，因此，必须研究结构的几何组成，即体系的各部件的几何位置的关系。

最后还要补充一个情况，对于封闭的环状杆件，把它用一个截面割开一个切口，即去除 3 个约束，它仍能维持本身的几何形状，一个封闭的环状杆件相当于其内部多设置了 3 根链杆，因此在计算体系的自由度时，应当把这种内部多余的约束考虑在内。

例题 1-1 计算图 1-4 所示体系的自由度。

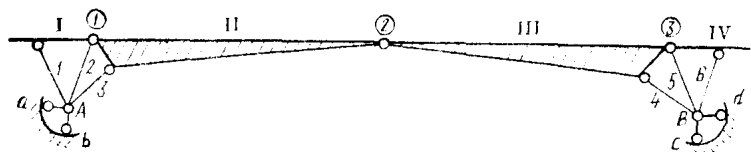


图 1-4

由图 1-4 看出，其中计有：

刚片 $G=4$ ，即 I、II、III、IV；

不与刚片直接联接的铰，即结点 $D=2$ ，计 A 与 B 两个点；

联接刚片的单铰 $J=3$ ，即 ①、②、③；

联接刚片与结点的链杆 $L=6$ ，即 1、2、3、……6；

支承链杆 $L_0=4$ ，即 a、b、c 及 d。

根据公式 (1-1) 得到：

$$Z = 3 \times 4 + 2 \times 2 - 2 \times 3 - 6 - 4 = 0$$

由计算确定体系满足几何不变的必要条件。

在此必须指出，运用公式 (1-1) 计算体系自由度时，必须分清铰 (J) 与结点 (D) 的区别，铰指刚片与刚片之间存在的联系约束，而结点是指链杆之间的联接点。而链杆联接到刚片的联接点，既不是结点，又不是铰，无须计算，其作用已在链杆形成的约束中考虑了。因此，我们在计算刚片、结点及铰的数目时，只须擦去链杆，留下孤立的不在刚片上的点即为结点，而刚片与刚片联接的点即为铰。

第三节 平面结构的组成基本规律

我们在上节曾经谈到，体系的自由度等于零或小于零，只是

说明体系满足了几何不变的必要条件，但是，最后肯定它是否几何不变，或者可变，还须进一步从图形上去研究它的组成，即研究刚片、结点与铰和链杆的几何位置关系，它们应该成为具体结构所以能够存在的根据。因此，首先须弄清结构组成的基本规律，进一步具体地分析各种结构的组成原则。这不仅有助于根据组成原则构造新结构，而且也有助于分析具体结构的内力和反力。以下将局限于研究自由度等于零的体系，因为它是结构组成的基础。

我们毫不怀疑地可以断定：三角形是几何不变的最基本图形。经研究证明，只须将结构各组成部分经一系列变换，而不改变它的机动特征，就可以把一切平面几何图形($Z=0$)的归结为三角形。因此研究结构的组成规律，必须从最基本的三角形出发，将它的每一边赋予组成上的意义，即它们代表链杆或刚片等，就可以得到各类结构的组成规律。

一、简单结构

由基础上的二个结点出发，用不在一直线上的二根链杆联接成一个新结点（图 1-5），图上结点 1，2 为出发点，这样依次组成的结构称为简单结构。由于它满足三角形组成的基本规律，其内部不变。

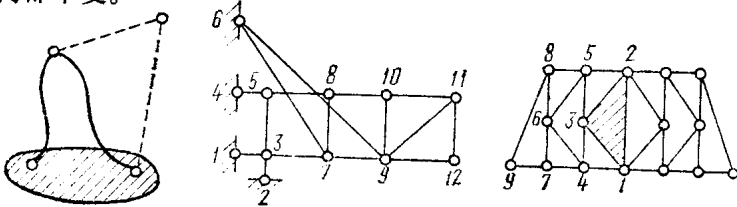


图 1-5

如用在一直线上的二根链杆联接成一结点（图 1-6），这样组成的结构将是瞬变的或常变的，由于链杆绕结点 1，2 运动时，在结点 3 具有公

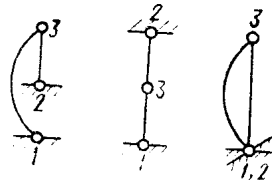


图 1-6

切线，说明其位置仍有微小变动的可能。

二、联合结构

二个刚片用三个不交于一点的约束联接，其内部不变（图1-7），这类结构称为联合结构。约束是指阻止刚片或结点间运动的联接件，一个约束消灭一个自由度，三个约束其中可以是一个铰一根链杆，或者三根链杆。二

根链杆同时联接二个刚片，它们相当于一个铰的作用。在机动特征上铰是二个刚片相对转动中心，其位置固定不变；二根链杆

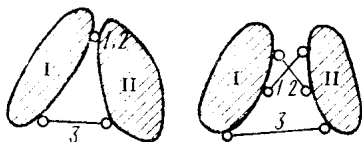


图 1-7

的交点是二个刚片相对转动的瞬心，其位置随着运动而改变。

在图1-8中表示了几种联合结构的例子。其中图1-8a)是以简单结构的组成规律组成的二个刚片(I、II)，再以一个铰(1,2)及一根链杆组成联合结构。它与地球用三根不交于一点的链杆来联接，符合联合结构组成规律。从此看出，一个平面结构固定到地球上至少要设置三个约束。图1-8b)内部可以看成简单结构，也可以看成联合结构，二个刚片(I、II)用三根链杆联接。图1-8c)表示一根悬臂柱(I)固定在地球上，固定端相当于三个约束，另有纵梁(II)用一个铰(1,2)及一根链杆(3)联接，在此，按联合结构组成规律依次联接而组成斜拉索桥梁结构。

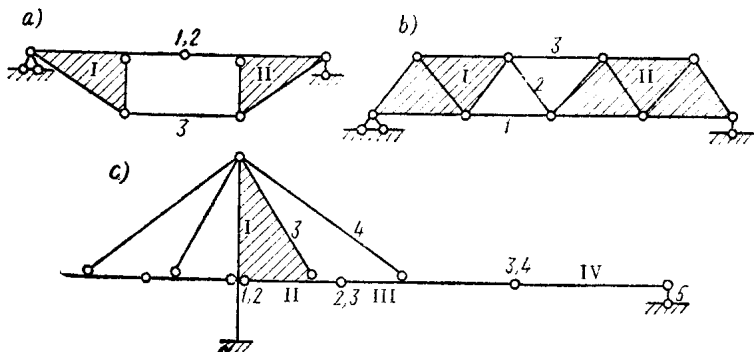


图 1-8