·根据人教社最新教材同步编写·

·新教材·

完全解读

WANQUAN JIEDU

与最新教材完全同步

重点难点详尽解读

初2数学 上

主　　编：胡国华

分册主编：程时贵

吉林人民出版社

·根据人教社最新教材同步编写·

·新教材·

完全解读

WANQUAN JIEDU

初2数学 上

主　　编：胡国华

分册主编：程时贵

编　　者：饶国华　马永军　张凤玲　张少华　江建华
程时贵　刘　雄　田华军　甘小兵　张胜友
黄次元　韩恩莉　陈　蓉　徐秋蓉　熊建武
高登芳　张绪文　殷满元　高智军　李清华
江　波　吴秋玲　卢鲲鹏　匡利人　廖丽芳
钟新华　徐世运　余　丹　胡春阳　许安珠
谢　波

(吉)新登字 01 号

新教材完全解读·初二数学·上

吉林人民出版社出版发行(中国·长春人民大街 4646 号 邮政编码:130021)
网址:www.jlpph.com 电话:0431－5678541

主 编 胡国华 分册主编 程时贵
责任编辑 张长平 王胜利 封面设计 魏 晋
责任校对 梁 叶 版式设计 王胜利

印刷:北京市人民文学印刷厂
开本:880×1230 1/32
印张:8.625 字数:307 千字
标准书号:ISBN 7-206-02586-2/G·1403
2003 年 5 月第一版 2003 年 5 月第一次印刷
印数:1—15000 册 定价:10.80 元

出版说明

对教材内容的学习，不能完全依赖教师的讲授，而应充分发挥学生的学习主动性；知识，让学生主动地去探求；技能，让学生主动地去习得。将教材内容的结构体系、知识要点、重点难点进行完全解读，让学生去钻研，让学生去领悟，让学生在学习中学会学习。“会学”比“学会”更重要。

《新教材完全解读》系列丛书就是立足于上述理念，由华中师大一附中、黄冈地区中学及孝感高中的全国著名特高级一线教师联袂编写的。

《新教材完全解读》系列丛书根据最新人教版初高中教材编写，紧扣新大纲，结合新考纲，全面、系统地解析教材，具体地指导学习方法，是供学生同步自学的参考用书。

丛书编写的体例为：

〔**本章视点**〕和〔**单元视点**〕：根据各学科特点，分别按“章”或“单元”编写。指出本章或本单元在教材中的地位，交待本章或本单元的知识结构体系，指明学习的重点和难点，并具体指导学习方法。

〔**新课指南**〕：指明本节或本课的学习目的和要求，让学生“心中有数”，能有的放矢地去学习。

〔**教材精讲**〕：本书的主体部分，分以下几个小栏目：

“相关链接”：为学习新课作准备，提供学习新课必需的相关资料，指出与学习“新”知识相关的“旧”知识，由已知过渡到未知。

“**知识详解**”和“**课文品析**”:“**知识详解**”用于按章节编写教材的学科。全面而系统地讲析教材内容,落实知识点,连成知识线,组成知识面,结成知识网。突出重点,突破难点,抓住关键点,注重能力点。“**课文品析**”用于按课编写教材的学科。采用分栏品析的形式,帮助学生明确主旨,理清思路,品味语言。

〔**典例剖析**〕:用于按章节编写教材的学科。紧扣考纲,按照中考、高考题型精选经典例题,作详细解析,明确解题思路,总结解题方法。

〔**课堂小结**〕:归纳本节或本课的知识要点,形成知识体系,加深对课堂知识的掌握程度,为课外学习打下扎实的基础。

〔**习题全(选)解**〕:对课后习题逐题精讲,明确解题思路,给出参考答案,分析解题步骤,总结解题规律。

〔**课外鉴赏**〕:用于语文学科。结合语文读本或其他与课文同类的文章,按中、高考阅读题形式命题,意在进行阅读能力的迁移训练。

〔**章末总结**〕和〔**单元总结**〕:对各章或各单元的知识结构和能力体系进行归结整理,帮助学生系统地巩固知识,有效地提高能力。

〔**资料卡片**〕:介绍与教材相关的轶闻趣事、人物介绍、时代背景、前沿科研成就等,激发学生的学习兴趣。

教是为了不须要教。有《新教材完全解读》系列丛书在手,如同把名师请到了身边,手把手教你自学。变被动学习为主动学习,从学会升华到会学,通过自学培养终身学习的能力。

愿《新教材完全解读》系列丛书成为你迈向成功之路的金桥。

吉林人民出版社综合室

目　录

代数部分

第 8 章　因式分解 …… (1)
8.1　提公因式法 …… (2)
8.2　运用公式法 …… (14)
8.3　分组分解法 …… (26)
章末总结 …… (42)

第 9 章　分　式 …… (60)
9.1　分　式 …… (61)
9.2　分式的基本性质 …… (65)
9.3　分式的乘除法 …… (73)
9.4　分式的加减法 …… (84)
9.5　含有字母系数的一元一次方程 …… (96)
9.6　探究性活动：a=bc 型数量关系 …… (96)
9.7　可化为一元一次方程的分式方程及其应用 …… (105)
章末总结 …… (119)

几何部分

第 3 章　三角形 …… (140)
3.1　关于三角形的一些概念 …… (141)
3.2　三角形三条边的关系 …… (147)
3.3　三角形的内角和 …… (152)
3.4　全等三角形 …… (161)
3.5　三角形全等的判定(一) …… (166)
3.6　三角形全等的判定(二) …… (174)
3.7　三角形全等的判定(三) …… (179)

3.8 直角三角形全等的判定 …………………………… (186)
3.9 角的平分线 ………………………………………… (192)
3.10 基本作图 ………………………………………… (197)
3.11 作图题举例 ……………………………………… (202)
3.12 等腰三角形的性质 ……………………………… (207)
3.13 等腰三角形的判定 ……………………………… (217)
3.14 线段的垂直平分线 ……………………………… (225)
3.15 轴对称和轴对称图形 …………………………… (230)
3.16 勾股定理 ………………………………………… (236)
3.17 勾股定理的逆定理 ……………………………… (240)
章末总结 ……………………………………………… (249)

第8章 因式分解

本章视点

一、本章在教材中的地位

因式分解是多项式中最基本的知识和最基本的方法，它包括因式分解的有关概念；整式乘法与因式分解的区别和联系．因式分解有三种方法：提公因式法、运用公式法和分组分解法．

二、本章的内容组成及相互联系

多项式因式分解是代数中的重要内容，它与前一章整式和后一章分式联系极为密切．因式分解是在整式四则运算的基础上进行的，因式分解方法的理论依据就是多项式乘法的逆变形．因式分解在根式化简、解方程以及函数等方面也经常用到．可以说，因式分解的思路和方法始终贯穿在代数变换中，它是一种重要的恒等变形．随着数域的扩充，对因式分解的最后结果的要求也不同，这需要在今后的学习中不断完善，并且随着知识的增加，还要逐渐再学习因式分解的其他方法．总之，这部分内容对今后的学习有着直接的影响，一定要牢固掌握．

三、本章重点、难点及关键

本章的重点是因式分解的三种方法；难点是因式分解的三种基本方法的灵活运用和解题技巧的掌握．

四、学法指导

因式分解是整式乘法的逆变形，学习时要紧紧抓住这一关键，采用对比的方法，从多项式乘法出发，根据相等关系，得出因式分解的公式和方法．

8.1 提公因式法

新课指南

1. 重点是能够用提公因式法把多项式进行因式分解.

2. 难点是正确理解因式分解的意义及它与整式乘法的区别和联系.

教材精讲

➡相关链接

1. 整式：单项式和多项式统称为整式.

2. 单项式：像 $4x,ab,x^3,-m$ 等，它们都是数与字母的积，这样的代数式叫做单项式，单独一个数或一个字母也是单项式.

3. 多项式：几个单项式的和叫做多项式. 如 $a+b,4x-5,x^2+2x-1$ 等.

4. 整式的乘法

(1)单项式与单项式相乘

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同的字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

(2)单项式与多项式相乘

单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加，例如：

$m(a+b+c)=ma+mb+mc.$

(3)多项式与多项式相乘

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加，例如：

$(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn.$

5. 分配律

一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加. 例如：

$m(a+b)=ma+mb.$

6. 去括号法则

括号前是"+"号的，把括号和它前面的"+"号去掉，括号里的各项都不改变符号；括号前是"-"号的，把括号和它前面的"-"号去掉，括号里的各项都改变符号.

7. 添括号法则

括号前面是"+"号的，括到括号里的各项都不改变符号；括号前面是"-"号

的，括到括号里的各项都改变符号.

8. 幂的运算性质

(1)同底数幂相乘，底数不变，指数相加，例如 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

(2)同底数幂相除，底数不变，指数相减，例如 $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

(3)幂的乘方，底数不变，指数相乘，例如$(a^m)^n = a^{mn}$.

(4)积的乘方，等于每个因式分别乘方，例如$(ab)^n = a^n \cdot b^n$.

【注意】 幂的运算性质公式不仅要会正用，而且还必须熟练掌握它的逆用. 例如：$a^3 = a \cdot a^2$，$a^6 = (a^3)^2 = (a^2)^3$，$4a^2 = 2^2 \cdot a^2 = (2a)^2$ 等等.

➡知识详解

知识点 1　因式分解的意义

我们在小学数学中曾学过，因数分解与整数乘法正好相反.

例如：$4\times5\times6=120$；　　①

$120=4\times5\times6$.　　②

这里的①是整数乘法；②是因数分解.

与此类似，因式分解与整式乘法也正好相反. 所谓“相反”，是指两种变形过程互逆，两种变形的条件、结果正好相反.

例如：$a(x+y+z)=ax+zy+az$；　　③

$(x+m)(x+n)=x^2+(m+n)x+mn$；　　④

$ax+ay+az=a(x+y+z)$；　　⑤

$x^2+(m+n)x+mn=(x+m)(x+n)$.　　⑥

这里的③和④是整式乘法——由积的形式变为和的形式；⑤和⑥是因式分解——由和的形式变为积的形式.

因式分解的定义：把一个多项式化为几个整式的积的形式，这种式子变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式分解因式.

理解因式分解定义时，应注意以下几个要点：

(1)因式分解专指多项式的恒等变形. 即等式的左边必须是多项式.

例如：$8m^2n=4mn\cdot2m$，$\frac{a+1}{a}=\frac{1}{a}(a+1)$等，都不是因式分解.

(2)因式分解的结果必须是几个整式的积的形式.

例如：$2x+2y+3z=2(x+y)+3z$，$1-\frac{1}{x}=\frac{1}{x}(x-1)$等，都不是因式分解.

(3)因式分解与整式乘法互为逆变形.

例如：$(3x-2)(3x+2)=9x^2-4$，$2(x+y+z)=2x+2y+2z$，$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ 都是整式乘法，反过来，$9x^2-4=(3x-2)(3x+2)$，$2x+2y+2z=2(x+y+z)$，$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$ 都是因式分解.

例如：下列由左到右的变形中，哪些是因式分解？哪些不是？

(1)$m(x-y)=mx-my$；

(2)$a^2-16+3b=(a+4)(a-4)+3b$；

(3)$a^2-2ab=a(a-2b)$.

因式分解是把一个多项式分解成几个整式的积的形式.第(1)题是乘积的形式化成和的形式，故不是因式分解；第(2)题的左边是个多项式，而右边却不是整式积的形式，所以也不是因式分解；第(3)题的左边是多项式，右边是两个整式的积，所以它是因式分解.

知识点2　提公因式法

(1)公因式

例如：多项式 $2ab^2c+8a^3b$ 中的第一项 $2ab^2c=2ab\cdot bc$，第二项 $8a^3b=2ab\cdot 4a^2$，这两项中都含有因式 $2ab$，那么 $2ab$ 就是这个多项式的公因式.但在多项式 $ma-mb+c$ 中，虽然 m 是第一、二两项的公因式，但不是第三项的因式，所以 m 不是多项式 $ma-mb+c$ 的公因式.

一个多项式各项都含有的公共的因式叫做这个多项式各项的公因式.

(2)确定公因式的方法

例如：指出多项式 $4x^2y^3z-12x^3y^4$ 中各项的公因式.

系数 4 和 12 的最大公约数是 4，相同字母有 x,y；相同字母 x 的最低次幂是 2，相同字母 y 的最低次幂是 3.因此，公因式是 $4x^2y^3$.

说　明

公因式系数的“＋”、“－”号，一般由首项来决定，本例的首项符号为“＋”号.

确定一个多项式的公因式时，要对数字系数和字母分别进行考虑：

(1)对于数字系数，如果是整数系数，取各项系数的最大公约数作为公因式的系数.

(2)对于字母，需考虑两条：一条是取各项相同的字母；另一条是各相同字母的指数取其次数最低的.

(3)提公因式法

一般地，如果多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提到括号外面，将多项式写成因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

例如：$8m^2n^2z-12m^3n^3=4m^2n^2(2z-3mn)$.

【注意】　分配律是提公因式法的依据，提公因式法实质是分配律的“逆用”，即 $m(a+b+c)\underset{\text{提公因式法}}{\overset{\text{乘法分配律}}{\rightleftharpoons}}ma+mb+mc$.

(4)提公因式法的方法步骤

例如：分解因式 $4x^2y^2z-12x^3y^4$，提公因式 $4x^2y^2$ 时，用 $4x^2y^2$ 分别去除原多项式中的每一项，得 $(4x^2y^2z\div 4x^2y^2-12x^3y^4\div 4x^2y^2)=z-3xy^2$，即 $4x^2y^2z-$

$12x^3y^4=4x^2y^2(z-3xy^2)$.

提公因式法分解因式的一般步骤:第一步,先找出公因式;第二步,提公因式并确定另一个因式,提公因式时,可用原多项式除以公因式,所得的商即是提出公因式后所剩下的另一个因式,也可用公因式去除原多项式中的每一项,求得剩下的另一个因式.

例如:把下列各式分解因式:

(1)$3x^2-6xy+x$;

(2)$-4m^3+16m^2-26m$.

因为多项式 $3x^2-6xy+x$ 的公因式是 x,$(3x^2-6xy+x)\div x=3x-6y+1$,所以(1)式因式分解的结果是 $x(3x-6y+1)$;因为 $-4m^3+16m^2-26m$ 的公因式为 $-2m$,$(-4m^3+16m^2-26m)\div(-2m)=2m^2-8m+13$,所以(2)式因式分解的结果是 $-2m(2m^2-8m+13)$.

【注意】 (1)“1”作为某项的系数通常省略不写,但单独成一项时,它在因式分解时不能被漏掉.如(1)中的因式 $(3x-6y+1)$ 不能写成 $(3x-6y)$.

(2)分解必须彻底,即在指定的范围内必须分解到不能再分解为止,如多项式 $-4m^3+16m^2-26m$ 因式分解的结果是 $-2m(m^2-8m+13)$,而不是 $-m(4m^2-16m+26)$,不要忘记提取各项系数的最大公约数.

(3)多项式的第一项系数是负数时,一般要提出“-”号,使括号内的第一项的系数是正的,在提出“-”号时,多项式的各项都要变号.

典例剖析

➡基础题

例1 下列由左到右的变形中,哪些是因式分解?哪些不是?

(1)$a(x+y)=ax+ay$;

(2)$x^2+2xy+y^2-1=x(x+2y)+(y+1)(y-1)$;

(3)$x^2-y^2-1=(x+y)(x-y)-1$;

(4)$xy-x-y+1=xy\left(1-\frac{1}{y}-\frac{1}{x}+\frac{1}{xy}\right)$;

(5)$ax^2-9a=a(x+3)(x-3)$.

【分析】 (1),(2),(3)的右边都不是整式乘积的形式,所以它们都不是因式分解.其中(1)是乘法运算;(4)虽然分解成了积的形式,但其中一个因式 $\left(1-\frac{1}{y}-\frac{1}{x}+\frac{1}{xy}\right)$ 不是整式,所以(4)也不是因式分解;只有(5)的右边是因式乘积的形式,并且左边是多项式,所以(5)是因式分解.

解:(1),(2),(3),(4)不是因式分解,(5)是因式分解.

说 明

(1)因式分解的结果必须是积的形式.

(2)因式分解是针对多项式而言的,被分解的是多项式,分解的结果应该是整式的积的形式.

➡综合题

例2 用提公因式法分解因式:

(1)$3a^3-6a^2+12a$;　　(2)$2x^3y^4-10x^2y^3+2x^2y^2$;

(3)$a^3bc^3+2a^2b^2c^2-3a^2b^3c$;　　(4)$-3a^{n+2}+2a^{n+1}-7a^n$.

【分析】 用提公因式法分解因式的关键是准确找出多项式各项的公因式,而公因式必须是多项式各项系数的最大公约数与各项都含有的字母的最低次幂的积:(1)题中的公因式是$3a$;(2)题中的公因式就是第三项$2x^2y^2$,要注意该项在提取了公因式以后应该用"1"来顶替它原来的位置,切不可把"1"漏掉;(3)题中的公因式是a^2bc;(4)题中第一项有"—"号,一般都将"—"号随公因式一起提出,即提出$-a^n$.

解:(1)$3a^3-6a^2+12a=3a(a^2-2a+4)$;

(2)$2x^3y^4-10x^2y^3+2x^2y^2=2x^2y^2(xy^2-5y+1)$;

(3)$a^3bc^3+2a^2b^2c^2-3a^2b^3c=a^2bc(ac^2+2bc-3b^2)$;

(4)$-3a^{n+2}+2a^{n+1}-7a^n=-a^n(3a^2-2a+7)$.

【注意】 (1)"1"作为某项的系数时,通常省略不写,但单独成为一项时,它在因式分解时不能被漏掉,如第(2)题中的因式(xy^2-5y+1)不能写成(xy^2-5y).

(2)多项式的第一项系数是负数时,一般要提出"—"号,使括号内的第一项的系数是正的,在提出"—"号时,多项式的各项都要变号,如第(4)题.

例3 把下列各式分解因式:

(1)$(a-b)^3-(a-b)^2$;　　(2)$3m(x-y)-n(y-x)$;

(3)$(x-y)^4+x(x-y)^3-y(y-x)^3$;　　(4)$2(a-3)^2-a+3$.

【分析】 对于含有括号的多项式,因式分解时不要急于将括号展开,要观察式子的特点.有些多项式不去掉括号,直接分解因式更方便些.

如本题中的多项式(1),如果设$a-b=m$,那么$(a-b)^3-(a-b)^2=m^3-m^2$,显然m^2是多项式m^3-m^2的公因式,提公因式得$m^3-m^2=m^2(m-1)$,即$(a-b)^3-(a-b)^2=(a-b)^2[(a-b)-1]$.这说明,对于多项式$(a-b)^3-(a-b)^2$,可把$(a-b)^3$和$-(a-b)^2$分别看作是一项,其中$a-b$可看作是这两项中相同的一个字母,$(a-b)$的最低次幂$(a-b)^2$就是原多项式的公因式,另外,$\because[(a-b)^3-(a-b)^2]\div(a-b)^2=[(a-b)^3\div(a-b)^2-(a-b)^2\div(a-b)^2]=[(a-b)-1]=(a-b-1)$,$\therefore(a-b)^3-(a-b)^2=(a-b)^2(a-b-1)$;同理,把$3m(x-y)-n(y-x)$中的$3m(x-y)$和$-n(y-x)$分别看作是一项,$\because(y-x)=-(x-y)$,$\therefore$第二项$-n(y-x)$可

变形为 $n(x-y)$，由此可见，这个多项式的公因式为 $x-y$；多项式 $(x-y)^4+x(x-y)^3-y(y-x)^3$ 可看作是三项式，公因式是 $(x-y)^3$；多项式 $2(a-3)^2-a+3=2(a-3)^2-(a-3)$ 可看作是二项式，公因式是 $a-3$.

解：(1) $(a-b)^3-(a-b)^2=(a-b)^2(a-b-1)$.

(2) $3m(x-y)-n(y-x)=3m(x-y)+n(x-y)=(x-y)(3m+n)$.

(3) $(x-y)^4+x(x-y)^3-y(y-x)^3$

$=(x-y)^4+x(x-y)^3+y(x-y)^3$

$=(x-y)^3(x-y+x+y)$

$=2x(x-y)^3$.

(4) $2(a-3)^2-a+3$

$=2(a-3)^2-(a-3)$

$=(a-3)[2(a-3)-1]$

$=(a-3)(2a-6-1)$

$=(a-3)(2a-7)$.

【注意】 (1)公因式既可以是单项式，也可以是多项式.

(2)本例解题过程中，利用了以下几个恒等关系：

① $a-b=-(b-a)$；② $(a-b)^2=(b-a)^2$；③ $(a-b)^3=-(b-a)^3$.

(3)写因式分解的结果时，单项式要放在多项式的前面.

(4)本例中的最后一题 $2(a-3)^2-a+3$ 的因式分解，是先利用添括号法则将原多项式转化为 $2(a-3)^2-(a-3)$ 的形式，添括号时，一定要注意被括到括号里面的各项的符号.

例 4 把下列各多项式分解因式：

(1) $3x(x+y)-5(x+y)$；

(2) $(x-y)^3-2z(y-x)^2$；

(3) $m(5ax+ay-1)-m(3ax-ay-1)$；

(4) $(m-n)^4+m(m-n)^3+n(n-m)^3$.

【分析】 (1) $3x(x+y)-5(x+y)$ 的公因式为 $(x+y)$；(2)因为 $(y-x)^2=(x-y)^2$，所以 $(x-y)^3-2z(y-x)^2$ 的公因式为 $(x-y)^2$；(3) $m(5ax+ay-1)-m(3ax-ay-1)$ 的公因式为 m；(4) $(m-n)^4+m(m-n)^3+n(n-m)^3$ 的公因式为 $(m-n)^3$.

【注意】 $(y-x)^2=(x-y)^2$；$(n-m)^3=-(m-n)^3$.

解：(1) $3x(x+y)-5(x+y)=(x+y)(3x-5)$.

(2) $(x-y)^3-2z(y-x)^2=(x-y)^3-2z(x-y)^2=(x-y)^2(x-y-2z)$.

(3) $m(5ax+ay-1)-m(3ax-ay-1)$

$=m[(5ax+ay-1)-(3ax-ay-1)]$

$=m(5ax+ay-1-3ax+ay+1)$

$=m(2ax+2ay)$

$=2am(x+y).$

(4) $(m-n)^4+m(m-n)^3+n(n-m)^3$

$=(m-n)^4+m(m-n)^3-n(m-n)^3$

$=(m-n)^3[(m-n)+m-n]$

$=(m-n)^3(2m-2n)$

$=2(m-n)^3(m-n)$

$=2(m-n)^4.$

【注意】 (1)提出公因式后，如果括号内有同类项，应该合并同类项(如第(3)，(4)小题)，如果括号内合并同类项后成为单项式，应将单项式因式写在多项式因式的前面(如第(3)小题分解的结果).

(2)提公因式后，括号内的式子经合并同类项整理后，若仍有公因式，则应继续提取公因式，直到多项式的每一个因式都不能再分解为止(如第(3)小题).

(3)因式分解时，如果有相同的因式，应将相同的因式写成幂的形式(如第(4)小题).

例5 分解因式：

(1) $-2x^3+4x^2-10x$；　　(2) $3a(a+b)-4b(a+b)$；

(3) $5a(a-2b)^2-20b(2b-a)^2$；　　(4) $-7(m-n)^3+21(n-m)^2-28(n-m)^3$.

【分析】 提公因式法实际上是乘法分配律的逆推，找公因式时必须注意三个字："大"、"同"、"低"，即各项系数的最大公约数作为公因式的数字因式；各项中相同的字母作为公因式中的字母，并取它们的最低次幂，这里的公因式一般有两种情况：一类是单项式型，取各字母的最低次幂即可；另一类是多项式型，可把它看成一个整体，也取它的最低次幂.

解：(1) $-2x^3+4x^2-10x=-(2x^3-4x^2+10x)=-2x(x^2-2x+5).$

(2) $3a(a+b)-4b(a+b)=(a+b)(3a-4b).$

(3) $5a(a-2b)^2-20b(2b-a)^2$

$=5a(a-2b)^2-20b(a-2b)^2$

$=5(a-2b)^2(a-4b).$

(4) $-7(m-n)^3+21(n-m)^2-28(n-m)^3$

$=-7(m-n)^3+21(m-n)^2+28(m-n)^3$

$=-7(m-n)^2(-3m+3n-3)$

$=21(m-n)^2(m-n+1).$

说明

(1)用多项式中的每一项除以公因式后的商，即为提公因式后剩下的项，因而提完公因式后的项数应与原多项式的项数相同.

(2)检验提公因式是否正确，只需把结果作乘法运算，并与原多项式对照即可.

(3)对于$(a-b)$与$(b-a)$的符号有下述关系：

$$(a-b)^n=\begin{cases}(b-a)^n(n\text{为偶数}),\\-(b-a)^n(n\text{为奇数}).\end{cases}$$

例 6 把下列各式分解因式：

(1)$a(a-b-c)+b(b+c-a)+c(c-a+b)$；

(2)$(2x-3y)(a+b)+(3x-2y)(a+b)$.

【分析】 (1)中的多项式项数较多，为了准确地找出公因式，可以按照字母的顺序重新排列，再观察比较.值得注意的是，因式分解的结果中，应将相同因式的积写成幂的形式；(2)中提出公因式 $a+b$ 后的多项式，整理后产生了新的公因式 5，要将它提出，否则因式分解就未完成.

解：(1)$a(a-b-c)+b(b+c-a)+c(c-a+b)$

$=a(a-b-c)-b(a-b-c)-c(a-b-c)$

$=(a-b-c)(a-b-c)$

$=(a-b-c)^2$.

(2)$(2x-3y)(a+b)+(3x-2y)(a+b)$

$=(a+b)(2x-3y+3x-2y)$

$=(a+b)(5x-5y)$

$=5(a+b)(x-y)$.

【注意】 **因式分解必须分解到每一个因式都不能再分解为止.**

例 7 把下列各式分解因式：

(1)$(a^2+ab-ac)+(ab+b^2-bc)+(c^2-ca-cb)$；

(2)$a(a-b)^5+ab(b-a)^4-a^3(b-a)^3$；

(3)$x^2(x+y)^{2n+2}+2xy(x+y)^{2n+1}-2xy^2(x+y)^{2n}$；

(4)$2n(m-2n)(3m-2n)-3m(2n-3m)(2n-m)$.

【分析】 (1)观察每一个括号均可产生一个公因式，分别分解为 $a(a+b-c)$和 $b(a+b-c)$及 $c(c-a-b)=-c(a+b-c)$，即三个括号分解后，可再提出公因式 $a+b-c$，再行分解；(2)$\because(b-a)^4=(a-b)^4$，而$-(b-a)^3=(a-b)^3$，$\therefore$(2)式的公因式为 $a(a-b)^3$；(3)式的公因式为 $x(x+y)^{2n}$；(4)式中，$(2n-3m)=-(3m-2n)$，$(2n-m)=-(m-2n)$，$\therefore(2n-3m)(2n-m)=[-(3m-2n)]\cdot[-(m-2n)]=(3m-2n)(m-2n)$，$\therefore$(4)式的公因式为$(m-2n)(3m-2n)$.

解：(1)$(a^2+ab-ac)+(ab+b^2-bc)+(c^2-ca-cb)$

$=a(a+b-c)+b(a+b-c)+c(c-a-b)$

$=a(a+b-c)+b(a+b-c)-c(a+b-c)$

$=(a+b-c)(a+b-c)$

$=(a+b-c)^2$.

(2)$a(a-b)^5+ab(b-a)^4-a^3(b-a)^3$

$=a(a-b)^5+ab(a-b)^4+a^3(a-b)^3$

$=a(a-b)^3[(a-b)^2+b(a-b)+a^2]$

$=a(a-b)^3(a^2+b^2-2ab+ab-b^2+a^2)$

$=a(a-b)^3(2a^2-ab)$

$=a^2(2a-b)(a-b)^3.$

(3)$x^2(x+y)^{2n+2}+2xy(x+y)^{2n+1}-2xy^2(x+y)^{2n}$

$=x(x+y)^{2n}[x(x+y)^2+2y(x+y)-2y^2]$

$=x(x+y)^{2n}[x(x+y)^2+2xy+2y^2-2y^2]$

$=x(x+y)^{2n}[x(x+y)^2+2xy]$

$=x\cdot(x+y)^{2n}\cdot x[(x+y)^2+2y]$

$=x^2(x+y)^{2n}(x^2+y^2+2xy+2y).$

(4)$2n(m-2n)(3m-2n)-3m(2n-3m)(2n-m)$

$=2n(m-2n)(3m-2n)-3m[-(3m-2n)]\cdot[-(m-2n)]$

$=2n(m-2n)(3m-2n)-3m(3m-2n)(m-2n)$

$=(m-2n)(3m-2n)(2n-3m)$

$=(m-2n)(3m-2n)[-(3m-2n)]$

$=-(m-2n)(3m-2n)^2.$

说 明

(1)提出公因式后，如果括号内有同类项，应该合并同类项（如第(2)，(3)小题）.

(2)提出公因式后，括号内的式子经合并同类项整理后，若仍有公因式，则应继续提取公因式，直到多项式的每一个因式都不能再分解为止（如第(2)，(3)小题）.

例 8 利用提公因式法计算：

$123\times\frac{987}{1\ 368}+264\times\frac{987}{1\ 368}+456\times\frac{987}{1\ 368}+525\times\frac{987}{1\ 368}.$

【分析】 应先提出公因数$\frac{987}{1\ 368}$，再进行计算.

解：原式$=\frac{987}{1\ 368}\times(123+264+456+525)$

$=\frac{987}{1\ 368}\times1\ 368$

$=987.$

说 明

运用提公因式法分解因式可简化求值计算.

例 9 解方程$(55x+35)(53x+26)-(55x+35)(53x+27)=0.$

【分析】 先分解因式，提取公因式$55x+35$，再解方程.