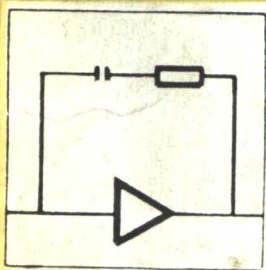
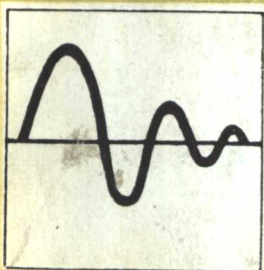
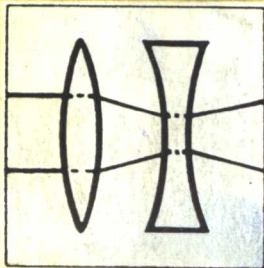


6056
3
001
T. 2
高等学校试用教材

408525



自动检测技术

中 册

哈尔滨工业大学邱化元 编



408525



机械工业出版社

高等学校试用教材

自动检测技术

中 册

哈尔滨工业大学邱化元 编



机械工业出版社

自动检测技术

中 册

哈尔滨工业大学邱化元 编

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $19 \frac{1}{2}$ · 字数 479 千字

1982 年 10 月北京第一版 · 1982 年 11 月北京第一次印刷

印数 0,001— 7,500 · 定价 2.00 元

*

统一书号: 15033 · 5148

前 言

本书是根据一九七八年四月一机部对口专业座谈会确定的计划，以及于同年七月、十月在哈尔滨、上海两次制定的工业自动化仪表专业《自动检测技术》教学大纲编写的。

本书原定分上、下两册出版，但由于下册内容较多，现分上、中、下三册出版。

中册为《自动检测技术》的第三篇，主要编排了关于信息处理与传输的理论及其在自动检测技术中应用的内容。编写中力求作到理论结合检测、测试的实践，并在内容安排上，既能顾及到模拟信号的处理，又能顾及到数字信号的处理；既能顾及到确定信号的处理，又能顾及到随机信号的处理；既能顾及到信息处理的内容，又能顾及到信息传输的内容。

本书共分七章：第十七章，概述信息处理与传输在自动检测技术中的作用，以及傅里叶变换、快速傅里叶变换的简要回顾。第十八、十九章分别为模拟、数字滤波器的设计。第二十章为随机信息处理的基本理论与统计原理。第二十一章为检测元件、仪表及系统动态响应函数的测试方法及有关理论。第二十二章讲述自动检测与综合控制系统中信息传输的有关理论与实例。第二十三章通过实例对检测仪表中的信息标准化及非线性特性线性化处理作了介绍。

本书可作为工业自动化仪表专业的试用教材，也可作为有关专业的教学参考书。

本书由哈尔滨工业大学邱化元同志编写，上海机械学院秦永烈同志主审。于一九八一年五月于上海，由秦永烈、黄海滨同志主持审稿。参加审稿的有上海机械学院、上海工业自动化仪表研究所、上海化工学院、上海工业大学、上海业余工业大学、北京工业大学、重庆大学、华中工学院、华东石油学院、吉林工业大学等十所院校，提出了许多宝贵意见，在此一并表示衷心感谢。本书责任编辑是一机部教编室邱锦来同志。

本书的编写无论从内容、从体系安排上都是一个尝试，本人水平有限，缺点和错误在所难免，希望读者批评、指正。

中册目录

第三篇 自动检测技术中的信息处理与传输

第十七章 自动检测技术与信息处理的关系	1	§ 20-2 二维概率密度函数与二维随机变量的平均值	134
§ 17-1 自动检测中信息处理简介	1	§ 20-3 相关函数及相关流量计	137
§ 17-2 几个自动检测中信息处理与传输的实例	4	§ 20-4 功率谱密度函数及其分析仪	145
§ 17-3 傅里叶变换及其性质	9	§ 20-5 随机数据的概率统计处理	153
§ 17-4 离散傅里叶变换及其性质	16	§ 20-6 相关性和回归分析	169
§ 17-5 快速傅里叶变换 (FFT) 的介绍	21	§ 20-7 随机数据的检验和分析	175
第十八章 模拟滤波器的基本概念及其设计方法	28	第二十一章 检测系统响应函数的表示及测定	180
§ 18-1 模拟滤波器的基本概念	28	§ 21-1 检测系统响应函数测定的意义	180
§ 18-2 模拟低通滤波器的设计	35	§ 21-2 几种系统响应函数的表达式	182
§ 18-3 模拟高通滤波器的设计	45	§ 21-3 随机数据的输入、输出关系	185
§ 18-4 模拟带通滤波器的设计	56	§ 21-4 随机振动中各参数间的关系 (多输入情况)	190
§ 18-5 模拟带阻滤波器的设计	62	§ 21-5 系统响应函数测定方法	200
§ 18-6 模拟相移和时延滤波器介绍	66	§ 21-6 伪随机信号源及其在系统响应函数测定中的应用	213
第十九章 数字滤波器的基本概念与设计方法	75	第二十二章 检测与集散综合控制系统中的信息传输	222
§ 19-1 数字滤波器的系统函数	76	§ 22-1 信息传输系统的构成	222
§ 19-2 无限脉冲响应 (IIR) 滤波器的设计	90	§ 22-2 信道的复用	224
§ 19-3 数字滤波器在动态测量中的应用	105	§ 22-3 模拟信息的调制	231
§ 19-4 有限脉冲响应 (FIR) 滤波器的设计	118	§ 22-4 数字信息的调制	237
第二十章 随机过程基本概念及随机数据分析在检测技术中的应用	127	§ 22-5 纠错编码	249
§ 20-1 统计平均值的概念及噪声温度计	127	§ 22-6 干扰噪声的抑制	265
		§ 22-7 数据公路	279
		第二十三章 信息的标准化及线性化处理	285
		§ 23-1 信息标准化处理	285
		§ 23-2 非线性线性化处理	294

第三篇 自动检测技术中的信息 处理与传输

第十七章 自动检测技术与信息处理的关系

§ 17-1 自动检测中信息处理简介

一、信息处理在自动检测中的地位

自动检测中的信息处理，就是指从传感器等一次元件获取的初始信息，用一定的设备和手段进行处理，我们这里主要指运算、变换以及数值分析等。信息处理在各个科学和技术领域中，已成为一种必要的现代化工具，如在自动控制、检测，生物、医学工程，通信、地震、语言及图象识别等领域中都充分显示出了它的重要性，它将随着科学技术的进展，数字技术的日益普及，越来越丰富，越重要。在自动检测技术中所以重要是因为：

1. 信息的获取无不需要通过一定的器械和设备，也就是说，信息的获得是要通过与被测物体直接或间接接触的传感器（或称敏感元件）和仪器、仪表等中间设备，否则是得不到任何信息的。然而，信息通过这些所谓的中间设备，严格讲又无不产生失真、衰减和混入背景噪声。因此，要想得到精确的结果，必须对从传感器等设备得到的信息进行修正、运算或用补偿方法抵掉误差，消除干扰。总之，在一般情况下，都要求对信息进行处理。即使在简单的温度和压力测量中，对直接获取的信息进行处理也是非常必要的。例如，采用热电偶测出的温度信号（毫伏）都是与实际温度呈非线性关系的。为了具有线性的显示和读数，都需采用一个补偿环节，进行非线性线性化处理。另外在这类温度测量中，测量结果还受环境温度的影响。为消除这种影响，还要加入零点温度补偿环节。在许多质量分析仪表中，信号的处理更是重要的。例如色谱仪是用输出波谱面积来反映物质的成分关系的。为求输出的面积需要有一个积分器，并且最后还要求计算其组分的百分比。可见色谱仪中信息的处理是较麻烦的，因此，今天新式的色谱仪都与微处理器配套使用。这类的信息处理日益需要是由于随着科学技术的发展，测量精度不断提高，综合大型测试不断出现而提出来的。

2. 在有些测量中，测得的信息并非直接所需，而是要作某些处理后才能获得所需的参数。例如在流量测量中，往往是由测得的压差折算成流量的，即两者呈平方根关系。另外，流量还可以由测得的频率经过折算而得等等。

3. 还有一类测量则是要通过对一系列参数的测量，综合归纳出某种所需的资料才完成最终测量的目的。在这类测量中，信息处理更是主要的。例如，在过程控制中对象动态特性的测量，装置动态特性的测量，振动特性的测量等。

4. 有些测量是通过对信号波形进行分析来达到测试目的的。信号的波形分析可以按时域分析法，也可以按频域分析法来进行。时域和频域特性从数学上讲是褶积运算和一对傅里

叶变换。例如地质勘探中地震波谱分析等。

5. 为了使能与其他中间设备联接, 信息的数据单位还应换算成标准的、统一的信号制, 因此, 还要作标度运算和标准化处理。

二、信息处理与传输的概述

信息处理除上述提到的非线性处理、开方以及标度的运算等处理外, 主要的多是指褶积、递归滤波和傅里叶变换运算。褶积反映了两个相联系函数的时域关系。例如信号通过中间设备的输入、输出关系用时域表示时, 即为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (17-1)$$

如果用 $y(t)$ 表示输出, $x(t)$ 表示输入, 那么 $h(t)$ 就为中间设备所决定的脉冲响应函数。式 (17-1) 在复域表示形式就是 $Y(s) = H(s)X(s)$ 。式 (17-1) 用离散函数表示时, 即为

$$y(n) = \sum_{m=0}^N h(m) x(n-m) \quad (17-2)$$

递归运算则是反映两个相联系函数的另一种形式。它是由差分方程直接写出的, 即有

$$y(n) = \sum_{m=0}^N h(m) x(n-m) - \sum_{m=1}^N g(m) y(n-m) \quad (17-3)$$

式中 $h(m)$ 和 $g(m)$ 都是差分方程中的系数。傅里叶变换是反映一个函数在时域和频域表示的关系。因为在处理中时域的微分、积分运算, 往往要变换到频域中的代数运算, 这是由于工程技巧上的需要。在信息的分析处理中它是很重要的工具。以离散形式表示时, 为

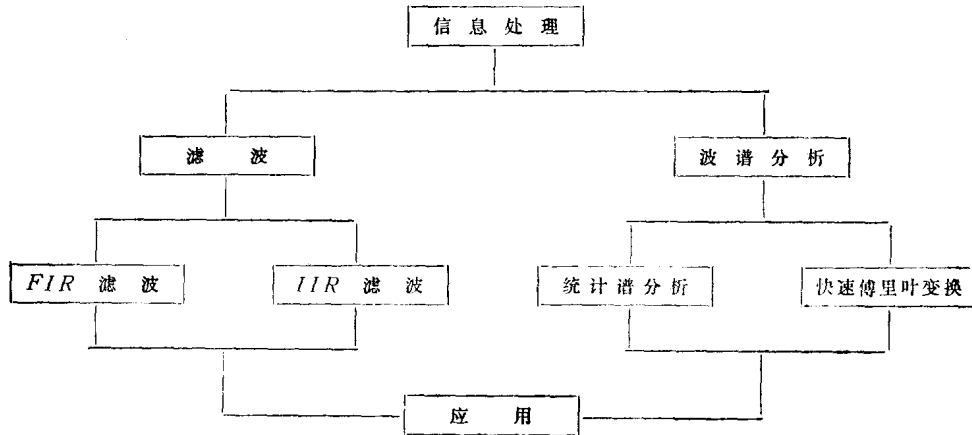
$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) e^{-j(2\pi k n/N)} \quad (17-4)$$

$x(n)$ 为时域的离散值, $X(k)$ 为频域的离散值。上面所提的这三种运算形式基本上包括了大部分的信息处理内容, 例如非线性、开方等关系, 严格讲, 也是讲两个函数的联系, 只不过它是呈非线性或开方关系而已。

关于信息处理、滤波和谱分析的关系先在这里介绍一下。从上面的讲述可以知道, 信息处理是对两个函数 $y(n)$ 和 $x(n)$ 通过 $h(m)$ 或 $e^{-j(2\pi k n/N)}$ 等进行处理。因此, $h(m)$ 或 $e^{-j(2\pi k n/N)}$ 等实际上就是一个运算器。用我们的意思讲, 就是个中间设备。而滤波, 狭义地讲, 是指将混在信息中的某些成分滤掉, 也即输出相对于输入作了处理。广义地讲, 滤波就是对信息进行运算。这种运算即指内插、积分或微分运算。如果将这些运算反映在频域中, 或频谱上就是指对某些分量的抑制和通过, 显然这个滤波器就是一种运算器。这样说来, 信息处理和滤波以及波谱分析等其实质是一个意思。但目前习惯的认为, 信息处理包括了滤波和傅里叶变换两种基本运算。对于褶积、递归类型的处理称为滤波, 而将 $e^{j(2\pi k n/N)}$ 类型的变换处理称为波谱分析, 或谓傅里叶变换。其具体内容可见下面的关系图。

信息处理在今天应对随机信息的处理给以足够的重视。这不仅是自然界中许多现象是随机的, 而更重要的是随机信号无论是作为被测量来讲还是作为激励信号来讲, 在工程应用上都是相当有效的。例如在振动测量中, 在对过程的直接动态特性测量中, 应用随机数据处理

的方法相当广泛和实用。然而随机数据的处理将比其他数据处理麻烦，可是在今天计算技术相当发达，许多成型的软件程序建立，这麻烦就变为微不足道的事情了。随机数据处理要比



确定信号的处理麻烦在于它应该对样本进行一系列检验和计算。例如对于一个新的测试任务，首先应通过记录样本检验它的平稳性、周期性和正态性，然后再进行均值、均方值、相关分析，最后可求出其功率谱密度函数。这些在一般的分析中是不需要的。均值、均方值、相关函数是随机数据的统计特性，只有由这几种特征值才能较全面地描述这个随机过程。这样看来，随机数据的统计特性的估计又成为信息处理的另一主要内容。它所以不归属在经典的信息处理的基本算法中，只是因为它是反映输出、输入间两个函数的确定关系。而在经典信息处理中的滤波器及傅里叶变换的算法仅为反映两个函数间的确定关系而定义的。

信息处理技术发展很快，在50年代和60年代，信息处理主要还是用模拟设备实现的。在60年代末期大计算机已被广泛应用，这时的数据处理是先把数据记录在磁带上，然后在大型计算机上进行处理，这是计算机开始在信息处理技术中应用的初期。这种处理方法一般不是实时的。在70年代小型计算机及微处理机的出现，将信息处理技术推向一个新的阶段。这种情况下，检测不但能与微处理机及小型机联用实现实时处理，而且一些巧妙的信息处理算法不断出现。例如应用这些算法可以简化褶积运算及傅里叶变换的步骤，可以直接计算信号的傅里叶变换，而不再去通过计算相关函数来进行频谱分析。若用模拟的方法这是实现不了的。70年代后期又出现了快速傅里叶变换（简称FFT），进一步增强了用数字处理的方法实现信息处理的观念。因此，信息处理发展到今天已成为滤波理论（算法理论）与数字计算机技术凝为一体的综合技术了。许多定型的算法，例如FFT算法已固化为软件在市场出售。

信息处理在自动检测中的发展，随着科学技术的发展还将继续向前，继续不断地研究新的巧妙的算法，以适应快速、精度和实时处理的要求，同时还将研究信息处理这一过程在最佳状态下工作等课题。最佳状态是指时间最短，误差最小，或内存最少等技术指标。处理过程最佳状态通常是通过改变采样点、采样频率、路数以及码速率、字长等手段来实现，还包括对数据压缩等最佳状态点。

本篇不准备对一些较新的信息处理方法和手段加以罗列，而是结合本专业的特点，对数据处理的基本内容、概念性的理论和方法作初步讨论。同时还要化一定的时间介绍模拟滤波器的方法和理论。因为模拟滤波器的内容无论是作为信息处理的一个环节，或者是作为信息传输中的部件都是被广泛应用着，并且它还是数字滤波器的设计基础和依据。

随着科学技术的发展,大规模的检测系统、遥测系统以及集散型综合过程控制系统的发展,自动检测技术中信息传输的问题就显得十分重要。单纯从测量角度来考虑设计一个仪器、设备或系统是不够的,而必须从信息的检测、处理和传输同时来考虑设计问题。信息的传输主要包括传输的效率和可靠性这两个问题。效率和可靠性之间,可靠性是更应主要考虑的问题。因此,在这一章中除了介绍一些信道复用的知识外,主要介绍模拟、数字信号的调制、抗干扰技术和校验编码理论。这些都是十分重要的基本知识。按经典的分法,这些内容是属于通信技术中的基本理论,但是由于科学技术的发展,各个科学领域必须互相重叠。在新的形势下,对于一个从事自动检测技术的工程人员来讲,这些知识应该是必备的。

§ 17-2 几个自动检测中信息处理与传输的实例

为了对信息处理与传输能有个概念性的了解,下面举几个实用的例子。

一、过程控制数字系统中的信息处理与传输

在过程控制数字系统中,由被控对象获取的信息,经过运算,反过来还要控制对象(参看图17-1)。信息这一简单的循环将会受到几次处理:

1. 模拟信号经采样后,会产生周期性的频率延拓,即非周期信号变为周期性信号,如果不加一有限宽度的低通滤波器将会产生失真。另一方面采样速度选择不当还会产生信号的失真。特别是在多路控制系统中采样速度的选择与信号损失的综合考虑,最后都是通过所加的低通滤波器来实现的。前面讲过,滤波即处理的意思。低通滤波器即是通常所说的一阶递归处理。这些在以后的学习中将逐渐体会到。

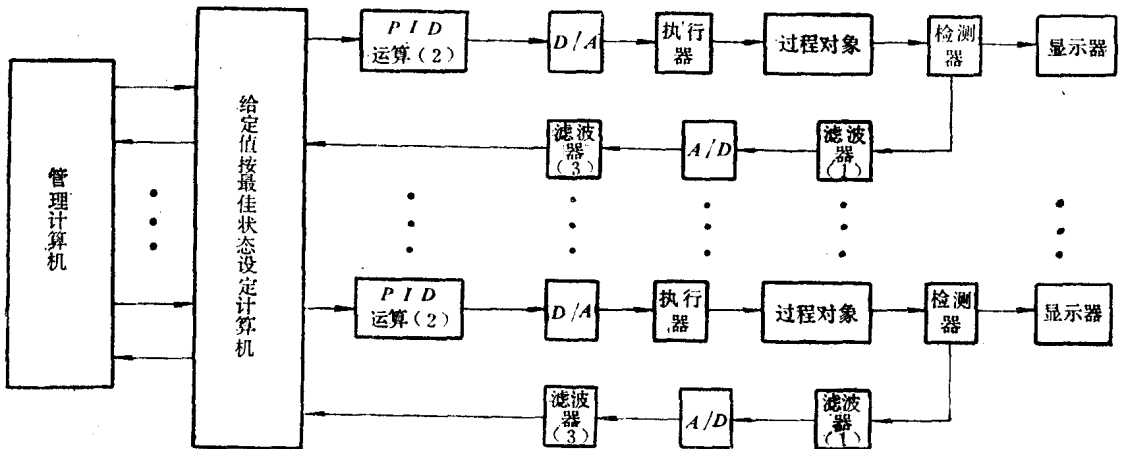


图17-1 过程控制系统中的信息处理与传输

2. 为使控制系统具有希望的质量要求,需要对系统加校正装置,这种数字式的校正环节即是一个运算环节,即要进行 P (比例)、 I (积分)和 D (微分)的运算。这显然是一种数据处理。对于一些复杂系统来讲,这种运算还包括较复杂的逻辑运算。该部分内容在控制装置课中是有专题论述的。

3. 信息在传送中必然要受到干扰,为此还要有为抗干扰作用的滤波器,以保证系统不受干扰。

4. 信息如果远距离传送时, 为提高可靠性, 还要采取各种措施, 如对信号的调制、解调、抗干扰编码、译码, 这些广义地讲都属于信息处理的内容。这些多以滤波器的形式出现, 大多属于递归型滤波器, 实时性好, 处理简便。

二、动态测量系统

动态测量系统一般指被测参量变化较快的系统。这种系统中某些环节的惯性相对于参量的变化速度是较大的, 显然在测量中将产生严重的误差。对于这种测量系统, 一定要进行动态误差的校正。也就是说, 在这种系统中要加入动态误差的校正环节, 如图 17-2 所示。其中校正环节即可看作一个处理器, 或称滤波器。

由图 17-2 可以看出, 被测参数 $p(t)$, 经过传感器、仪器仪表等中间设备时, 由于其中某些环节的惯性较大, $x(t)$ 产生严重的失真, 经过校正环节(滤波器)将误差校正过来使最后的输出 $y(t)$ 等于被测参量 $p(t)$, 即 $y(t) = p(t)$ 。

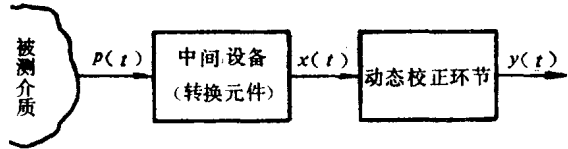


图17-2 改善动态误差的测量系统

校正环节是根据中间环节的动态特性而设计的。在前面已介绍过对于任一环节, 其输出与输入的关系, 在时域里可表示为褶积形式, 即

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

$g(t - \tau)$ 是该校正环节的脉冲响应函数。如果所考虑的系统可近似为线性系统时, 则式 (17-1) 可近似地用 k 个加权的单位脉冲响应函数之和来表示, 即

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} x(k\Delta t) g(t - k\Delta t) \Delta t \tag{17-5}$$

这个结果说明, 如果输入信号看作是由 n 个连续的脉冲组成的话, 那么输出就应该是由 n 个脉冲响应函数之和。 Δt 是根据信号的频宽大小, 按采样定理选取。 $g(t)$ 可用中间设备的动态特性来确定。参看图 17-3。

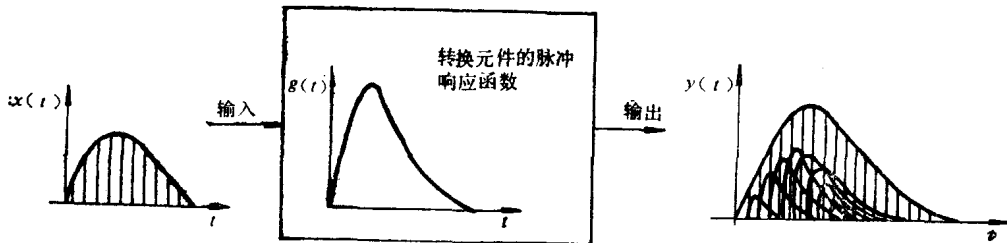


图17-3 用脉冲及脉冲响表示的输入输出关系

根据式 (17-5)

$$\left. \begin{aligned} y(t_1) &= [x(0) g(t_1)] \Delta t \\ y(t_2) &= [x(0) g(t_2) + x(1 \cdot \Delta t) g(t_2 - 1 \cdot \Delta t)] \Delta t \\ y(t_3) &= [x(0) g(t_3) + x(1 \cdot \Delta t) g(t_3 - 1 \cdot \Delta t) + \\ &\quad x(2 \cdot \Delta t) g(t_3 - 2 \Delta t)] \Delta t \\ &\dots\dots\dots \\ y(t_n) &= \left[\sum_{k=0}^{n-1} x(k\Delta t) g(t - k\Delta t) \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \tag{17-6}$$

将上面的运算过程编成软件，就可以用计算机进行实时分析及处理。如果对上述的运算过程编排的得当的话，可以占用内存较少。对这方面感兴趣的读者，可以参阅有关文章。

三、多输入、输出的测量系统中的信息处理问题

在近代中规模、大规模的测试系统中，都是同时对很多参数进行测量和处理的，而且应用一台或数台小型计算机或微处理机。这时就存在一个如何根据各通道的信号特征及计算机速度来考虑选取采样速度的问题。根据信号的特征（即指带宽）按采样定理规定，采样速度越高，信息失真越小。然而，这样对某一台运算速度一定的计算机来讲，能担负的通道显然就少了，就需要设置几台计算机，这样很不经济。在实际工程中，往往是使某些信号付出一定的损失，而换取其在经济上的效果，因为这种预先可知的误差损失在工程上是允许的。那就是说，对被获取的信息在进入计算机以前要作预先处理，如果不作这种处理，只单纯的降低采样速度，结果是一片混乱。这种处理就是对每路通道加上滤波器。

下面定性分析一个快速测量的例子。假如有一个快变的信号如图 17-4 a 所示，其前沿较陡，后沿较缓。对于这种信号的频谱是较丰富的，但它多集中在某一段频带范围内，如图 17-4 b 所示。

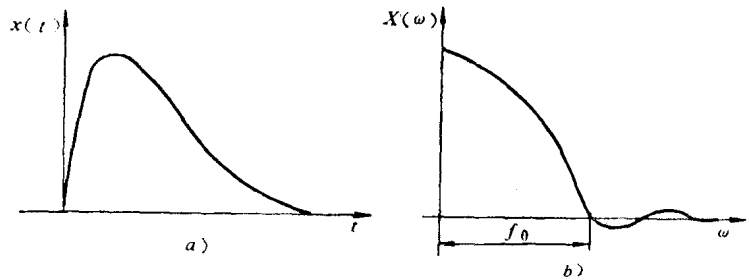


图17-4 快变信号及其频谱

因此我们就有可能用一个带宽为 f_0 的滤波器将高频滤掉，这样作虽然带来一定的误差，但所需要的采样速度就降低了，一台计算机能承担的测量通道也就多了。在工程上，大多数的多参数测量系统都必然这样处理。因此，在实际设计测试系统时，先把被测参数根据其特征将其化为半余弦波形或三角波形，再根据半余弦波形或三角波形频谱中的主瓣宽度（见图 17-5）来设计带通（低通）式的滤波器。这样把高频的旁瓣滤掉，其结果只有可以允许的微弱误差，而不是一片混乱的不可用的结果了。带通滤波器就是一个处理器。这部分的设计也是本篇的内容，下面将要详细讲述。

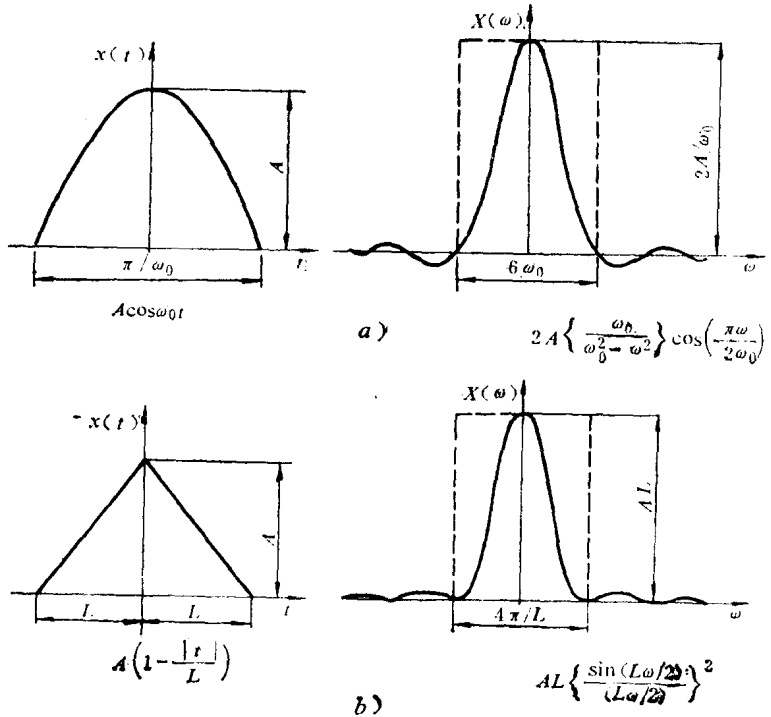


图17-5 半余弦波、三角波及其频谱

带通滤波器就是一个处理器。这部分的设计也是本篇的内容，下面将要详细讲述。

四、存在噪声时进行测量的系统

不论是从被测的现象还是从用以进行测量的仪器来讲，测量在精度方面最终都要受周围噪声（或称背景噪声）的影响。一个被测参数，在无噪声情况下，测量会是极其简单和精确，而在存在背景噪声的情况下，就会给测量带来很大的误差，甚至使测量结果无法相信。因此，在测试系统中或过程控制系统中，对噪声的处理及滤波也是一个十分重要的问题。

对噪声的处理已有很多有效措施，例如有屏蔽、接地、浮置等噪声抑制措施。除此之外，还可以采用一些具有抗干扰能力的电子网络（滤波器）。而在数字化、数字计算机广泛应用的今天，还可以从数字滤波器的角度来考虑抑制噪声。这类抗干扰噪声的作用，往往是通过平均、一阶递归滤波、选频滤波或相关作用来完成。显然，这将用到随机信号的求平均值、方差以及带通滤波器的设计。

例如，存在噪声时对一个正弦波的测量，如图 17-6 所示。欲测的信号为 $A\sin\omega t$ ，而噪声为 $n(t)$ 。为要得到频率为 $\omega = 2\pi f$ 的正弦波，将噪声

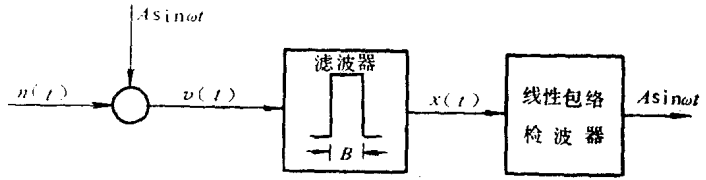


图17-6 存在噪声时对一个正弦波的测量

除掉，需加一个带宽 $B = f$ 的滤波器。滤波器的输入信号 $v(t) = A\sin\omega t + n(t)$ ，滤波器的输出 $x(t) = \omega(t) + A\sin\omega t$ ， $\omega(t)$ 为在频带 B 内的 $n(t)$ 。为了得到欲测的正弦波还需要加一个线性包络检波器以消去 $\omega(t)$ 。这些模拟环节都可以用数字环节（即数字滤波器）来实现。

五、振动试验的测量

在机床、汽车、飞机、船舶以及各机动装置的制造业中，开展振动试验的测量是十分重要的。在现代的工业技术中，不仅要保证物体结构的静态特性，而且还要保证结构的动态特性，不仅要保证在周期性运动状态下是可靠的，而且还要求在瞬态的或随机的运动状态下是可靠的。

物体结构的动态特性的试验是通过加激励，测其输出响应来实现的，如图 17-7 所示。输出及输入间的关系为

$$Z(\omega) = G(\omega)Y(\omega) \quad (17-7)$$

式中 $Z(\omega)$ 与 $Y(\omega)$ 分别是输出、输入的频率特性。对于随机数据，可用其功率谱表示，即有

$$S_z(\omega) = |G(\omega)|^2 S_y(\omega) \quad (17-8)$$

式中 $S_z(\omega)$ 与 $S_y(\omega)$ 分别是输出、输入的功率谱密度； $G(\omega)$ 即为物体结构的动态特性（或称频率特性）。

随机振动应用较广，数据处理的内容也是丰富的。下面举一个道路模拟与行驶速度性能的振动试验例子来看一下它的数据处理的内容，图 17-8 所示为这一问题的简化图。假定车辆运动的方程为

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + c \frac{dz}{dt} + kz = c \frac{dy}{dt} + ky$$

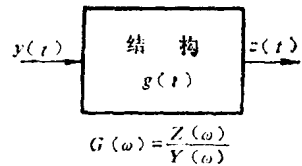


图17-7 结构动特性的测试关系图

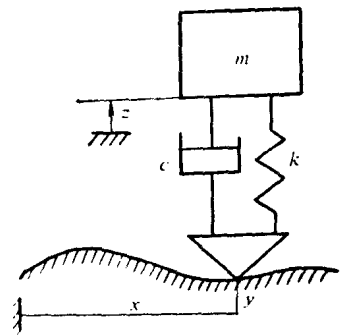


图17-8 道路模拟与车辆特性试验示意图

式中 m ——车体的质量；
 c ——等效阻尼系数；
 k ——等效弹性系数。

对于在运动车辆中的观察者来说，座标 y 和 z 仅仅是时间的函数。其动态特性（频率特性）可以写成

$$G(\omega) = \frac{c j \omega + k}{-m \omega^2 + c j \omega + k} \quad (17-9)$$

或者写成式 (17-8) 的形式 $S_z(\omega) = |G(\omega)|^2 S_y(\omega)$ 。该试验是通过下面的一系列数据才能实现的。

1. 为了模拟路面不平情况，先要在大量的规定的各种等级公路上测出其随机数据，并处理出其功率谱密度函数 $S_y(\omega)$ ，从而设计出滤波器，如图 17-9 所示。它与伪随机信号发生器配合使用，激励振动驱动器，以达到模仿路面不平的目的。

2. 试验的结果是反映在对输出 $z(t)$ 的测量上，然后要对这个测得的随机数据进行处理，即求出其功率谱密度函数 $S_z(\omega)$ 。

3. 最后根据 $S_y(\omega)$ 、 $S_z(\omega)$ 求出 $G(\omega)$ 。显然上述的处理用到大量的求随机数据的平均值、方差等计算以及傅里叶变换。

六、随机过程样本的功率谱密度计算

随机过程的数据处理在测试技术中是一个主要内容。从上例中可以看到，对功率谱的估算又是基本的，所以在这里有必要作为引言先说明一下。

在 60 年代以前，功率谱密度的计算都是先从计算其相应的相关函数开始的。因为相关函数与功率谱密度有以下的关系，自功率谱密度为

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (17-10)$$

互功率谱密度为

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (17-11)$$

也就是说先求得自相关函数 $R_{xx}(\tau)$ 或互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ ，然后再进行傅里叶变换。在 70 年代以后，离散化技术理论的发展，即离散傅里叶变换 (DFT) 和快速傅里叶变换 (FFT) 的出现，给这方面的处理带来了很大的简化。具体说就是在处理中不是用相关函数 $R(\tau)$ ，而是直接用采样值进行傅里叶变换，而后相乘即可，即有

$$S_k = X^*(k) Y(k) \quad (17-12)$$

式中 $X(k)$ 、 $Y(k)$ 为输入、输出的直接采样值 $x(n)$ 、 $y(n)$ 的傅里叶变换，它们分

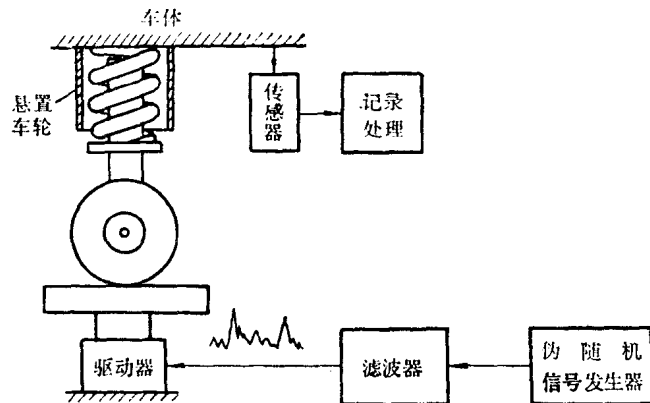


图 17-9 模拟路面不平对车辆特性影响试验

别为

$$\left. \begin{aligned} X(k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi kn/N)} \\ Y(k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j(2\pi kn/N)} \end{aligned} \right\} \quad (17-13)$$

在式 (17-12) 中的 $X^*(k) = X(-k)$, 式 (17-12) 是可以证明的, 这将在以后课中讲述。由此可以得出计算步骤:

1. 选择采样时间间隔 Δ 及样本长度 N

$$n = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$$

2. 按公式

$$\begin{aligned} X(k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi kn/N)} \\ Y(k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{-j(2\pi kn/N)} \end{aligned}$$

计算 $x(n)$ 及 $y(n)$ 的傅里叶变换。上式中的 $k = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ 。

3. 进行乘积运算 对于自功率谱与互功率谱密度函数分别为

$$\left. \begin{aligned} S_{x,xk} &= X^*(k) X(k) \\ S_{x,yk} &= X^*(k) Y(k) \end{aligned} \right\} \quad (17-14)$$

显然这一处理步骤较前者是大大简化了。

§ 17-3 傅里叶变换及其性质

傅里叶变换是信息处理中的主要内容之一。从以上例子中可以看到, 在很多测量过程中都会用到这种变换。例如在线性系统测量中, 输出的傅里叶变换是系统的频率响应函数与输入信号的傅里叶变换的乘积。在随机数据处理中, 随机过程的功率谱密度函数是该过程的相关函数的傅里叶变换。关于傅里叶变换的内容在专业数学课中, 已有论述。本节仅就信息处理中要用到的一些性质重点地介绍一下。

一、傅里叶变换与傅里叶积分

傅里叶级数能将一个周期函数表示为无穷多个频率为基频整数倍的谐振动之和, 而傅里叶变换, 则能将一个非周期函数表示为整个连续的频率区间上的积分和。如果将非周期函数的周期 T 看作是无穷大时, 那么傅里叶级数就可看成是傅里叶变换的一种特殊情况。

傅里叶变换的功能, 是将一个时域 (或频域) 函数变换为频域 (或时域) 函数, 这样的变换将给处理上带来很大的方便。这种变换关系可用下面相互等价的式 (17-15) 至式 (17-20) 中的任一个表示, 这些都叫傅里叶积分, 究竟用那一个, 要根据方便和习惯而定。如果 $f(t)$ 代表一个时域的函数, 则 $f(t)$ 能写成整个连续的频率域上的积分:

$$f(t) = \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega t + B(\omega) \sin \omega t] d\omega \quad (17-15)$$

$$= \int_0^{\infty} C(\omega) \cos[\omega t + \phi(\omega)] d\omega \quad (17-16)$$

$$= \int_0^{\infty} D(\omega) \sin[\omega t + \theta(\omega)] d\omega \quad (17-17)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (17-18)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (17-19)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G(\nu) e^{j2\pi\nu t} d\nu \quad (17-20)$$

求算函数 $A(\omega)$, $B(\omega)$, $C(\omega)$, $D(\omega)$, $E(\omega)$, $F(\omega)$ 及 $G(\nu)$ 就是傅里叶积分的核心问题, 而其中 $E(\omega)$, $F(\omega)$ 及 $G(\nu)$ 这三者就是经常用到的傅里叶变换。在上述各式中 ω 表示角频率, 单位是弧度每秒; ν 表示频率, 单位是几周每秒。各式中几个函数之间的关系可由下列公式给出:

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t dt = \frac{1}{2\pi} [F(\omega) + F(-\omega)] \\ &= C(\omega) \cos\{\phi(\omega)\} = D(\omega) \sin[\theta(\omega)] \end{aligned} \quad (17-21)$$

$$\begin{aligned} B(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t dt = \frac{1}{2\pi} [F(\omega) - F(-\omega)] \\ &= -C(\omega) \sin[\phi(\omega)] = D(\omega) \cos[\theta(\omega)] \end{aligned} \quad (17-22)$$

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} G(\omega/2\pi) \quad (17-23)$$

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (17-24) \\ &= \pi [A(\omega) - jB(\omega)] \quad [\omega > 0] \\ &= \pi [A(|\omega|) + jB(|\omega|)] \quad [\omega < 0] \end{aligned}$$

$$G(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi\nu t} dt = F(2\pi\nu) \quad (17-25)$$

由这些关系还会得到

$$C^2(\omega) = D^2(\omega) = A^2(\omega) + B^2(\omega) = \frac{1}{\pi^2} [F(\omega) \times F(-\omega)] \quad (17-26)$$

$$\operatorname{tg}[\phi(\omega)] = -B(\omega)/A(\omega) \quad (17-27)$$

$$\operatorname{tg}[\theta(\omega)] = A(\omega)/B(\omega) \quad (17-28)$$

傅里叶变换实际是指正、反两个变换, 由时域变为频域的正变换, 和由频域变为时域的反变换。变换的正、反并没有一致公认的说法, 下面的规定只是按一般习惯而延用的。由式(17-19)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

称为傅里叶反变换, 而将

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

称为傅里叶正变换。显然， $f(t)$ 与 $F(\omega)$ 是有对应关系的，故称这两个函数为傅里叶变换对，在许多书中常用以下符号表示：

$$f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$$

或者

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= F(\omega) \text{ 的反变换} = FT^+[F(\omega)] \\ F(\omega) &= f(t) \text{ 的正变换} = FT^-[f(t)] \end{aligned} \right\} \quad (17-29)$$

运用符号 FT^+ 和 FT^- 是方便的，它可以节省文字，例如

$$\begin{aligned} FT^+\{FT^-[f(t)]\} &= f(t) \\ FT^-\{FT^+[F(\omega)]\} &= F(\omega) \end{aligned}$$

这样就有

$$FT^+FT^- = FT^-FT^+ = 1 \quad (17-30)$$

的含意。在实际应用中也常用这个过程。为了运算方便，常常是需要将 $f(t)$ 变为 $F(\omega)$ ，然后再将其反变换回来。变为频域函数目的是在频域中可用代数运算，而后还是要变为时域函数的。

二、傅里叶变换的性质

(一) 线性

$$FT^\pm\{f(t) \pm g(t)\} = FT^\pm f(t) \pm FT^\pm g(t) \quad (17-31)$$

以及

$$FT^\pm\{af(t)\} = aFT^\pm f(t) \quad (17-32)$$

(二) 比例（伸缩）

若 $f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$ ，则有

$$f(at) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} F(\omega/a) \quad (17-33)$$

以及

$$\frac{1}{|a|} f(t/a) \longleftrightarrow F(\omega) \quad (17-34)$$

(三) 平移（时移，频移）

若将 t 的函数沿正方向平移 t_0 ，则变换 FT^\pm 要乘以 $e^{\pm j\omega t_0}$ 。反过来，若对 t 的函数乘以 $e^{j\omega_0 t}$ ，则其变换 FT^\pm 要平移 $\mp \omega_0$ ，其表示关系如下：

若 $f(t) \longleftrightarrow F(\omega)$ ，则有

$$f(t \pm t_0) \longleftrightarrow e^{\pm j\omega t_0} F(\omega) \quad (17-35)$$

以及

$$e^{\pm j\omega_0 t} f(t) \longleftrightarrow F(\omega \mp \omega_0) \quad (17-36)$$

(四) 函数曲线下的面积

函数曲线下的面积等于它的傅里叶变换在原点处的数值；反过来，函数在原点处的值等于 $\frac{1}{2\pi}$ 乘上它的傅里叶变换曲线下的面积，即有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = F(0) \quad (17-37)$$

以及

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega \quad (17-38)$$

显然这两个面积是不等的见图 17-10，但是可以证明，它们的模的平方下的面积，有以下直接关系，即

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (17-39)$$

这就是巴什瓦定理的特殊情况。

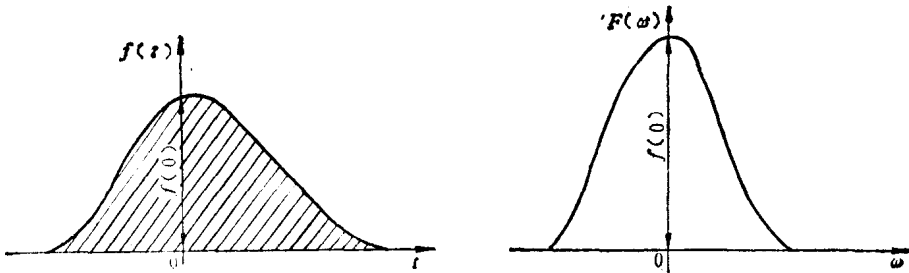


图17-10 函数下面积与其变换后函数原点处值的关系

(五) 两函数的宽度呈反比

如果函数和它的傅里叶变换都以原点为中心呈“峰状”，则两峰的宽度成反比。如果用与该函数同一高度的同样面积的矩形来定义该函数的峰宽 w 和 W (见图 17-11)，根据前面的式 (17-37) 与式 (17-38) 有

$$wf(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = F(0)$$

及

$$WF(0) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega = 2\pi f(0)$$

将前式代入后式，即有

$$wW = 2\pi \quad (17-40)$$

上式说明两函数的宽度呈反比。也就是说，如果时域函数形状缓慢平滑宽一些时，那么它的变换的频率函数就要窄一些，反之亦然。这个性质指出了信号频带宽度与持续时间的关系。

(六) 奇偶特性

任一个函数 $f(t)$ 总可以分解为奇、偶函数两部分，即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) \quad (17-41)$$

这是因为上式可写成

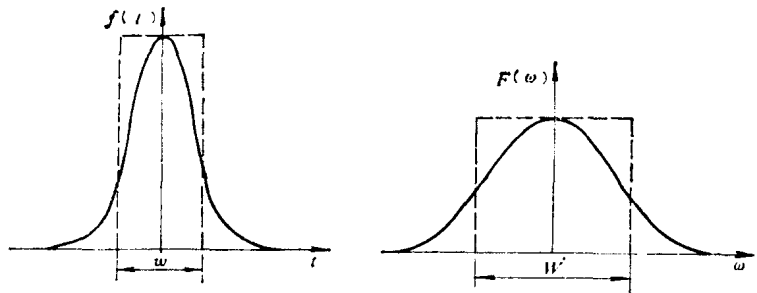


图17-11 函数及其变换之间“峰”状宽度呈反比