

王制井田算法解

談泰著

中華書局

王制井田算法解

此據金陵叢刻本
排印初編各叢書
僅有此本

王制井田算法解

清 上元談 泰著

禮王制記曰。凡四海之內九州。州方千里。州建百里之國三十。七十里之國六十五。十里之國百有二十。凡二百一十國。八州二百一十國。

又曰。方千里爲者。方百里者百。封方百里者三十國。其餘方百里者七十。又封方七十里者六十。爲方百里者二十九。方十里者四十。其餘方百里者四十。方十里者六十。又封方五十里者百二十。爲方百里者三十。其餘方百里者十。方十里者六十。

此計畿外八州。州建二百一十國之實數也。方千里者縱橫各一千里。一千箇一千里。積實得一百萬里。方百里者縱橫各一百里。一百箇一百里。積實得一萬里。開方法如此。凡百方者皆以平方面積計算下倣此方千里者是一百萬里。方百里者百。亦是一百萬里。故曰方千里者爲方百里者百也。方百里者三十。是三十萬里。方百里者七十。是七十萬里。置一百萬里。卽方千里之數減三十萬里。卽方百里者三十之數餘七十萬里。故曰封方百里者三十國。其餘方百里者七十也。方七十里者縱橫各七十里。七十箇七十里。積實得四十九百里。方七十里者六十。是二十九萬四千里。方百里者二十九。是二十九萬里。方十里者縱橫各十里。十箇十里。積實得一百里。方十里者四十。是四千里。以上二數相加。亦得二十九萬四千里。故曰封方

七十里者六十，爲方百里者二十九，方十里者四十也。方百里者四十，是四十萬里。方十里者六十，是六千里。以上二數相加，得四十萬零六千里。置七十萬里，即其餘方百里者七十之數，減二十九萬四千里，即方七十里者六十之數，餘四十萬零六千里。故曰：其餘方百里者四十，方十里者六十也。方五十里者，縱橫各五十里，五十箇五十里，積實得二千五百里。方五十里者百二十，是三十萬里。方百里者三十，亦是三十萬里。故曰：封方五十里者百二十，爲方百里者三十也。方百里者十，是十萬里。方十里者六十，是六千里。以上二數相加，得十萬零六千里。置四十萬零六千里，即其餘方百里者四十，方十里者六十之數，減三十萬里，即方五十里者百二十之數，餘十萬零六千里。故曰：其餘方百里者十，方十里者六十也。

又曰：天子之縣內，方百里之國九，七十里之國二十有一，五十里之國六十有三，凡九十三國。又曰：天子之縣內，方千里者，爲方百里者百，封方百里者九，其餘方百里者九十一。又封方七十里者二十一，爲方百里者十，方十里者二十九，其餘方百里者八十，方十里者七十一。又封方五十里者六十三，爲方百里者十五，方十里者七十五，其餘方百里者六十四，方十里者九十六。

此計天子畿內九十三國之實數也。方百里者九，是九萬里。方百里者九十一，是九十一萬里。置一百萬里，即方千里之數，減九萬里，即方百里者九之數，餘九十一萬里。故曰：封方百里者九，其餘方百里者九十一也。方七十里者二十一，是十萬零二千九百里。方百里者十，是十萬里。方十里者二十九，是二千九百里。以上二數相加，亦得十萬零二千九百里。故曰：方七十里者二十一，爲方百里者十，方十里者二十九也。方

百里者八十，是八十萬里。方十里者七十一，是七千一百里。以上二數相加，得八十萬零七千一百里。
價九十一萬里。即其餘方百里者九十一之數。減十萬零二千九百里。即方七十里者二十一之數。餘八十萬零七千一百里。故曰
其餘方百里者八十。方十里者七十一也。方五十里者六十三，是十五萬七千五百里。方百里者十五，
是十五萬里。方十里者七十五，是七千五百里。以上二數相加，亦得十五萬七千五百里。故曰封方五
十里者六十三，爲方百里者十五。方十里者七十五也。方百里者六十四，是六十四萬里。方十里者九
十六，是九千六百里。以上二數相加，得六十四萬九千六百里。置八十萬零七千一百里。即其餘方百
十里者七十一之數。減十五萬七千五百里。即方五十里者六十三之數。餘六十四萬九千六百里。故曰其餘方百里者六十
四。方十里者九十六也。或疑方千里者一，即是方百里者百。何爲重言之歟？曰：古經質直，凡書開方之
數，皆言方邊，而不言方積。取其文句整齊，數目簡易。若以積實推步，鋪敘連篇，則是算博士之筆，轉滋
昧者之疑矣。其云方千里，而以方百里計者，蓋方千里之地，封方百里之國，位數參差，未能兩兩相減。
故以方千里變爲方百里者百也。置方百里者三十，餘方百里者七十。豈不明白易曉
乎？七十箇方百里，封六十箇方七十里，位數亦不符。故以方百里者七十變爲方百里者二十九。方十
里者四十也。有方百里而又有方十里者，二十九萬四千里。即方七十里者六十之數。惟二十九萬里，可以變爲方
百里者二十九。其餘四千里，不滿方百里之數。又以方十里通之，故云方十里者四十也。方百里者二
十九，整數。方十里者四十，零數。猶通分法之以整帶零也。置方百里者七十，減方百里者二十九，餘方

百里者四十一，復於四十一算內。方百里者七十，有整無零，故就所取一算，變爲方十里者百。^{方百里者一爲}減方十里者四十，餘方十里者六十，以上共餘方百里者四十。方十里者六十，此所餘四十箇方百里，六十箇方十里，封一百二十箇方五十里，位數亦不符，故以方五十里者一百二十，變爲方百里者三十也。三十萬里。即方五十里者百二十之數。恰得一百二十箇方五十里，故有整數，無零數也。置方百里者四十，方十里者六十，減方百里者三十，餘方百里者十，方十里者六十。若夫畿內封國之數，推法亦同。置方百里者百，減方百里者九，餘方百里者九十一，九十一箇方百里，封二十一箇方七十里，必以方七十里者二十一，變爲方百里者八十，方十里者二十九也。十萬零二千九百里。即方七十里者二十一之數。惟十萬里，可以變爲方百里者十，其餘二千九百里，不滿方百里，故帶零數方十里者二十九，共爲方百里者十，方十里者二十九，置方百里者九十一，減方百里者十，餘方百里者八十一，復於八十一算內，取其一算，餘方百里者八十，以所取一算，變爲方十里者百，減方十里者二十九，餘方十里者七十一，以上共餘方百里者八十，方十里者七十一，此所餘八十箇方百里，七十一箇方十里，封六十三箇方五十里，位數不同，故以方五十里者六十三，變爲方百里者十五，方十里者七十五也。十五萬七千五百里。即方五十里者六十三之數。惟十五萬里，可以變爲方百里者十五，其餘七千五百里，不滿方百里，故帶零數方十里者七十五，共爲方百里者十五，方十里者七十五，置方百里者八十，方十里者七十一，減方百里者十五，餘方百里者六十五，復於六十五算內，取其一算，餘方百里

者六十四。以所取一算變爲方十里者百。與方十里者七十一相加。得方十里者一百七十一。其餘方七十一不足減方十里者七十五之數。故就所餘方百里數內取其一算化爲方十里者。若千加入七十一方足減數。減方十里者七十五。餘方十里者九十六。以上其餘方百里者六十四。方十里者九十六。此古人運算之精微。行文之細密也。

或又謂其餘方百里者七十。若變爲方七十里者幾何。其餘方百里者四十。方十里者六十。若變爲方五十里者幾何。畿內封國亦倣此推。則位數兩兩相等。於步算不更捷歟。曰。此說似矣。而爲數甚煩。試細計之。方百里者七十。爲方七十里者一百四十二。方十里者四十二。減方七十里者六十。餘方七十里者八十二。方十里者四十二。與其餘方百里者四十。方十里者六十。相等。又方百里者四十。方十里者六十。爲方五十里者一百六十二。方十里者十。減方五十里者一百二十。餘方五十里者四十二。方十里者十。與其餘方百里者十。方十里者六十。相等。此畿外之數也。畿內則方百里者九十一。爲方七十里者一百八十五。方十里者三十五。減方七十里者二十一。餘方七十里者一百六十四。方十里者三十五。與其餘方百里者八十。方十里者七十一。相等。又方百里者八十。方十里者七十一。爲方五十里者三百二十二。方十里者二十一。減方五十里者六十三。餘方五十里者二百五十九。方十里者二十一。與其餘方百里者六十四。方十里者九十六。相等。夫數既相等。又何必爲此迂曲哉。或又謂方千里者。方百里者。方七十里者。方五十里者。俱變爲方十里。則位數均平。有整數而無零數。文法不更明晰歟。曰。如此則算數愈煩。且與上下文法不類。試細計之。方千里者。爲方十里者萬。方百

里者三十，爲方十里者三千，置方十里者萬，減方十里者三千，餘方十里者七千，與其餘方百里者七十相等。方七十里者六十，爲方十里者二千九百四十，置方十里者七千，減方十里者二千九百四十，餘方十里者四千零六十，與其餘方百里者四十，方十里者六十相等。又方五十里者百二十，爲方十里者三千，置方十里者四千零六十，減方十里者三千，餘方十里者一千零六十，與其餘方百里者十方十里者六十相等。此畿外之數也。畿內則方百里者九，爲方十里者九百，置方十里者萬，減方十里者九百，餘方十里者九千一百，與其餘方百里者九十一相等。又方百里者九十一，爲方十里者九千一百，方七十里者二十一，爲方十里者一千零二十九，置方十里者九千一百，減方十里者一千零二十九，餘方十里者八千零七十一，與其餘方百里者八十，方十里者七十一相等。又方五十里者六十三，爲方十里者一千五百七十五，置方十里者八千零七十一，減方十里者一千五百七十五，餘方十里者六千四百九十六，與其餘方百里者六十四，方十里者九十六相等。以上通就方十里計算，有整無零，法雖易明，而與上下文勢不類，數亦太煩。若以此行文，則無復實直之體，況得數無異，又何庸更張乎。

或又謂方百里，方七十里，方五十里，各數竟併作一次減，不更捷歟。曰：併三次減，爲一次減，亦未爲非。而記文不用者，爲其太略，觀者不能明晰，且於文體不稱故也。試細推之，以方百里者三十，作三十萬里，以方七十里者六十，作二十九萬四千里，以方五十里者百二十，作三十萬里，三數相加，得八十九

萬四千里。以減方千里之一百萬里。餘十萬零六千里。卽其餘方百里者十。方十里者六十也。此畿外之數也。又以方百里者九。作九萬里。方七十里者二十一。作十萬零二千九百里。方五十里者六十三。作十五萬七千五百里。三數相加。得三十五萬零四百里。以減方千里之一百萬里。餘六十四萬九千六百里。卽其餘方百里者六十四。方十里者九十六也。此畿內之數也。以上用積實數推算。若依記文所變之數。則方百里者三十。方百里者二十九。方十里者四十。方百里者三十。以上四數相加。得方百里者八十九。方十里者四十。以減方千里之方百里者百。餘方百里者十。方十里者六十。此畿外之數也。又方百里者九。方百里者十。方十里者二十九。方百里者十五。方十里者七十五。以上五數相加。得方百里者三十五。方十里者四。以減方千里之方百里者百。餘方百里者六十四。方十里者九十六。此畿內之數也。

又曰。方一里者爲田九百畝。方十里者爲方一里者百。爲田九萬畝。方百里者爲方十里者百。爲田九十億畝。方千里者爲方百里者百。爲田九萬億畝。

此計畿內外井田之地也。方里而井。井九百畝。故曰方一里者爲田九百畝也。方十里者是一百里。方一百里者百。亦是一百里。一里九百畝。百里九萬畝。故曰方十里者爲方一里者百。爲田九萬畝也。方百里者是一萬里。方十里者百。亦是一萬里。百里九萬畝。萬里九百萬畝。今云九十億畝者。以十萬爲一億。故曰方百里者爲方十里者百。爲田九十億畝也。方千里者是一百萬里。方百里者百。亦是一百

萬里、萬里、九百萬畝、百萬里、九萬萬畝。今云九萬億畝者，以萬億爲萬萬，故曰方千里者爲方百里者，百爲田九萬億畝也。一段之中，兩億字上下不同，鄭註分晰最明。孔疏亦覺其失，陳雲莊譏孔氏承誤釋之者，非也。今錄註疏及諸家之說，考訂於後。

鄭註曰：億，今十萬萬億，今萬萬也。

孔疏曰：一箇十里之方爲田九萬畝，十箇十里之方爲田九十萬畝，一百箇十里之方爲田九百萬畝。今云九十億畝，是一億有十萬，十億有百萬，九十億爲九百萬畝也。

皇侃曰：億數不定，或以十萬爲億，或以萬萬爲億，或以一萬爲億。此云萬億者，祇是萬萬也。六國時或將萬爲億，故云萬億。

陳澧曰：一箇百里之方，既爲九十億畝，則十箇百里之方爲九百億畝，百箇百里之方爲九千億畝。今乃云九萬億畝，與數不同者，若以億言之，當云九千億畝。若以萬言之，當云九萬萬畝。經文誤也。案億有大小兩數，大數萬萬爲億，小數十萬爲億。若依大數，則方百里者爲田九百萬畝，方千里者爲田九億畝。依小數，則方百里者爲田九十億畝，方千里者爲田九千億畝。皆與記文不甚合。陳澧以爲誤是也。然記云方百里者九十億畝，是從小數。方千里者九萬億畝，又似從大數。故鄭氏兩存其說，以億爲十萬，以萬億爲萬萬，姑爲調停之法。所謂依文解義者，皇氏亦謂億數不定，萬億祇是萬萬，與鄭註同。但一節中兩億字不應互異，從來無此文體，以萬萬爲億，未嘗不可以萬億爲萬萬，則近於傳會矣。康

成明知記文之誤而遷就以求合。康成非不解算者。夫依大數言。九萬箇一萬萬。依小數言。九千箇一萬萬。皆不得合。萬億二字爲萬萬也。若以萬億爲萬萬。是一萬爲一億矣。有是數乎。

又曰。凡四海之內。斷長補短。方三千里。爲田八十萬億一萬億畝。

方三千里。是三千箇三千里。得九百萬里。一百萬里。九萬萬畝。以九因之。得八十一萬萬畝。上文以萬億爲萬萬。此亦相承用之。故曰。方三千里。爲田八十萬億一萬億畝也。論文義。當爲八十一萬億畝。方氏以八十下萬億二字爲衍文。未嘗不是。然孔氏分晰甚明。盡言八十箇萬億之外。更有一箇萬億。此記文實直處。陳雲莊譏孔氏承誤釋之。非也。今錄註疏及諸家之說。考訂於後。

鄭註曰。方三千里。爲田八十萬億一萬億畝。此九州之大計。孔疏曰。爲田八十萬億一萬億畝者。以一州方千里。九州方三千里。三三如九。爲方千里者有九。一箇千里。有九萬億畝。九箇千里。九九八十一。故有八十一萬億畝。但記文詳具於八十整數之下。云萬億。是八十箇萬億。又云一萬億。言是詳也。以前文誤爲萬億。此則因前文之誤。更以萬億言之。

方慤曰。經上重有萬億二字。蓋衍文。陳澧曰。方百里。爲田九十億畝。則方三千里。當云八萬一千億畝。如疏義。亦承誤釋之也。

案。方三千里。是九百萬里。從大數。爲田八十一億畝。從小數。爲田八萬一千億畝。亦與記文不合。蓋上文以方千里爲九萬億畝。故此亦以八十一萬億畝計算。孔疏已明言之。陳氏言八萬一千億畝。則是

而謂孔氏誤釋則非。孔氏何嘗不知記文之誤乎。方氏以上萬億二字爲衍。於義亦通。但孔疏言八十萬億之外。更有一萬億。共八十一萬億畝。於文理初無害。亦不必定作衍文也。

又案。里數畝數。十百千萬。以次遞升。位數參差。易於目眩。卽算氏名家。少一粗疎。便失其序。今依數列表。庶初學一覽卽明。具如左方。

里數表

方一里積一里。

九百畝

方十里積一百里。

九萬畝

方百里積一萬里。

九百萬畝

方千里積一百萬里。

九萬萬畝

方三千里積九百萬里。

八十一萬萬畝

億小數表

一億

十萬畝

十億

一百萬畝

百億

一千萬畝

千億

一萬萬畝

萬億

億大數表

一億

十億

百億

千億

一里方積表

方一里者一里積一里

九百畝

方一里者十里積十里

九千畝

方一里者百十里積百十里

九萬畝

方一里者千千里積千千里

九十萬畝大數

十萬萬畝

一萬萬畝

十萬萬畝

一百萬萬畝

一千萬萬畝

九億畝小數

方一里者萬積一萬里縱一百里橫一百里即

九百萬畝大數

九十億畝小數

方一里者十萬積十萬里縱一里橫十萬里即

九千萬畝大數

九百億畝小數

方一里者百萬積一百萬里縱一千里橫一千里即方十里

九萬萬畝大數

九千億畝小數

方一里者九百萬積九百萬里縱三千里橫三千里即方十里者九萬亦即

八十一萬萬畝大數

八萬一千億畝小數

十里方積表

方十里者積一百里縱十里橫十里

方十里者二十九積二千九百九十里縱十

方十里者四十積四千四百四十

方十里者六十積六千六百六十

方十里者七十一積七千七百一十

方十里者七十五積七千七百五十

方十里者九十六積九千九百六十

方十里者百積一萬里縱十

五十里方積表

方五十里者一積二千五百里縱五十

方五十里者六十三積十五萬七千五百七十五

方五十里者百二十積三十萬里縱五十

七十里方積表

方七十里者一積四千九百九十里縱七十

方七十里者二十一積十萬零二千九百九十九

方七十里者六十積二十九萬四千九百九十

百里方積表

方百里者一	積一萬里	縱一百里	橫一百里
方百里者九	積九萬里	縱一百里	橫九百
方百里者十	積十萬里	縱一百里	橫一百
方百里者十五	積十五萬里	縱一百里	橫一千
方百里者二十九	積二十九萬里	縱一百里	橫二千
方百里者三十三	積三十三萬里	縱一百里	橫三千
方百里者四十四	積四十四萬里	縱一百里	橫四千
方百里者六十六	積六十六萬里	縱一百里	橫六千
方百里者六十四	積六十四萬里	縱一百里	橫四千
方百里者七十七	積七十七萬里	縱一百里	橫七千
方百里者八十八	積八十八萬里	縱一百里	橫八千
方百里者九十一	積九十一萬里	縱一百里	橫九千
方百里者百	積一百萬里	縱一百里	橫一萬
千里方積表	積一千里	縱一千里	橫一千里

方千里者

積一自萬里縱一千里橫一千里即方百里者百亦即方十里者一萬

方三千里者

積九自萬里縱三千里橫三千里即方千里者九亦即方百里者九百又即方十里者九萬

王制曰方千里者爲方百里者百封方百里者三十國其餘方百里者七十又封方七十里者六十爲方百里者二十九方十里者四十其餘方百里者四十方十里者六十又封方五十里者百二十爲方百里者三十其餘方百里者十方十里者六十

正義曰此一經論畿外九州建國之法九州州別方千里凡千里之方以開方計之爲方百里者凡有一百故云爲方百里者百封方百里者三十國者前文云封大國三十故此云封方百里者三十國謂公也以百中去三十故其餘方百里者有七十又封方七十里者六十爲方百里者二十九方十里者四十謂侯國也凡百里之方開方計之爲十里之方百其七十里之國一用十里之方四十九七十里之國二則用十里之方九十八則一箇百里爲七十里之國二剩十里之方二然則二十箇七十里之國用百里之方十剩十里方有二十七十之國六十用百里之方三十剩十里之方六十今就百里之方三十里之中抽去十里之方六十是用百里之方二十九方十里者四十故其餘方百里者四十方十里者六十又封方五十里者百二十者上云小國百二十謂伯國也凡百里之方一封五十里之國四則十箇百里之方封五十里之國四十今小國百二十故用百里之方三十則其餘方百里者十方十里者六十以爲附庸閒田