与人教版九年义务教育初级中学教科书（最新修订本）同步

新 教 材 课 题 研 究 中 心

新教材解读

新思路　新理念　新方法　新题型

初中二年级
上册

主编：李文溢

数学

陕西师范大学出版社

新教材课题研究中心

新教材解读

初中二年级
上册

主　编：李文溢
副主编：余克刚　石学平　李爱兵
编　者：石学平　李爱兵　翁伟华　余来源　夏贵勇
李文溢　孟　超　杨立宏　王国华　王四应
陈美焕　秦茂桃　余克刚

数学

陕西师范大学出版社

图书代号:JF3N0288

特邀编辑 洪 伟
责任编辑 叶向东
责任校对 郭健娇

新教材解读丛书
数 学(初中二年级上)
主 编 李文溢

出版发行 陕西师范大学出版社
社　　址 西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网　　址 http://www.snuph.com
经　　销 新华书店
印　　制 国营五二三厂
开　　本 880×1230 1/32
印　　张 7.5
字　　数 208 千
版　　次 2003 年 8 月第 1 版
印　　次 2003 年 8 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 7-5613-0733-0/G·528
定　　价 9.00 元

前言

《新教材解读》系列丛书与其他同类书相比，最突出的特点是新。

第一，教材新

丛书以人民教育出版社九年义务教育最新教材为蓝本编写，以国家教育部最新教学大纲为依据。

第二，理念新

首先突出新形势下新的教育理念。丛书从特色栏目“点燃思维火花”和“优生兴趣乐园”中渗透了北京市、湖北省、江苏省、天津市、安徽省一代名师教育理念的变化，在学生生活经验基础上构建知识，让学生自己去寻找真理，从“学生身边的例事”展开课程，让课堂教学在师生互动中产生新知识。

第三，思路新

“掌握一种方法比做一百道题更有用。”丛书突出教给学生学习方法和新的思路。从特色栏目“重点难点解读”和“拓展延伸探究”中详细介绍各种类型的解题方法，思维受阻突破方法，知识灵活应用方法，思维拓展方法，研究性学习培养发散思维能力的方法，让学生在快乐轻松的学习中掌握全新的自主学习模式和方法。

第四，题目新

新型的活题训练是有效地培养学生思维的深刻性、灵活性、独创性、敏感性的重要手段之一。丛书大量题目是一代名师近期原创的新题、活题，注重知识“点”与“面”的联系、课堂内与课堂外的渗透，例题讲解透彻、独到、一题多问、一题多解，培养学生新的思路、新的想象、新的发现。

这套丛书尽管从策划、编写，再到出版精心设计，细致操作，可谓尽心尽力；尽管书中许多内容是作者长期教学实践和潜心研究的成果，但仍需要不断完善。不当之处，诚望广大读者指正。

●新教材课题研究中心　　2003.5

目录 CONTENTS

代数部分

■第八章　因式分解　1

8.1　提公因式法　1
8.2　运用公式法　7
8.3　分组分解法　15
第八章　综合导学　23

■第九章　分　式 28

9.1　分　式　28
9.2　分式的基本性质　33
9.3　分式的乘除法　39
9.4　分式的加减法　45
9.5　含有字母系数的一元一次方程　52
9.6　探究性活动：$a = bc$ 型数量关系　57
9.7　可化为一元一次方程的分式方程及其应用　62
第九章　综合导学　71

几何部分

■第三章　三角形 78

3.1　关于三角形的一些概念　78
3.2　三角形三条边的关系　84
3.3　三角形的内角和　90
3.4　全等三角形　96
3.5　全等三角形的判定(一)　102
3.6　全等三角形的判定(二)　111

目录 CONTENTS

3.7 全等三角形的判定(三) 119
3.8 直角三角形全等的判定 126
3.9 角的平分线 133
3.10 基本作图 139
3.11 作图题举例 144
3.12 等腰三角形的性质 149
3.13 等腰三角形的判定 161
3.14 线段的垂直平分线 169
3.15 轴对称和轴对称图形 176
3.16 勾股定理 184
3.17 勾股定理的逆定理 192
第三章 综合导学 198

■参考答案 208

代数部分

第八章　因式分解

8.1　提公因式法

点燃思维火花

你会计算 $1998+1998^2-1999^2$ 吗？你知道 $1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\cdots+x(1+x)^{2002}$ 的结果吗？当 a 是正整数时，你能判断 a^2+a 是奇数还是偶数？像这类问题，我们该用哪些数学方法技巧来解决呢？这一节，我们共同探讨这类问题的解决方法.

重点难点解读

1. 因式分解的意义

把一个多项式化成几个整式的积的形式，这种式子变形叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式分解因式.

理解因式分解的概念时，要明确以下几点：

(1)因式分解的对象是多项式，是多项式的恒等变形；(2)因式分解的结果必须是几个整式的乘积的形式. 例如：$x^2-2x+1=x(x-2+\frac{1}{x})$、$2a+2b+c=2(a+b)+c$ 等，都不是因式分解；(3)因式分解和整式乘法是相反方向的变形. 整式乘法运算，是把几个整式的积转化为多项式，而因式分解是把多项式转化为几个整式的积的形式. 因式分解和整式乘法的关系是：

$$整式积\underset{因式分解}{\overset{整式乘法}{\rightleftharpoons}}多项式$$

例如：$x(x-1)=x^2-x$、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 都是整式乘法；反过来，$x^2-x=x(x-1)$、$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 都是因式分解.

2. 提公因式法

(1)公因式

一个多项式各项都含有的因式叫做这个多项式的公因式. 例如：多项式 $8a^3b^2+12ab^3c$ 中的第一项 $8a^3b^2=4ab^2\cdot 2a^2$，第二项 $12ab^3c=4ab^2\cdot 3bc$，这两项中都含有 $4ab^2$，那么 $4ab^2$ 就是这个多项式的公因式. 又如：多项式 $ma+mb-c$，尽管 m 是第一、二两项的公因式，但不是第三项的因式，因此 m 不是该多项式的公因式.

(2)寻找公因式的方法

①对于系数，若各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数.

②对于字母，取各项相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的.

当多项式的各项的公因式是隐含的时候，要把多项式进行适当的变形. 如：把 $6(x-2)+x(2-x)$ 分解因式，其中 $(x-2)$ 与 $(2-x)$ 只差一个符号，如果我们把 $2-x$ 变号，即 $2-x=-(x-2)$，原多项式就有公因式 $(x-2)$ 了. 确定公因式时，要善于发现隐含的这种多项式的公因式，变换时要注意符号，注意利用以下几个恒等关系：$a-b=-(b-a)$、$(a-b)^2=(b-a)^2$、$(a-b)^3=-(b-a)^3$.

(3)提公因式法

一般地，如果多项式的各项都含有公因式，可以把这个公因式提到括号外面，将多项式写成因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法. 如：$8a^3b^2+12ab^3c=4ab^2\cdot 2a^2+4ab^2\cdot 3bc=4ab^2(2a^2+3bc)$.

(4)提公因式分解因式的步骤

提公因式分解因式的一般步骤是：第一步确定公因式；第二步提公因式并确定另一个因式.

课堂综合运用

例1 把下列各式分解因式：

(1)x^2-xy+x；　(2)$-4m^3+16m^2-26m$.

【思维点拨】 用提公因式法分解因式的关键是准确找出多项式各项的公因式，(1)中各项都有字母因式 x，且最低次数是 1 次，故其公因式是 x；(2)中各项系数是整数时，公因式的系数取各项系数的最大公约数 2，多项式的各项都含有 m，且最低次数是 1 次，故其公因式是 $2m$.

解：(1)$x^2-xy+x=x(x-y+1)$

(2)$-4m^3+16m^2-26m=-2m(2m^2-8m+13)$

【点悟】 ①"1"作为某项的系数通常可以省略，但如果单独成一项时，它在因式分解时不能漏掉.上例(1)中的因式$(x-y+1)$不能写成$(x-y)$.

②如果多项式的第一项的系数是"－"的，一般都将"－"号随公因式一起提出，使括号内的第一项系数是正的.在提出"－"号时，多项式的各项都要变号.

例2 把下列各式分解因式：

(1)$4q(1-p)^3+2(p-1)^2$；

(2)$3m(x-y)-n(y-x)$；

(3)$m(5ax+ay-1)-m(3ax-ay-1)$.

【思维点拨】 (1)题由于$(p-1)^2=(1-p)^2$，原多项式等于$4q(1-p)^3+2(1-p)^2$，把$(1-p)$看做一个整体，因为多项式的每一项都含有$(1-p)$，且最低次幂是$(1-p)^2$，系数的最大公约数是 2，故多项式的公因式是$2(1-p)^2$；(2)题由于$y-x=-(x-y)$，原式等于$3m(x-y)+n(x-y)$，由此可见这个多项式的公因式是$(x-y)$；(3)中的公因式是 m.

解：(1)$4q(1-p)^3+2(p-1)^2$

$=4q(1-p)^3+2(1-p)^2$

$=2(1-p)^2[2q(1-p)+1]$

$=2(1-p)^2(2q-2pq+1)$

(2)$3m(x-y)-n(y-x)$

$=3m(x-y)-[-n(x-y)]$

$=3m(x-y)+n(x-y)$

$=(x-y)(3m+n)$

(3)$m(5ax+ay-1)-m(3ax-ay-1)$

$=m[(5ax+ay-1)-(3ax-ay-1)]$

$=m(5ax+ay-1-3ax+ay+1)$

$=m(2ax+2ay)$

$=2am(x+y)$

【点悟】 ①公因式既可以是单项式,也可以是多项式.

②对隐含的公因式变形时,其符号的变化是易错点.

③提公因式时不能漏提系数,公因式一定要找全.

④提公因式后所得的另一个因式,如果含有中括号,要经过整理,把中括号变为小括号.最后结果只含有小括号.

⑤分解要彻底.如第(3)题,提公因式后,括号内的式子经合并同类项整理后,若仍有公因式,则应继续提取公因式,直到多项式的每一个因式都不能再分解为止.

拓展延伸探究

3 计算

(1)已知 $a+b=13, ab=40$,求 a^2b+ab^2 的值;

(2)$1998+1998^2-1999^2$.

【思维点拨】 (1)题若先求出 a、b 的值代入代数式 a^2b+ab^2 中,这样计算麻烦,可以先把代数式进行因式分解,变成只含有 $a+b$ 和 ab 的形式,

再整体代入求值;(2)题若按计算顺序和计算法则直接计算,计算量太大、太麻烦.所以要考虑利用因式分解进行变形,又由于此题中的三项没有公因式,可以尝试先将前两项提公因式 1998,得 $1998(1+1998)-1999^2$,显然变形后所得的两项式中又有公因式 1999,可以再提公因式 1999.

解:(1)$a^2b+ab^2=ab(a+b)$

当 $a+b=13$,$ab=40$ 时,原式 $=40\times13=520$.

(2)$1998+1998^2-1999^2$

$=1998(1+1998)-1999^2$

$=1998\times1999-1999^2$

$=1999(1998-1999)$

$=-1999$.

【点悟】 ①整体代入求值这种解题思想值得借鉴.

②纯数字的题目同样可以利用因式分解来计算.如第(2)小题.

例4 比较 2002×20032003 与 2003×20022002 的大小.

【思维点拨】 本题如果直接计算,不仅计算量大,而且容易出错.仔细观察其中各数的特点,发现这些数都与 2002 和 2003 两个数有关.可设 2002 为 x,则 $2003=x+1$,所以 $20022002=20020000+2002=2002\times10000+2002=10000x+x=10001x$,$20032003=20030000+2003=2003\times10000+2003=10000(x+1)+(x+1)=(x+1)(10000+1)=10001(x+1)$.

解:设 $2002=x$,

$\because$ $2002\times20032003-2003\times20022002=x\cdot10001(x+1)-(x+1)\cdot10001x=0$

$\therefore$ $2002\times20032003=2003\times20022002$

【点悟】 ①比较两个有理数的大小可以借助于它们的差或商、倒数等来比较.

②在解有规律的数字问题时，常用字母代替其中部分数字的值，从而简化计算.

随堂能力测试

选择题

1. 下列变形是因式分解的是 (　　)

A. $xy(x+y)=x^2y+xy^2$

B. $x^2+2x+1=x(x+2)+1$

C. $(a-b)(m-n)=(b-a)(n-m)$

D. $ab-a-b+1=(a-1)(b-1)$

2. 下列各式的因式分解中，正确的是 (　　)

A. $-a^2+ab-ac=-a(a+b-c)$

B. $9xyz-6x^2y^2=3xyz(3-2xy)$

C. $3a^2x-6bx+3x=3x(a^2-2b)$

D. $\frac{1}{2}xy^2+\frac{1}{2}x^2y=\frac{1}{2}xy(x+y)$

3. $-6xyz+3xy^2-9x^2y$ 的公因式是 (　　)

A. $-3xy$　　B. $3xz$　　C. $3yz$　　D. $-3x$

4. 把多项式 $x^2-mx-35$ 分解因式为 $(x-5)(x+7)$，则 m 的值是 (　　)

A. 2　　B. -2　　C. 12　　D. -12

5. $(-2)^{2001}+(-2)^{2002}$ 等于 (　　)

A. -2^{2001}　　B. -2^{2002}　　C. 2^{2001}　　D. -2

中考题

6. 已知 $x^2-x-1=0$，则 $-x^3+2x^2+2002$ 的值是________.（福建省福州市，2002 年中考题）

综合题

7. 分解因式

(1) $-20a-15ax$；

(2) $6x^3y(x-y)^3-4xy^3(y-x)^2$；

(3)$2(a-3)^2-a+3$;

(4)$(m-n)^4+m(m-n)^3+n(n-m)^3$;

(5)$a(a-b-c)+b(b+c-a)+c(c-a+b)$;

(6)$-m^2n(x-y)^n+mn^2(x-y)^{n+1}$.

8. 已知关于 x 的多项式 $3x^2+x+m$ 因式分解后有一个因式为$(3x-2)$,(1)求 m 的值;(2)将多项式因式分解.

9. 当 a 是正整数时,试判断 a^2+a 是奇数还是偶数.

10. 利用因式分解化简多项式:

$$1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\cdots+x(1+x)^{2002}$$

11. 已知 $x^4+x^3+x^2+x+1=0$,求 $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2004}$的值.

8.2 运用公式法

点燃思维火花

计算$(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})(1-\frac{1}{4^2})\cdots(1-\frac{1}{2000^2})(1-\frac{1}{2001^2})$的结果是多少?这道算式冗长复杂,能不能把各因式变形,使计算简便呢?因此我们来研究探讨这类问题的解答方法,寻找解题规律.

重点难点解读

1. 运用公式法

把乘法公式反过来,就可以用来把某些多项式分解因式.这种分解因式的方法叫做运用公式法.

2. 平方差公式

把乘法公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$反过来,就得到:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

也就是说,两个数的平方差,等于这两个数的和与这两个数的差的积.这个公式就是因式分解的平方差公式.其特点是:左边是二项式,两项都能

写成平方的形式，且符号相反，右边是两个数的和与这两个数的差的积.

因式分解的平方差公式中的字母 a、b 可以表示任何数、单项式，也可以表示多项式. 凡是符合平方差公式特点的二项式都可以运用平方差公式分解因式，如 x^2-y^2，$16-\frac{1}{25}m^2$，a^2-1，$(a+b)^2-1$，$-16a^2+(b+c)^2$ 等，都可以运用平方差公式分解因式.

3. 完全平方公式

把乘法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 反过来，就得到：

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

也就是说，两个数的平方和加上(或者减去)这两个数的积的 2 倍，等于这两个数的和(或者差)的平方. 这个公式就是因式分解的完全平方公式. 其特点是：左边是三项式，首末两项分别是两个数的平方和的形式，且这两项符号相同，中间一项是这两个数的积的 2 倍，符号正负均可；右边是这两个数的和(或差)的平方. 当中间的乘积项与首末两项符号相同时，是和的平方；当中间的乘积项与首末两项的符号相反时，是差的平方. 因此在运用完全平方公式时，一定要根据式子特点合理选用完全平方公式.

因式分解的完全平方公式中的字母 a、b 可以表示任何数、单项式或多项式. 凡是符合完全平方公式特点的三项式都可以运用完全平方公式分解因式，如 $x^2+2xy+y^2$、x^2+6x+9、$4x^2-20x+25$、$(a+b)^2-4(a+b)+4$ 等，都可以运用完全平方公式分解因式.

4. 怎样选择恰当公式分解因式

(1)分解因式时，有公因式要先提公因式，然后再考虑其他方法.

(2)观察要分解的多项式，判断其是否符合某个公式的特点，要认清要分解的多项式中的各项如何用公式中的项表示，把这个多项式变为完全符合公式的形式，然后再进行因式分解. 如：当多项式只有两项时，若各项的指数都是 2 的倍数且两项系数异号时，可考虑用平方差公式；当多项式有三项时，可以考虑用完全平方公式加以分解.

课堂综合运用

例1 把下列各式因式分解：

(1)$4x^2-9$；　　　　(2)x^4-1；

(3)$4(x-2y)^2-9(2x-y)^2$；　　　　(4)$-a^5b+ab$.

【思维点拨】 (1)中 $4x^2=(2x)^2, 9=3^2$，所以 $4x^2-9$ 可转化为 $(2x)^2-3^2$，符合平方差公式特点；(2)$x^4=(x^2)^2, 1=1^2$，所以 $x^4-1=(x^2)^2-1^2$，符合平方差公式特点；(3)中 $4(x-2y)^2=[2(x-2y)]^2, 9(2x-y)^2=[3(2x-y)]^2$，所以 $4(x-2y)^2-9(2x-y)^2=[2(x-2y)]^2-[3(2x-y)]^2$ 同样符合平方差公式特点，只不过这里要把各项适当的变形；(4)题先提出“－”号，不是平方差公式的形式，考虑变形，提出公因式 ab，另一个因式是 a^4-1，也具有平方差的形式，因此可以用平方差公式继续分解.

解：(1)$4x^2-9$

$=(2x)^2-3^2$

$=(2x+3)(2x-3)$

(2)x^4-1

$=(x^2)^2-1$

$=(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^2+1)(x+1)(x-1)$

(3)$4(x-2y)^2-9(2x-y)^2$

$=[2(x-2y)]^2-[3(2x-y)]^2$

$=[2(x-2y)+3(2x-y)][2(x-2y)-3(2x-y)]$

$=(8x-7y)(-4x-y)$

$=-(8x-7y)(4x+y)$

(4)$-a^5b+ab$

$=-(a^5b-ab)$

$=-ab(a^4-1)$

$= -ab(a^2+1)(a^2-1)$

$= -ab(a^2+1)(a+1)(a-1)$

【点悟】 ①一个多项式具有平方差的形式或适当变形后具有平方差的形式，就可以运用平方差公式分解.

②因式分解要彻底，如上例第(2)题中因式(x^2-1)仍能分解.

③如果多项式的各项有公因式，应先提出公因式，再进一步分解因式.

例2 把下列各式因式分解：

(1) $-x^2-4y^2+4xy$；　(2) $(x+y)^2-6(x+y)+9$；

(3) $3ax^2+6axy+3ay^2$；(4) $(x+y)^2-4(x+y-1)$.

【思维点拨】 (1)题的两个平方项的符号为负，不符合完全平方公式的特点，不能直接运用完全平方公式进行因式分解.可以先提出“-”号，这时括号内的多项式就符合完全平方公式的结构特点了；(2)题把$(x+y)$看成一个整体，两个平方项分别是$(x+y)^2$和3^2，$(x+y)$相当于公式中的a，3相当于公式中的b，另一项$-6(x+y)=-2\cdot(x+y)\cdot 3$，符合完全平方公式的特点；(3)题先提公因式$3a$；(4)题只有两项，但两项中均有$(x+y)$，可以考虑把常数项分离出来，构成三项式，即$(x+y)^2-4(x+y-1)=(x+y)^2-4(x+y)+4$.

解：(1) $-x^2-4y^2+4xy$

$= -(x^2-4xy+4y^2)$

$= -[x^2-2\cdot 2xy+(2y)^2]$

$= -(x-2y)^2$

(2) $(x+y)^2-6(x+y)+9$

$=(x+y)^2-2\cdot(x+y)\cdot 3+3^2$

$=(x+y-3)^2$

(3) $3ax^2+6axy+3ay^2$

$=3a(x^2+2xy+y^2)$

$=3a(x+y)^2$

(4) $(x+y)^2-4(x+y-1)$

$=(x+y)^2-4(x+y)+4$

$=(x+y)^2-2\cdot(x+y)\cdot 2+2^2$

$=(x+y-2)^2$

【点悟】 ①要善于对多项式进行观察,如第(4)题.

②用完全平方公式分解因式时,一定要注意检查中间一项是否符合特征.

拓展延伸探究

例3 把下列各式因式分解:

(1) $a^4-2a^2b^2+b^4$;

(2) $(x^2+1)^2-4x(x^2+1)+4x^2$;

(3) $64m^2n^2-(m^2+16n^2)^2$;

(4) $(x+y)^2+4(x-y)^2-4(x^2-y^2)$.

【思维点拨】 (1)题可以把 a^4、b^4 分别看成 $(a^2)^2$、$(b^2)^2$,a^2 相当于公式中的 a,b^2 相当公式中的 b,另一项是 $-2a^2b^2$,因此符合完全平方公式的特点.分解成 $(a^2-b^2)^2$ 后,括号内又符合平方差公式特点,还可以继续分解;(2)题中的两个平方项是 $(x^2+1)^2$、$(2x)^2$,符合完全平方公式的特点,分解成 $(x^2+1-2x)^2$,观察发现括号内又符合完全平方公式的特点,还要再分解;(3)题有两项,符号相反,可以考虑运用平方差公式,分解成 $[8mn+(m^2+16n^2)][8mn-(m^2+16n^2)]$ 去括号后,再套用完全平方公式分解;(4)题有两个平方项 $(x+y)^2$、$[2(x-y)]^2$,而另一项 $-4(x^2-y^2)=-2(x+y)\cdot 2(x-y)$.因此符合完全平方公式特点.

解: (1) $a^4-2a^2b^2+b^4$

$=(a^2-b^2)^2$

$=[(a+b)(a-b)]^2$

$=(a+b)^2(a-b)^2$

(2) $(x^2+1)^2-4x(x^2+1)+4x^2$

$=(x^2+1)^2-2(x^2+1)\cdot 2x+(2x)^2$