

196583

基本馆藏

論文集編輯者

技術科學博士Г·И·阿塔別柯夫教授

理論電工學的 幾個問題



國防工業出版社

技术科学博士

Г. И. 阿塔别柯夫教授編

理論电工学的几个問題

吳德海 譯



國防工業出版社

本書主要闡述有关电路与电磁場理論的一些問題。敘述了計算穩定与瞬变过程的单一变更符号法，校正裝置的綜合問題；用富里哀双重級数計算沿直角汇流条断面上电流密度分布的方法，用麥克斯韋尔方程式計算配導綫的正序和零序电感的方法；列出三相电流求和器的电路及其計算公式；最后并研究了电子管和平面晶体三极管参数的关系等等。

本書可供从事电工理論，航空电气自动装置和无线电工程方面的广大讀者作参考。

Сборник статей
под редакцией

докт. техн. наук проф. Г. И. Атабекова

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Государственное
издательство оборонной промышленности
Москва 1953

本書系根据苏联国防工业出版社
一九五六年俄文版譯出

理論电工学的几个問題

[苏] 論文集編輯者 Г. И. 阿塔別柯夫教授
吳德海 譯

國防·重工業出版社 出版

北京市書刊出版業營業許可証出字第074号
机械工业出版社印刷 印刷 新华書店发行

767×1092 1/32·31 1/2 印張·77,000字

一九五八年八月第一版

一九五八年八月北京第一次印刷

印数：1—3,200冊·定价：(10)0.55元

目 录

序 言	4
常参数直线性电路的工程计算法	7
技术科学碩士 H. H. 林尼欽柯	
在直线性和非直线性系統中瞬变过程的	
近似数值计算法 (递推公式法)	33
技术科学碩士 C. C. 胡赫利柯夫	
消除在频率变化不大时四极网路输出电压和	
电流的振幅及相位的变化	45
技术科学碩士 C. II. 伊諾节姆采夫	
环形綫圈横断面的最佳形状	54
技术科学碩士 A. B. 季莫費耶夫	
矩形断面汇流条上的表面效应	69
技术科学碩士 C. A. 庫帕良	
用麦克斯韋尔方程式确定导綫电感	76
工程师 A. B. 卡明斯基	
关于飞机交流发电机并联工作时的频率	
自动控制問題	84
技术科学碩士 C. II. 伊諾节姆采夫、 技术科学碩士	
B. H. 伊斯特拉托夫、 工程师 A. B. 卡明斯基	
在繼电保护电路中三相电流求和器的采用	89
工程师 A. B. 卡明斯基	
在微小訊号电压情况下, 平面晶体三极管放大器	
和电子管放大器计算法的类比	97
工程师 B. Ф. 拉赫馬諾夫	

序 言

本汇集里收集的論文乃是荣膺列宁勋章之莫斯科謝尔果·奥尔忠尼启則航空学院《理論电工学》教研組成員在最近几年进行科学研究的結果。在这些論文里闡述了有关电路与电磁場理論的一些問題。

在技术科学碩士 H. H. 林尼欽柯副教授的論文《常参数直綫性电路的工程計算法》里叙述了作者研究出的計算稳定与瞬变过程的单一变更符号法。利用所謂广义函数和基础电路的理論就是以它为根据的。作者并举例說明了这种方法較之現有的計算法的优越处。

在技术科学碩士 C. C. 胡赫利柯夫副教授的論文《在直綫性和非直綫性系統中瞬变过程的近似計算法》里叙述了一种新的近似数值計算法。这种方法的依据是利用文献中熟知的時間函数值与相应的原函数对变量 p 的导数的关系式。利用所提供的計算直綫性与非直綫性系統中瞬变过程的方法，可根据給定的微分方程式求出递推公式；借助此种递推公式可逐步得到所求的时间函数值。

在技术科学碩士 C. H. 伊諾节姆采夫副教授的論文《消除在頻率变化不大时四极网路輸出电压和电流的振幅及相位的变化》里闡述了校正裝置的綜合問題。作者所提供的方法可用于計算电压发送器，并在繼电保护方面得到应用。

在技术科学碩士 A. B. 季莫費耶夫的論文《环形綫圈橫断面的最合理的形状》里論述了在其他条件相同时寻求为保証

繞組具有最小重量的環形繞圈斷面周長的問題。作者指出，所求的曲線呈橢圓形。根據由繞圈所產生的最大磁通量的條件，同樣可得出對矩形鐵心的最合理的關係式。在磁通量給定的條件下，這樣的關係式可保證繞圈的重量為最小。

在技術科學碩士 C. A. 庫帕良的論文《矩形斷面匯流條上的表面效應》里敘述了借助富里哀雙重級數計算沿直角匯流條斷面上電流密度分布的方法。邊界值是用循序近似法求得的。

在研究生 A. B. 卡明斯基的著作《借助麥克斯韋爾方程式確定導線電感》里，論述了借助麥克斯韋爾方程式計算配導線的正序和零序電感的方法。作者推導出了計算具有配導線的單相和三相線路電感的公式。作者並對計算地殼與飛機外殼的回電流、以及對簡化低壓網路的計算過程都加以介紹。

在技術科學碩士 C. H. 伊諾節姆采夫副教授、技術科學碩士 B. H. 伊斯特拉托夫副教授和研究生 A. B. 卡明斯基的論文《關於飛機交流發電機並聯工作時的頻率自動控制問題》里討論了在 1954 年外國文獻里記載的兩種控制頻率的方法。作者們根據分析得出了結論，並對於在並聯工作的飛機用的交流發電機的條件下運用該兩種電路的的可能性加以介紹。

在研究生 A. B. 卡明斯基的著作《在繼電保護電路中三相信流求和器的運用》里列出了三相信流求和器的電路，利用此種電路可以簡化繼電保護的實施。作者還列出了計算公式，確定了在發生各種故障時電路的靈敏度。並且指出在交流低壓系統內使用求和器時它比對稱分量濾波器的優越之處。

最後，在 B. Ф. 拉赫馬諾夫工程師的論文《在微小訊號電壓情況下，平面晶體三極管放大器和電子管放大器計算法的比擬》里研究了電子管和平面晶體三極管參數的關係，並指出

装有此种器件的放大器电路計算法的共同性。

本教研組希望在这本汇集里的論文会引起从事电工理論、航空电气自动装置和无綫电工程方面的广大讀者的兴趣。

常参数直綫性电路的工程計算法

技术科学碩士 H. H. 林尼欽柯

虽然闡述直綫性电路的著作为数很多，但它們的基本計算方法几乎沒有改变，还都是在 60 年前出現的 施达因麦茨符号法和赫維塞得展开式。这是由于計算方法主要是沿着理論途徑发展的。可是理論的情况也不是完全順利的。虽然它有着明显的优点，但毕竟不能不指出它的两个缺点：人为性和累贅。

本文的主要任务是改进符号計算法。并且順便闡明有关建立簡單而自然的、从工程观点看来是相当广泛的理論的可能性。

§1 一个从未被注意过的重要函数

这是多么奇怪，到現在还没有利用过这样一个反映任意实际系統，即具有三个不变参数：質量、彈性和摩擦的系統，从一个状态轉入另一个时所伴随着的最普遍的自然过程的函数。在建立这种函数时我們用下列乘积作为开始：

$$e^{-\Omega t} \sin \Omega t。$$

解微分方程时常常遇到此种表达式。可是到現在为止只是把它当作一个乘积，而把它的性質認為是各个余因子性質的組合。我們应当把該乘积当作一个单一函数，并且应当作为单一函数来研究它的性質。

这种处理已知函数組合的方法并不是沒有先例的。例如可

以指出双曲线函数 $\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 等等。因此我们引用下列的表示符号:

$$\operatorname{es} \Omega t = e^{-\delta t} \frac{\sin \Omega t}{\sin \sigma} \quad (1)$$

式中 es ——эсинус——是指数正弦 (экспоненциальный синус) 的简称。式(1)里的除数 $\sin \sigma$ 很重要, 由于它的缘故 (1)

式才概括了自由过程所有的函数。

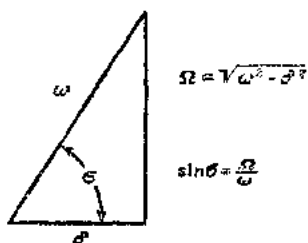


图 1

我们约定, 符号 es 也表示某个建立 δ , Ω , σ 和 ω 诸特性之间的关系 的向量为已知 (图 1)。所研究的函数恰恰在这些关系存在的情况下具有极好的性能。

要利用指数正弦, 必须掌握两种运算法: **变换运算** 和 **微分运算**。

变换运算之所以必要, 这是因为指数正弦视比 $\frac{\omega}{\delta} = k$ 的大小而改变本身形式。

当 $k > 1$ 时, 指数正弦具有 (1) 式的形式; 式中 Ω 与 σ 的数值借助下列的主要代换确定 (参看图 1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega = \sqrt{\omega^2 - \delta^2}, \\ \sin \sigma = \frac{\Omega}{\omega}. \end{array} \right. \quad (1a)$$

当 $k \rightarrow 1$ 时, 指数正弦具有临界形式:

$$\operatorname{es} \Omega t = e^{-\delta t} \omega t, \quad (2)$$

借助下列的零代换 (由 (1a) 推出) 由 (1) 式很容易得出 (2) 式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega \rightarrow 0, \\ \sigma \rightarrow \frac{\Omega}{\omega} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \quad (2a)$$

当 $k < 1$ 时, 指数正弦具有非周期性形式:

$$\text{es } \Omega t = e^{-\sigma t} \frac{\text{sh } \Omega' t}{\text{sh } \sigma' t}, \quad (3)$$

借助下列的虚数代换〔由 (1a) 推出〕由 (1) 式很容易得出 (3) 式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega = j\Omega', \\ \sigma = j\sigma'. \end{array} \right\} \quad (3a)$$

最后, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 指数正弦变为正弦:

$$\text{es } \Omega t = \sin \omega t \quad (4)$$

它是借助下列的正弦代换而得到的:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega \rightarrow \omega \\ \sigma \rightarrow -\frac{\pi}{2} \end{array} \right\}. \quad (4a)$$

值得指出, 零代换、虚数代换和正弦代换都是从 (1a) 推出, 这三种代换不仅用来作为指数正弦的划一变换, 而且如我们在下面所看到的, 也用来作为所有与其有关的关系式的划一变换。

指数正弦的微分是按照由正弦微分法则推广而得的法则进行的:

$$(\text{es } \Omega t)' = -\omega \text{es } (\Omega t - \sigma). \quad (5)$$

按照积分法把上式积分:

$$\int \text{es } \Omega t \, dt = -\frac{1}{\omega} \text{es } (\Omega t + \sigma) + k,$$

式中的任意常数等于积分的强制值, 因而在自由过程中它等于零。

我們把 (5) 式写成下列的符号式:

$$(\text{es } \Omega t)' = p \text{es } \Omega t,$$

$$\text{式中 } p = -\omega e^{-j\sigma} = -\omega \cos \sigma + j\omega \sin \sigma = -\delta + j\Omega. \quad (6)$$

要指出的是: 这里的 p 不是一般的复数因子, 而是微分复数因子。这就是說, 指数正弦和它相乘的結果不是按着代数法, 而是按照公式 (5) 进行計算。在其他情况下, p 属于普通代数学的范畴。

由此看出, 符号法和向量图解法被推广到指数正弦。此时不应当把向量看做模化函数 (对于稳定和瞬变过程理論沒有必要), 而是看做确定极坐标系中指数正弦諸参数的不动向量。这样的参数有: 指数正弦一般形式的振幅 B 和相位 φ

$$i = B \text{es } (\Omega t + \varphi). \quad (7)$$

我們借助向量图来証明指数正弦能滿足二阶微分方程式:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + a \frac{di}{dt} + bi = 0.$$

在上式中, 用乘以 p 代替微分并把方程式两端除以 p , 則得到下式:

$$p + a + \frac{b}{p} = 0.$$

現把上式中的被加数表示成复数平面上的向量形式 (图

2)。显然，要使这些向量之和为零，应当遵守下列条件：

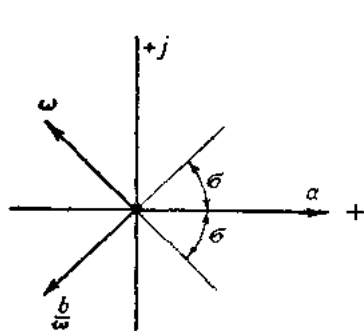


图 2

$$\omega = \frac{b}{a},$$

$$2\omega \cos \sigma = a.$$

我們由这些条件中，得出按照微分方程式的系数計算指数正弦特性的規則：

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \sqrt{b}, \\ \delta &= \frac{a}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

应用指数正弦法研究瞬变过程乃是以选择它的特性和参数的規則为基础的。要选择过程的特性，就应利用規則 (8) 和图 1 示出的三角形。

参数 B 和 φ 由初始条件确定。

如果引用下列根据初始条件而定的特殊形式的指数正弦，則可直接确定振幅 B ：

$$es_{00} = es \, \omega t, \quad (9)$$

$$es_{10} \varphi = \frac{es(\omega t + \varphi)}{es \, \varphi}, \quad (10)$$

$$es_{01} \varphi = 1 - es_{10} \varphi. \quad (11)$$

第一个（零位）指数正弦的开始和結尾都是零（脚注为 00）；第二个指数正弦由 1 开始（单位指数正弦），結尾是零（脚注为 10）；第三个指数正弦由零开始，結尾是 1（脚注为 01）。

相位 φ 根据初始条件组成的方程式确定。该方程式永远呈下列形式:

$$-\frac{\sin(\varphi + \sigma)}{\sin \varphi} = N, \quad (12)$$

式中 N 是一个由电路参数确定的常数。

根据 (12) 式我们得到:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\operatorname{tg} \sigma}{N}}{\cos \sigma - 1} = \pm \frac{\Omega}{N\omega - \delta}. \quad (13)$$

指数正弦确定以后, 需要把它用图解法示出。利用上面所說的情况不难得出很方便的图解規則。令 (7) 式中的右端和它的两个导数为零, 我們得到:

$$\operatorname{es}(\Omega t + \varphi) = 0,$$

$$\operatorname{es}(\Omega t + \varphi - \sigma) = 0,$$

$$\operatorname{es}(\Omega t + \varphi - 2\sigma) = 0,$$

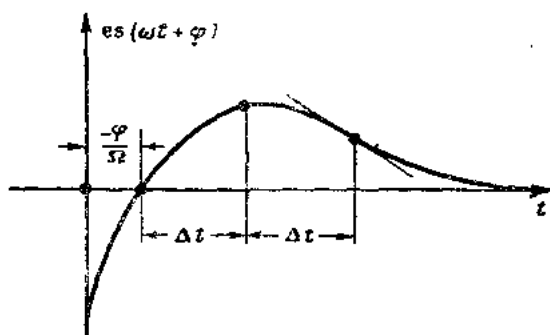


图 3

由此得到零值、最大值和拐点的坐标 (图 3):

$$t_0 = -\frac{\varphi}{\Omega}, \quad t_m = t_0 + \Delta t, \quad t_n = t_0 + 2\Delta t, \quad (14)$$

式中

$$\Delta t = \frac{\sigma}{\Omega}.$$

对指数正弦的主要形式 (1) 来说, 公式 (13) 和 (14) 是有效的。把 (2a) 和 (3a) 代入 (13) 和 (14) 式, 我们极易得 (2) 式的对应式:

$$t_0 = -\frac{1}{\omega} \frac{1}{N-1}, \quad \Delta t = \frac{1}{\omega}.$$

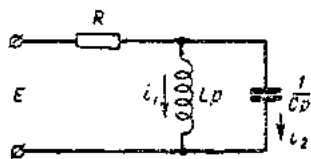


图 4

和 (3) 式的对应式:

$$\operatorname{th} \varphi' = \frac{\operatorname{th} \sigma'}{N}, \quad t_0 = -\frac{\varphi'}{\Omega'}, \quad \Delta t = \frac{\sigma'}{\Omega'}.$$

例题 1 试确定图 4 的电路上加一电压跳变 E 时的电流。
令电路的输入阻抗等于零, 我们得到:

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0.$$

借助 (8) 式确定指数正弦的特性

$$\delta = \frac{1}{2RC}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

借助换接定则可立即确立电流的表达式:

$$i_1 = \frac{E}{R} \operatorname{es}_{01} \varphi_1 = \frac{E}{R} \left[1 - \frac{\operatorname{es}(\Omega' t + \varphi_1)}{\operatorname{cs} \varphi_1} \right],$$

$$i_2 = \frac{E}{R} \operatorname{es}_{10} \varphi_2 = \frac{E}{R} \frac{\operatorname{es} \Omega(t + \varphi_2)}{\operatorname{cs} \varphi_2}.$$

我們根据在 $t=0$ 时支路电压等于零的条件确定相位 φ_1 和 φ_2 。

$$\left[i_1 L p \right]_0 = -\frac{E}{R} \omega \frac{\operatorname{es}(\varphi_1 - \sigma)}{\operatorname{es} \varphi_1} = 0。$$

由此 $\varphi_1 = \sigma$,

$$\left[i_2 \frac{1}{Cp} \right] = -\frac{E}{RC\omega} \frac{\operatorname{es}(\varphi_2 + \sigma)}{\operatorname{es} \varphi_2} = 0,$$

因此 $\varphi_2 = -\sigma$ 。

这样一来,

$$i_1 = \frac{E}{R} [1 - \operatorname{es}(\Omega t + \sigma)],$$

$$i_2 = -\frac{E}{R} \operatorname{es}(\Omega t - \sigma),$$

$$i = \frac{E}{R} \{1 - [\operatorname{es}(\Omega t + \sigma) + \operatorname{es}(\Omega t - \sigma)]\}。$$

可以用图解法求出在 i 的表达式里最終的指数正弦的振幅和相位 (参看图 2)。这时

$$i = \frac{E}{R} [1 - 2 \cos \sigma \operatorname{es} \Omega t]。$$

由以前得到的主要公式, 借助代換法可推导出其余公式。

例如,

$$i_1 = -\frac{E}{R} e^{-\sigma t} (\omega t - \sigma),$$

$$i_2 = -\frac{E}{R} e^{-\sigma t} \frac{\operatorname{sh}(\Omega' t - \sigma')}{\operatorname{sh} \sigma'}。$$

例题 2 試确定在閘刀开关断路后电路 (图 5) 中的电流。

令电路的输入阻抗为零，則得到下式：

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}。$$

由于在换接前有电流 $i_0 = \frac{E}{R}$ 通过电路，則瞬变电流由两部分組成：接入电流 $i_1 = B \text{ es } \Omega t$ 和减幅初始电流

$$i_2 = \frac{E}{R} \frac{\text{es}(\Omega t + \varphi)}{\text{es } \varphi}。$$

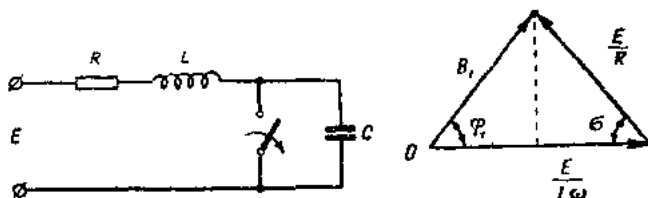


图 5

从 $t=0$ 时电容器上的电压等于零的条件 来确定两个任意常数之后，我們得到下式：

$$i = \frac{E}{L\omega} \text{es } \Omega t - \frac{E}{R} \text{es}(\Omega t - \sigma) = B_1 \text{es}(\Omega t + \varphi_1)。$$

現在用图解法（图 5）求出合成的指数正弦的振幅和相位。为此，由 O 点引向量 $\frac{E}{L\omega}$ 并在其上附加一向量 $\frac{E}{R}$ 。在用所得到的三角形計算合成向量参数以前，我們先求出向量 $\frac{E}{R}$ 的水平投影。

$$\frac{E}{R} \cos \sigma = \frac{E}{R} \frac{\delta}{\omega} = \frac{E}{R} \frac{1}{\omega} \frac{R}{2L} = \frac{1}{2} \frac{E}{L\omega}。$$

原来这个向量的水平投影等于向量 $\frac{E}{L\omega}$ 的一半。因此所得到的三角形乃是一个等腰三角形。因而，

$$B_1 = -\frac{E}{R}, \quad \varphi_1 = \sigma。$$

因此，
$$i = \frac{E}{R} \text{es}(\Omega t + \sigma)。$$

可以更简单地得到同样的结果，如果把瞬变电流看成是如下的一个函数：

$$i = \frac{E}{R} \frac{\text{es}(\Omega t + \varphi)}{\text{es} \varphi}。$$

此时，任意常数 φ 是根据显而易见的条件，即当 $t=0$ 时 $u_L=0$ 来确定：

$$|u_L|_0 = |iLp|_0 = -\frac{E}{R} L\omega \frac{\text{es}(\varphi - \sigma)}{\text{es} \varphi} = 0，$$

因此 $\varphi = \sigma。$

§2 基础电路

原来，为研究电路中发生的过程，没有任何必要把全部在实际中所遇到的具有任意初始条件和任意形状的电路都拿来研究。仅仅研究在一个电路——基础电路中发生的过程便足够了。在所有其他电路中发生的过程，均由把基础电路中发生的过程加以微分而得到。

有趣的是：基础电路不是实际存在的电路，而是电阻和 n 个增序的理论电感的串联（图6）。在 n 序电感上的电压降与电流的 n 阶导数成比例。因此，基础电路具有最简单的形状，