

118439

屋架中內力的求法

И. Я. 伊凡宁著



教师参考室

列图书不得携出室外

建筑工程出版社

2
2773

屋架中內力的求法

王惠德 施 奈 傅增玉 合譯

王光遠 校

建築工程出版社出版

• 1957 •

內容提要 本書是求靜定屋架杆件內力的參考用書。

書中載有作者引出的求偶數等節間雙坡屋架杆件內力的一般公式。由這些公式所作的一些圖表，可用以求各種最廣泛應用的屋架在單位豎向節點荷載作用下的內力。

書中還簡短地敘述了設計中所應用的計算屋架的數解法和圖解法。

本書可作為工程建築人員的參考手冊，也可供高等建築工程學校學生做課程設計用。

原本說明

書 名 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТРОПИЛЬНЫХ
ФЕРМАХ

著 者 И. И. Иванов

出版者 Государственное издательство литературы
по строительству и архитектуре

出版地點
及 年 份 Москва—1955

屋架中內力的求法

王惠德等 譯

王光遠 校

*

建築工程出版社出版（北京市阜成門外南鐘士路）

（北京市書刊出版業營業許可証出字第052號）

建築工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書號172 字數35千字 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 4

1957年4月第1版 1957年4月第1次印刷

印數：1—5,000冊 定價（10）0.70元

目 录

前 言	4
-----	---

第一部分 桁架理論簡述

一、桁架的一般概念	6
二、桁架杆件內力的求法	11
(一) 求桁架杆件內力的数解法	11
(二) 求桁架杆件內力的輔助方法	18
(三) 求桁架杆件內力的图解法	21
三、屋架杆件內力求法的特点	27
(一) 考慮荷載的最不利組合	27
(二) 求單位荷載所引起的內力	29
(三) 由單位荷載引起的桁架杆件內力表	36

第二部分 求屋架杆件內力的公式和圖表

(一) 求双坡桁架杆件內力的一般公式	39
(二) 利用一般公式求內力的实例	45
(三) 为求屋架杆件內力的图表的繪制	50
(四) 关于应用計算图表的說明	55
附录Ⅰ 多边形和圓弧桁架以及由圓弧桁架組成的三鉸 拱式桁架的杆件由于單位节点荷載而产生的內 力表	59
附录Ⅱ 求桁架杆件內力的图表	82

前 言

靜定屋架杆件內力的求法,如所周知,有 数 解法、图解法和混合法。

用数解法求內力,需要截断桁架(或切割节点)和立出平衡方程式。虽然此法具有許多优点,但是过于麻煩,并且运算起来使人乏味,这些常常影响到計算的正确性。

在实际設計中,通常宁願利用內力交互图〔克里蒙(Кремон)图〕的图解法来求桁架所有杆件的內力。但是作內力交互图时,工作者必須具有一定的經驗和精确制图的能力。

对于在均布荷载作用下的等节間桁架,用單位节点荷载来求杆件內力是合理的,而对于对称桁架,通常只要研究作用于半跨桁架的單向节点荷载就够了。用这种方法求得的單位內力可以用于任意的恆載和活載。

为了簡化設計桁架时的計算工作,对于在建筑中应用得最廣泛的、且有适用的桁架跨高比 $\left(\frac{l}{h}\right)$ 的屋架,可以作出一些已算好的在單位节点荷载作用下的桁架杆件內力表。該表可供計算任意跨度和受任意外来恆載和活載作用的桁架之用。本書附录中給出 $\frac{l}{h} = 6$ 和 $\frac{l}{h} = 7$ 的弧形桁架,以及 $\frac{l}{h} = 5$ 和 $\frac{l}{h} = 6$ 的三铰拱式桁架的杆件單位內力表。

表的缺点是表中所給的內力,只适用于具有一定 $\frac{l}{h}$ 值的桁架內力,而不能利用于具有其他 $\frac{l}{h}$ 值的桁架內力。

为了求出最广泛应用的屋架杆件中的單位內力,本書列有一

些图表。每种桁架简图有一个图表,按照图表可以很快地和十分精确地求出当半跨有單向單位荷載作用时桁架任意杆件中內力的数值和正負号,而且可以求出具有实际可行的任意 $\frac{l}{h}$ 值的桁架每一杆件中的單位內力值。

只要推导出一般公式,就可以編制上述的这些图表,因为在这些公式中,每一杆件的單位內力都是按照 $\frac{l}{h}$ 来表示的。

应用图表不仅使設計者从数解法或图解法求內力的繁重工作中解放出来,而且对不同尺寸比例的各种桁架杆件內力的变化,提示了一个明确的概念。这就大大便利了对桁架杆件和节点联接的工作进行技术經濟分析。

为了全面地叙述和說明按照图表求內力方法的主要优点起見,書中簡短地引述了計算桁架的数解法和图解法。

此外,書中載有一些作者推导出的一般公式,用来求具有任意簡單腹系的双坡对称桁架的內力;同时用附有数字运算的例子,叙述了应用这些公式的方法。

П.Я.卡敏采夫(Каменцев)教授对本書提出了一系列宝贵的指示,作者在此表示感謝。

作 者

第一部分 桁架理論簡述

一、桁架的一般概念

所謂屋架是指由杆件所組成的一個幾何不可變結構，各杆件的端點相互聯接，形成一個骨架，以支承房屋的屋頂。如果桁架的各杆件位於一個平面中，則這桁架稱為平面桁架；當各杆件位於任一幾何體的表面時，即構成一個空間桁架。平面桁架是應用最廣泛的一種桁架。組成平面桁架上部周邊的各杆件，總稱為上弦，而組成下部周邊的各杆件總稱為下弦。內部杆件形成腹系。腹系中豎直的杆件稱為豎杆，傾斜的杆件稱為斜杆（圖 1）。

杆件相交的點稱為節點。支承桁架的節點稱為支座節點。頂上的節點稱為屋脊節點，而其餘的稱為中間節點。

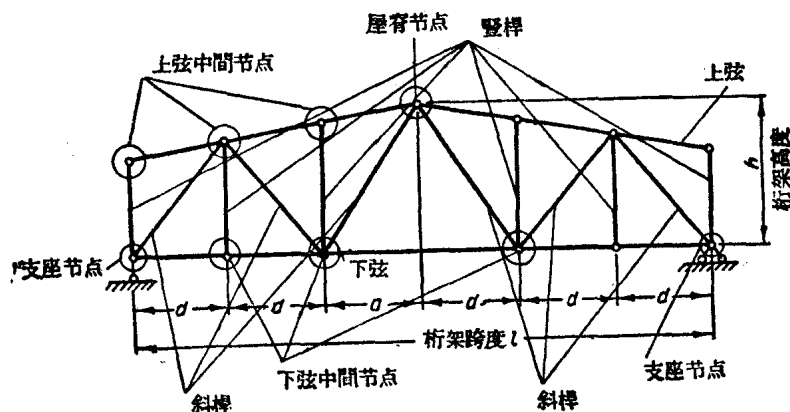


圖 1

弦杆上相鄰節點間的距離稱為節間長度，而兩支座節點間的距離稱為桁架的跨度。

桁架可以有不同的节間数目(通常为偶数)。

按照弦杆排列的式样,屋架可分为:三角形桁架(图2a、б、a), 平行弦桁架(图2в、д、e、н), 多边形桁架(图2ж、з、л、м、o), 單坡桁架(图2к、л、п), 曲弦(單或双)桁架(图2т、н、o、п)等。

腹系可以是簡單的和复杂的。在屋架中通常采用簡單的腹系。

如果桁架中斜杆与竖杆相間排列,則这类腹系称为斜杆腹系(图2a、б、в、ж、з、л、м、o), 如果斜杆与斜杆交叉排列,則这类腹系称为三角形腹系(图2d)。

还有一种帶附加竖杆的三角形腹系(图2e、н、к、п)。也可以有混合腹系——帶斜杆的三角形腹系(图2в、н)。半斜杆腹系和組合腹系在屋架中几乎不用。

根据斜杆朝向桁架跨中的方向,斜杆可分为下降式(图2a、в、л、o)和上升式(图2б、в、н)两种。

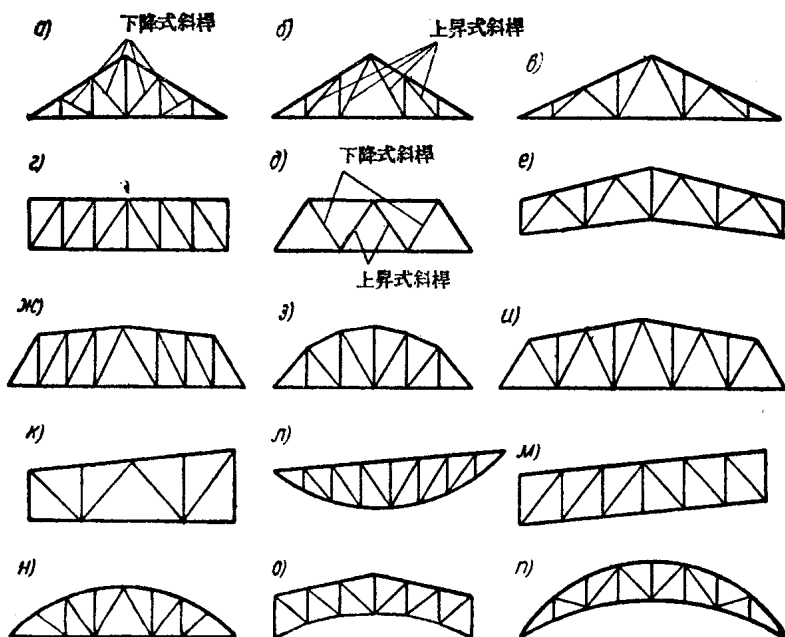


图 2

屋架通常在各节点处承受荷载。荷载一般传递給上弦各节点；当有悬挂式天花板时，荷载作用于下弦各节点。

当外部荷载由节点传递时，在桁架杆件中只引起纵向拉力或压力，因为在计算简图中所有节点都假定是铰接的。

桁架每根杆件的內力可以有不同的大小和不同的正负号，因此它应当有代表符号。

上弦杆件的內力用字母 O 表示，而下弦杆件的內力用 U 、斜杆的內力用 D 、竖杆的內力用 V 表示。为了区别同一类杆件，在这些字母符号下面用数字作脚注，以表示所述杆件的所属节间，而节间的计算从左支座节点向右支座节点进行(图 3)。

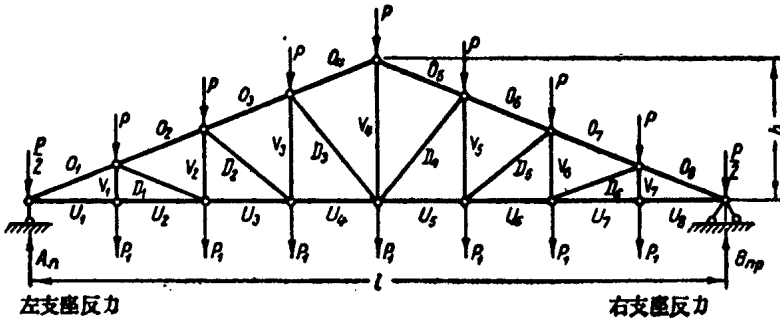


圖 3

桁架杆件的內力以外力作用的性質及其大小为轉移。

外力分成主动力(荷载)和由其引起的反力(支座反力)二种。

属于主动力的有：

1. 永久作用力——桁架自重(此种荷载取概約的数值，以后再根据構件一覽表上的設計桁架的实际自重加以修正)，屋盖自重(將所用的屋盖結構各構件的重量相加而得)，悬挂式天花板(如果有的話)自重，裝置在悬挂式天花板上的特殊設備(如果有的話)的重量，这类設備包括通风机室、水箱、电动机等；

2. 暂时作用力——雪載(按规范决定)，风載(也按规范决定)，由起重运输设备产生的荷载(应按现行标准决定，如果无这类标准，則按起重机制造廠的規格决定)，欄楼楼板上的有效均布荷

載(按規範決定)等。

在計算桁架時,應將外部主動力轉化成節點荷載。節點荷載的大小依節間長度 d 和沿房屋縱向放置的相鄰桁架間的距離 B 而定(圖 4)。

因此,作用在節點上的荷載,可按下列方法決定:

1. 由恒載和雪載(圖 5)

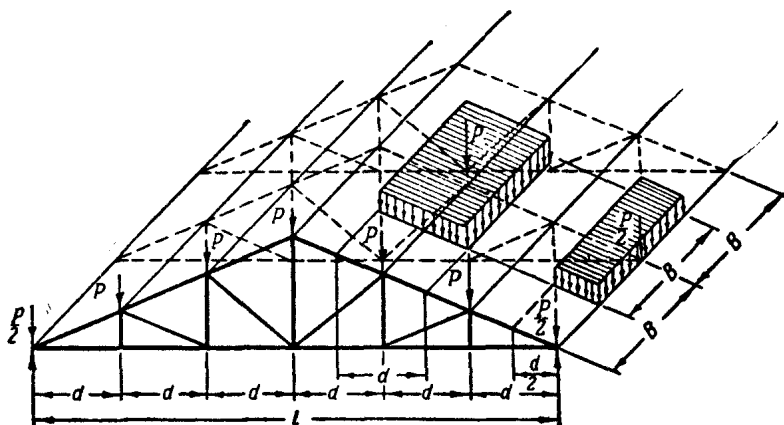


圖 4

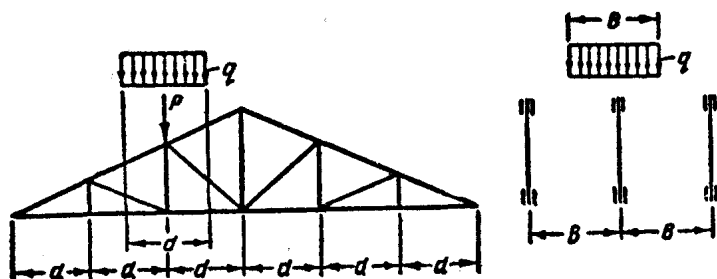


圖 5

$$P = qdB,$$

式中: q ——作用在屋蓋水平投影 1 平方公尺上的計算荷載;

2. 由風載(圖 6)

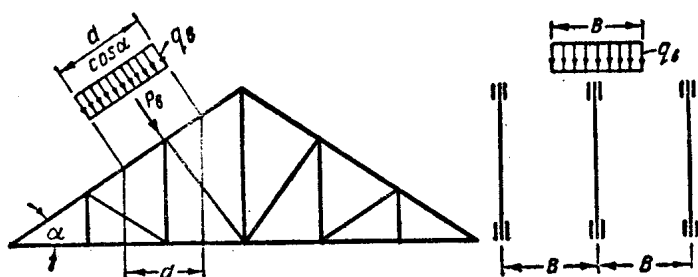


圖 6

$$P_g = q_g \frac{d}{\cos \alpha} B,$$

式中： q_g ——垂直作用在 1 平方公尺的屋盖表面上的計算風載；
 α ——桁架上弦的傾角。

作用在具有等節間的端節點上的荷載等於中間節點荷載的一半，即 $\frac{P}{2}$ 。

在無欄樓屋蓋中，將桁架自重看作上弦各節點上所承受的荷載。

如果除了上弦荷載外尚有作用在下弦的荷載，則認為桁架自重一半作用在上弦各節點，而另一半作用在下弦各節點。

應將由懸掛式通風井、單軌及其他原因引起的集中荷載按杠杆定律分配至各節點。

平面屋架通常有兩個支座，該處能產生支座反力。

為了精確地求得每一支座的反力，應當知道其大小、施力點和方向。這些未知數不僅決定於外部主動力的大小及其沿跨度的分布特性，而且還與支座本身的構造有關。

桁架支座之一應當是固定鉸接支座，而另一支座應當是活動鉸接支座。由於這種支座的支座未知數不多於三個，可以用一般方法來求支座反力，即如同求簡單的靜定梁那樣解三個靜力學方程式。

二、桁架杆件內力的求法

在求桁架杆件內力时，認為所有杆件在节点处都是鉸接的，杆件可以相互轉动，无摩擦力。实际上在絕大多数場合下，不論是鋼桁架、木桁架或是鋼筋混凝土桁架，在节点处的杆件节都是剛性联接的。但是，节点的剛性在杆件中所产生的附加应力，是相当小的，因此，对于大多数桁架，尤其是杆件長而柔的桁架，可以不考虑这些应力。

(一) 求桁架杆件內力的数解法

求桁架杆件內力的数解法，是在示意图上切断桁架(或截割节点)，这样取得的靜力学方程式是最簡單的。同时必須尽量使各杆件內力能相互独立地求得，这样就使計算中誤差不致增大，从而提高計算的精确性。

求內力最簡便的方法是：立出并解一个有未知杆件內力的靜力学方程式的截割法。当桁架的截割通过不多于三个未知內力杆件数(包括所求內力杆件)时，可采用此法。截割时，必須对两个截割杆件(其內力我們暫不过問)的交点立出一力矩方程式。該交点称为矩心；而所有作用在桁架被截割部分上的力(对该点)的力矩方程式，永远只会会有一个所求的未知数——所求杆件的內力。

如果截面通过两个杆件，則矩心必須取在杆件(其內力我們暫不过問)延長綫上的任何一个比較适当的地方，只是所求杆件不通过这点。

当以截断的杆件的未知內力来代替桁架截去部分的作用时，先假定这些杆件为受拉，即沿杆件朝向截面綫。如果解力矩方程式后所得到的符号是正的，即表明杆件受拉；如果是負的，即表明受压。

試以图 7 a 上桁架为例，該桁架在左半跨上有單向節点荷載作用，且下弦各節間的投影 d 相等。

首先求支座反力。为了求右支座反力，如简支静定梁那样，对左支座立出一力矩方程式 $\Sigma M_A = 0$,

$$-B_{np} \times l + \frac{P}{2} \times \frac{l}{2} + P_3 d + P_2 d + P d = 0,$$

式中: $l = 8d$;

于是
$$B_{np} \times 8d = \frac{P_8 d}{4} + P_3 d + P_2 d + P d,$$

由此
$$B_{np} = \frac{8P d}{8d} = P。$$

顯然，另一支座反力等于全部外部荷载减去 B_{np} ，即

$$A_A = P + P + P + \frac{P}{2} - P = 2.5P。$$

于是:
$$A_A = 2.5P \text{ 和 } B_{np} = P。$$

现在来求桁架杆件内力。截制桁架截面1—1，該截面通过三个杆件 O_2 、 D_1 及 U_1 ；截去桁架的右边部分，可依次求出每一截断的杆件的内力。令所有杆件为受拉（图7δ）。为求杆件 O_2 的内力，取另两个截断的杆件的交点作为距心 m_1 ，列出对该点的力矩方程式：

$$A_A \times 2d - P d + O_2 r_1 = 0;$$

以 $A_A = 2.5P$ 代入

$$2.5P_2 d - P d + O_2 r_1 = 0;$$

由此
$$O_2 = -\frac{4P d}{r_1};$$

负号表明杆件 O_2 受压。

为求杆件 U_1 的内力，取 O_2 和 D_1 的交点为距心 m_2 ，于是对该点的力矩方程式为：

$$A_A d - U_1 r_2 = 0,$$

由此
$$U_1 = \frac{A_A d}{r_2} = \frac{2.5P d}{r_2};$$

正号表明杆件 U_1 受拉。

求斜杆 D_1 的内力，取杆件 O_2 和 U_1 的交点为距心 m_3 ，立出对该点的力矩方程式：

$$P d + D_1 r_3 = 0,$$

由此
$$D_1 = -\frac{P d}{r_3};$$

負号表明斜杆 D_1 受压。这样，我們分別求出了所有三個截断的杆件 O_2 、 U_1 及 D_1 的内力。在上述情况下，距心位于桁架節点上，这种情况虽常遇到，但并非一定如此。

求斜杆 D_2 的内力时，截割桁架截面 2-2，并截去桁架的右边部分，立出力距方程式。在此情况下，距心 m_4 在桁架以外，位于兩個截断的杆件 O_3 和 U_2 延長綫的交点上(图 7e)。

$$-A_A a + P(a+d) + P(a+2d) - D_2 r_4 = 0.$$

以 $A_A = 2.5P$ 值代入，展开括号，得：

$$-2.5Pa + Pa + Pd + Pa + 2Pd = D_2 r_4,$$

由此

$$D_2 = \frac{(3d - 0.5a)P}{r_4};$$

从上式看出，斜杆受拉。

用同一截面求杆件 O_3 的内力时，必須对距心 m_5 立出力矩方程式，而求 U_2 时，必須对距心 m_6 立出力矩方程式。

同样，可以用截割法求桁架右半部分杆件的内力，而截去的可以是桁架的左半部分或右半部分。例如，作截面 3-3 与所求杆件 D_4 以及其他兩杆件 U_1 和 O_5 相交，截去桁架的左边部分，求杆件 D_4 的内力。取桁架右边部分(图 7z)，以便立出平衡方程式。距心 m_7 位于杆件 O_5 和 U_3 的交点上，对该点立出力距方程式

$$B_{np} a - D_4 r_5 = 0,$$

由此

$$D_4 = \frac{B_{np} a}{r_5} = \frac{Pa}{r_5}.$$

应当指出，如果所有截断的杆件(除了求内力的杆件以外)相交于一点，则截面可能截断三個以上的杆件。例如，为了求 O_6 的内力，截面 4-4 可以通过四個杆件，因为其中三個杆件(V_3 、 D_6 及 U_4)相交于距心 m_8 (图 7d)。取截断的桁架右边部分，得力距方程式

$$-B_{np} \times 2d - O_6 r_6 = 0,$$

由此

$$O_6 = -\frac{2B_{np} d}{r_6} = -\frac{2Pd}{r_6}.$$

当某些杆件内力为已知时，也可以截断三個以上的杆件。例如，为了求中間豎杆 V_2 的内力(图 7a)，可以引斜截面 5-5，截割四個杆件 O_4 、 V_2 、 D_4 及

① 用截割節點法和立出另一個靜力學方程式，來求豎杆 V_2 的内力比較簡單，關於這點，將在以后說明。

D_3 ，其中杆件 D_4 的内力已经求得，而另外两个不求解的杆件 O_4 和 U_3 相交于距心 m_4 (图7e)；应当注意，前求得的 D_4 内力的方向，应有正负号。

取截去的桁架左边部分(图7e)，立出力矩方程式

$$-A_4a + P(a+d) + P(a+2d) + P(a+3d) - D_4r_7 - V_2(a+4d) = 0。$$

以 $A_4 = 2.5P$ 值代入，展开括号，得：

$$-2.5Pa + Pa + Pd + Pa + 2Pd + Pa + 3Pd - D_4r_7 - V_2(a+4d) = 0；$$

$$0.5Pa + 6Pd - D_4r_7 - V_2(a+4d) = 0，$$

由此

$$V_2 = \frac{P(0.5a+6d) - D_4r_7}{a+4d}，$$

式中：

$$D_4 = \frac{Pa}{r_5}。$$

当桁架截面只遇到两个杆件时，矩心可取在我们暂不求内力的杆件上的任何一处。例如，引截面6-6(图7a)，该截面与两个杆件 O_1 和 U_1 相遇，并截去桁架右边部分。在杆件 U_1 上水平距离 d 处取距心 m_9 (图7x)，以求杆件 O_1 的内力。

内力 U_1 事先已由另一截面1-1求出，不过它在这里也可以用对杆件 O_1 上的矩心 m_9 立出力矩方程式的办法来求出。

这样，在所研究的桁架中(图7)，应用截割法和立出力矩方程式的方法，可以求得所有杆件的内力。

应当记住，在求桁架杆件的内力时，不是随时都可立出力矩方程式的，因为某些杆件的矩心越出图面范围以外，甚至是无穷远。

此外，桁架中有些杆件用截割节点法和立出其他平衡方程式的方法来求内力值，远较用力矩方程式简单得多。例如，在平行弦桁架中(图8)求斜杆内力时，不能利用桁架的竖直截面，同理，在求竖杆内力时，不能利用倾斜截面，因为在这两种情况下立出力矩方程式时，矩心趋于无穷远。

实际上，例如想求得斜杆 D_1 的内力时，引截面1-1，但是不能立出力矩方程式，因为矩心处在另外两个截断的、彼此平行的杆件 O_1 和 U_1 的交点上。同理，利用斜截面2-2来求竖杆 V_3 的内力，我

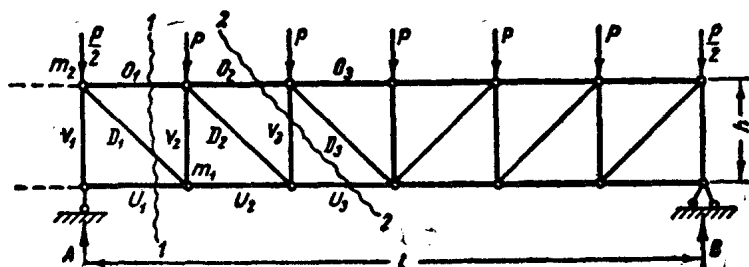


圖 8

們不可能立出力矩方程式,因为矩心处在两个平行杆件 O_2 和 U_3 的交点上,即无穷远。然而,我們可以有成效地利用上述截面来求上弦和下弦杆件的內力。

为了求斜杆和豎杆的內力,就得应用其他的靜力学方程式。例如,为了求斜杆 D_1 的內力,引桁架截面 1-1 (图 8),截去桁架的右边部分,將所有作用在桁架左边留下部分的力投影在与弦杆垂直的軸綫上(在本例中該綫即为豎軸綫)。于是得出下列靜力学方程式(图 9):

$$A_x - \frac{P}{2} - D_1 \cos \alpha = 0,$$

由此

$$D_1 = \frac{A_x - 0.5P}{\cos \alpha};$$

正号表示斜杆受拉。为了求豎杆 V_3 的內力,引桁架斜截面 2-2 (图 8),并截去桁架右边部分,同样立出桁架左边部分的平衡条件(图 10):

$$A_x - \frac{P}{2} - P + V_3 = 0,$$

由此

$$V_3 = P + \frac{P}{2} - A_x = -\left(A_x - \frac{3P}{2}\right).$$

如果桁架上弦具有不大的坡度,則位于上下弦交点处的矩心將越出图面范围以外很远。在这种情况下求腹杆內力,也就不得不