

中国科技史专题讲座

徐 锡 祺

北 京 教 育 学 院

一九九五·十

中国科技史之五

《中国历史》中涉及的数学

数学，我国古代叫做算术，后来叫做算学，又叫数学。到1939年才确定统一叫数学。

一、数学的起源

恩格斯在《自然辩证法》指出：“必须研究自然科学各个部门的顺序的发展。首先是天文学——游牧民族为了定季节就已经绝对需要它。天文学只有借助数学才能发展，因此也开始了数学的研究。”在《反杜林论》中又说：“数学是从人的需要中产生的，是从丈量土地和测量容积，从计算时间到制造器皿产生的。”

人类最早产生的“数”的概念是“有”、“无”，后发展到“多”、“少”。当人们能分辨出“一样多”的时候，计数的实践就开始了。

在远古，人们在实践中通过搬弄手指和结绳记事的方法，无数次的反复劳动才慢慢地把事物的数量与自然数之间一一对应起来，才逐渐摆脱具体的事物而提炼出数目这个概念来。传说我国古代在伏羲、黄帝时代（约4500年前）就产生了数目这一概念，从考古发掘来看，公元前14世纪殷商甲骨文及后来的周代金文里都有数字写法和十进位的记录。

半坡陶器上的数目字：X(5)、八(6)、十(7)、二(8)、| (10)、|| (20)

甲骨文上的数字：—(1)、二(2)、三(3)、三(4)、二(5)、一(6)、
十(7)、二(8)、二(9)、| (10)、百(百)、千(千)、万(万)。

生产的发展，促进了数目概念的进一步抽象与发展。如在奴隶

社会，动辄就使用成千上万的奴隶，这就需要有一种简单办法来记录任意大的整数，由此产生了进位制与位值一类概念与相应的记录方法。现在还常见到二进位制、十二进位制、十六进位制、六十进位制等。我国一般是采用“十进位值制”。这种方法的产生跟我们拿十个手指来帮助计算有关。

什么是“十进位值制”记数法？“十进制”就是我们平时所说的“逢十进一”。如 1 尺 = 10 寸，1 尺 = 10 分，1 分 = 10 份……。“位值制”就是一个数码表示什么数，不仅决定了这个数码本身，而且还要看这个数码所在的位置。换句话说，就是同一数码符号在不同的位置表示不同的数值。如“22”，在个位上的“2”就表示“2”，在十位上的“2”则表示“20”。这样既是十进制，又按位置表示不同单位就叫“十进位值制”。马克思称十进位值制记数为“最妙的发明之一”。这是因为它只用十个数字符号便可以把任意大或任意小的所有数值表示出来，既简捷又方便。实际十进位值制使用于 18 世纪末。

记数法的关键数字“0”，中国最早是采用空位表示，即不用 0 表示。后来改作“0”，在金《大明历》就可看到。⁶¹⁸⁻⁹宋《数书九章》正式用数码“0”表示空位。据材料，最早出现“0”的地方是中印文化区交界处公元 683 年的一块石碑。

一、《周髀算经》

《周髀算经》原名《周髀》，唐初才改现名，它是我国最古的天文学著作。成书于公元前一世纪。

“周髀”两字的含义是：“周髀长八尺，夏至之日晷一尺六寸，髀者股也；正晷者勾也。”“周”者“周朝”。因而有人称之为“周的股”或“周的表”。

现流传的《周髀算经》上下两卷，题为汉赵君卿（爽）注，北

周甄鸾重述，唐李淳风注。

主要内容是：

卷上之一着重记周公和黄帝后代、周朝大夫商高关于原始的割圆方法的问答。一般认为这章是《周髀》的本文。

其中第一段讲勾股法

第二段是怎样用知

卷上之二着重记荣方与陈子的问答，说明“勾三股四弦五”的道理。

卷上之三是介绍七衡图

卷下是用勾股方法来推步日周行度，以确定一年的日子，季节的早晚，乃至太阳的远近及宇宙的构造等等。

《周髀》实际上包含了算学、历法、天文测量和宇宙论的内容。由于《周髀》包含了相当繁复的数学计算，并引用了勾股定理，故唐朝将它列入十部算经之首，改名为《周髀算经》。

《周髀》的数学内容主要有：

1、在算术方面有分数的乘除法，公分母的求法以及分数的应用。

499 7

如：已知1个月是 $29 \frac{1}{4}$ 日，月行每日 $13 \frac{1}{4}$ 度，周天

940 9

1

$365 \frac{1}{4}$ 度，求12个月后，月所及度数

4

6612

答： $354 \frac{1}{4}$ 度。

17860

2、讨论了日影测量，并列出一年各个节气的日影长度，同时

也研究了从日出、日落来观察子午线的办法。

三、勾股定理的建立。卷上之二陈方对荣方说：“若求邪至日者，以日下为句，日高为股，句股各自乘，并而开方除之。”写成数学公式就是 $C = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。（西方的毕达哥拉斯定理约见于公元前300年欧式几何原本）。其证明方法是：“折矩以为勾广三，股修四，径隅五：既方之，外半其一矩，环而共盘，得咸三，_{商六}四、五。两矩共长二十有五，是谓积矩。”

1856年德国俾厄内特克把《周髀》归纳为八项：

1、割圆说引源（指“经一周三”的圆周率）

2、平面量法。

3、直角三角形有3:4:5 相比各边，即： $3^2 + 4^2 = 5^2$ 。

4、两直角三角形相合而成矩形。

5、全量为各部之和。

6、勾股股幂为弦幂，即 $a^2 + b^2 = c^2$

7、三角量法应用于测量。

8、圆为直角三角形旋转而成。

三、《九章算术》

《九章算术》是我国现存的一部最古老的数学书。作者姓名不详，应该说它是经过长期积累，集体编纂而成。

刘徽在《九章算术注》的序中说：“周公制礼而有九数，九数之流，则《九章》是矣。往者暴秦焚书，经术散坏。自时厥后，汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残，各称删补。故校其目则与古或异，而所论者多近语也。”

《九章算术》之名最早出现在东汉光和二年（179年）制造的大司农斛、权的铭文中，内称：“依黄钟律历、《九章算术》以均长短、轻重、大小，用齐七政，令海内都同。”（《中国古代度量衡考》）

衡图集》)

《九章算术》共有246道数学题，按性质分成九章：

第一章方田，38道题，着重研究各种形状土地面积测量。实际上也就是平面几何图形面积的求法。这里还有一整套关于分数的运算法则。

第二章粟米，45道题，着重研究粮食交换问题，在这里提出了解决比例换算方法。

第三章衰分，20道题，讲比例分配法，其中有些题与农业生产、商业有关。

第四章少广，24道题，研究从平面图形面积求边长，以及由球体积求半径的算法。在这里涉及到多位数开平方和开立方的法则；也就在这章的注里，刘徽提出用十进分数来表示非整数部分的思想。

第五章商功，28道题，讲各种土木工程中立方体体积的计算。

第六章均输，28道题，以合理运输为中心研究配分比例。

第七章盈不足，20道题，讲盈亏问题，涉及的内容多与商业有关。

第八章方程，18道题，讲了一次联立方程，同时讲正负数。

第九章勾股，24道题，用勾股定理来解应用题。

从上述目录看，《九章算术》的内容十分丰富，在现今算术、代数、几何等各方面都取得了重大成就。

归纳起来，在算术方面介绍了分数约分、通分、加法、减法、乘法、除法的计算法则，比例和比例分配，以及盈不足、盈适足和不足适足、两盈和两不足三种类型盈足问题解法。

代数部分主要列出了开方术、方程术和正负术。

几何部分提出了正方形、三角形、梯形、圆形、圆环形、弓形等面积以及土城、堤坝、水沟、城河、渠道等形式的体积计算。

《九章算术》的特点：

1、是采用问题集的形式，以246道与生产实践相联系的应用题及解法来记载古代劳动人民在生产实践中总结出来的数学知识。

2、它的结构分为问题、答、术三部分。其中“术”文是问题解法，文字简炼、抽象、它并不隶属于某一特定问题，而常常包含着解题所应用的公式、定理或原理的叙述，是《九章算术》的理论所在。

3、所有的术文都归结到计算，而几何对象的度量化，使《九章算术》以计算为中心的特点得以充分体现。不管什么问题，《九章算术》都提供了计算程序和公式，因此术文差不多都是一套套“程序语言”所描写的程序化算法。

以《九章算术》计算为中心的数学与以古希腊《几何原本》为代表的“由一些定义、假定和公理到定理的一种严格逻辑的演绎法”作为根据的西方数学形成风格迥异的两种理论体系。西方数学着重于定性的研究，忽视实际计算。而《九章算术》着重于量的研究，对理论研究不足。

《九章算术》在历史上的地位和作用，数学家郭书春曾在《关于〈九章算术〉及其刘徽注》中曾这样评价：“《九章算术》成书的时候，随着古希腊奴隶文明出现的盛极一时，灿烂辉煌的古希腊数学已经越过了它的高峰，正走向衰落，又过了几个世纪，地中海沿岸和欧洲进入了被称作数学上黑暗时期的中世纪。而随着封建制度在中国确立，封建文化在中国发达而诞生的《九章算术》欲如异军突起，出现在亚洲东方的地平线上。它后来居上，在分数运算、比例和比例分配、开方术、盈不足解法、解勾股形、线性方程组解法和正负数加减法则等方面，或者走到了古希腊数学之前，或者开创了古希腊数学所不曾涉足的领域。这是古希腊数学繁荣以来世界

数学研究中心的第一次大转移，从东地中海沿岸的古希腊转移到了太平洋两岸的中国。这次大转移，意味着忽视实际应用、追求严密的公理化体系、以定性研究为特点、以几何学研究为主体的数学研究告一段落，开始了重视数学知识的实际应用，以计算为中心，以定量研究为特点，以算术一代数研究为主体的数学蓬勃发展的阶段。在十四世纪初叶以前，我国数学在许多领域中走在了世界的前列。在中世纪，以中国、阿拉伯、印度数学为主导的东方数学占据了世界数学舞台的中心。”

《九章算术》对使我国古代数学在世界上领先千余年发挥了其他数学著作所不可替代的作用。