

中等专业学校教材

电磁场和电磁波技术

顾国光

辽宁科学技术出版社

中等专业学校教材

电磁场和电磁波技术

顾 国 光

辽宁科学技术出版社
电子工业出版社

内 容 提 要

本书的主要内容为矢量代数、静电场、恒流电场和磁场、时变电磁场、电磁波的基本特性、微波传输、微波产生和放大、激光和光纤、天线和电磁波传播等，以讲授物理概念为主，配合必要的计算和例题。本书的参考学时为100学时。

电磁场和电磁波技术

Diancichang He Diancibo Jishu

顾国光

辽宁科学技术出版社 出版 (沈阳市南京街6段1里2号)
电子工业出版社
辽宁省新华书店发行 沈阳新华印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: $16\frac{1}{4}$ 字数: 366,000

1989年6月第1版 1989年6月第1次印刷

责任编辑: 刘绍山 封面设计: 邹君文

印数: 1--1,892

ISBN 7-5381-0661-8/TN·18 定价: 2.95元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定,我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力,有关出版社的紧密配合,从1978年至1985年,已编审、出版了两轮教材,正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要,贯彻“努力提高教材质量,逐步实现教材多样化,增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神,我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会,在总结前两轮教材工作的基础上,结合教育形势的发展和教学改革的需要,制订了1986~1990年的“七五”(第三轮)教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿,是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐,由编审委员会(小组)评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教学的质量,作出了不懈的努力。

限于水平和经验,这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处,希望使用教材的单位,广大教师和同学积极提出批评建议,共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划,由中专电子类专业教材编审委员会无线电技术编审小组征稿,推荐出版,责任编委刘凤池。

本教材由南京无线电工业学校顾国光担任主编,东南大学(原南京工学院)章文勋教授担任主审。

本课程的参考学时数为160学时,鉴于电子部中专校不设《微波技术》、《电磁波传播和天线》两门课,因此编写大纲所确定的主要内容为:矢量代数、静电场、恒流电场和磁场、时变电磁场、电磁波的基本特性、微波传输、微波产生和放大、激光和光纤、天线和电磁波传播等,从而使理论和实际应用更好地结合起来,有益于读者在一般规律指导下分析和思考电磁波工程中出现的许多具体课题,并对该领域有一完整的认识。

本书以物理概念为主,配合必要的计算和例题,以便读者不仅掌握基本知识,而且学会必要的实际估算。章后习题以节安排,有利于教师指导。书中第一篇作为各校统学内容,后两篇各校可根据专门化方向选学其中一部分或全部。本教材既适用于无线电技术专业,也适用于广播电视和微波通信等专业。

在整个编写过程中自始至终得到章文勋教授的热忱帮助,在若干问题上作了深入讨论,并细致地审改了全稿。此外刘凤池、苏宁、张文、朱新山等同志也给予很多帮助,在此一并表示诚挚的感谢。由于编者水平有限,有些问题特别在文字修饰上还缺乏认真的推敲,书中难免还存在一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 者

1988. 5

本书常用符号

A	面积	E_r	$\hat{r}$ 方向的电场强度
$\text{\AA}$	埃= 10^{-10} 米	E_m	场强最大值
A_{em}	天线有效面积	e	电子电荷
A_e	天线实际有效面积	e, exp	指数
a	矩形波导宽边尺寸	F	力 (标量)
a_0	地球半径= 6370km	F	力 (矢量)
R_e	地球等效半径	$f(\theta, \varphi)$	方向性因子
α	单位矢量	$F_{d/1}^2(\varphi)$	阵因子
B, B	磁感应强度 (矢量、标量)	F/B	面背场强比
$\tilde{B}, \tilde{B}$	磁感应强度 (复矢量、复数)	f	频率、抛物面焦距
$\tilde{B}$	平均磁感应强度	f_c	截止频率
b	矩形波导窄边尺寸	f_p	等离子体频率
C	电容	G	天线增益, 电导
C_l	单位长度电容	G_l	单位长度电导
c	光速 $\approx 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$	G_0	激光器放大系数
$^{\circ}\text{C}$	摄氏度	g	天线增益系数
const	常数	H	亨利
D	方向性系数	H, H	磁场强度 (矢量、标量)
D, D	电通密度 (矢量、标量)	H_ϕ	$\hat{\phi}$ 方向的磁场强度
$\tilde{D}$	平均电通密度	HP	半功率点波束宽度
d	距离、直径、孔径	HP_E	E面波束宽度
d_r	振子等效直径	Hz	赫
deg	角度	h	普朗克常数, 高度
dB	分贝	h_1	发射天线高度
$\text{dB}\mu$	微瓦分贝	h_r	接收天线高度
dl, dl	长度元 (矢量、标量)	I, i	电流
ds, ds	面积元 (矢量、标量)	I	光强 (辐照度)
dV	体积元	I_i	入射光强
E, E	电场强度 (矢量、标量)	I_0	输出光强
E_{th}	阈值场强	J	焦耳
$\tilde{E}, \tilde{E}$	电场强度 (复矢量、复数)	J, J	电流密度 (矢量、标量)
E_θ	$\hat{\theta}$ 方向的电场强度	J_l, J_r	面电流的线密度

J_D, J_D	位移电流密度	$S, \hat{S}$	玻印廷矢量、功率密度
J_c, J_c	传导电流密度	S_r	$\hat{r}$ 方向的能流密度
J, J_c	运流电流密度	S	面积, 西门子
j	虚数	s	秒
K	玻尔兹曼常数, 常数	S_{11}, S_{22}	散射参量
K_c	耦合度	SWR	驻波比
K_D	隔离度	M	力矩
kg	千克	TEM	横电磁波
L	电感, 长度	TE	横电波
L, l	长度矢量	TM	横磁波
L_l	单位长度电感	U	电位
LCP	左旋圆极化波	U_{ab}	ab 间电位差
$\ln$	自然对数, 以 e 为底	V	伏〔特〕
$\log$	常用对数, 以10为底	v, v	速度
M	力矩, 兆= 10^6	v_g	群速
m	毫= 10^3 、米	v_r	相速
min	分	W	瓦
N	对流层折射指数	w	微带线宽度
N_e	电子浓度	W_e, w_e	电能, 电场能量密度
N_p	奈比	W_m, w_m	磁能, 磁场能量密度
n	折射率	Wb	韦伯
$\hat{n}$	法向单位矢量	X	电抗
p	偶极矩	X_l	单位长度电抗
P	动量、功率	x, y, z	坐标量
P_A	辐射功率	$\hat{x}, \hat{y}$	直角坐标的单位矢量
P_{Ain}	天线输入功率	Z	阻抗
Q	流量、电荷	Z_L	单位长度阻抗
q	电荷、流量密度	Z_0	特性阻抗
R, r	半径, 电阻, 距离	Z_{oe}	等效特性阻抗
R_a	辐射电阻	Z_L	负载阻抗
R_e	地球等效半径	Z_{in}	输入阻抗
R_s	表面电阻	Z_{out}	输出阻抗
R_h	热损耗电阻	α	衰减常数
R_l	单位长度电阻	β	反射波与地的夹角, 相移常数
RCP	右旋圆极化波	$\gamma = \alpha + j\beta$	传播常数
r, r	矢径、半径	γ	旋磁比
$\hat{r}$	r 方向的单位矢量	σ	趋肤深度
rad	弧度	ϵ	介电常数

ε_s	等效介电常数	v	归一化频率, 天线孔径系数
ε_0	真空介电常数	ρ, ρ_v	电荷密度C/m ³
ε_r	相对介电常数	ρ_s	面电荷密度C/m ²
η	电阻率, 效率, 本质阻抗	ρ_l	线电荷密度C/m
η_0	自由空间本质阻抗	σ	电导率
η_A	天线效率	τ	脉冲宽度, 线电荷密度
η_d	波导等效本质阻抗	ϕ_e	电通量
θ	角度, 与z轴夹角	ϕ_m	磁通量
$\hat{\theta}$	θ 方向单位矢量	φ	角度, 与x轴的夹角
λ	波长	ψ_m	磁链
λ_c	截止波长	Ω	立体角
λ_d	波导波长	ω	角频率
μ	导磁率	ω_p	等离子体频率
μ_0	真空导磁率	$\angle$	距离差、缩短系数
μ_L	轻电子迁移率		
μ_r	相对导磁率		
μ_v	重电子迁移率		

目 录

第一篇 电磁场的基本概念	1
第一章 绪 论	1
第一节 电磁波的传输及其工作频段.....	1
第二节 矢量代数.....	3
第三节 矢量的微积分.....	7
第四节 正交坐标系.....	9
习题一.....	11
第二章 静电场	13
第一节 库伦力与电场强度.....	13
第二节 电通密度和高斯定理.....	16
第三节 电位和电位梯度.....	20
第四节 导体、介质和电容.....	23
习题二.....	27
第三章 恒流电场和恒流磁场	29
第一节 电流和电流密度.....	29
第二节 磁场和磁感应强度.....	31
第三节 磁场的安培定律和比奥-萨伐尔定律.....	35
第四节 物质的磁性和安培环流定理.....	37
第五节 静电场和恒流电、磁场的基本方程以及边界条件.....	42
习题三.....	47
第四章 电磁波及其基本特性	49
第一节 法拉第定律和磁场能量.....	49
第二节 位移电流和麦克斯韦方程组.....	53
第三节 电磁波是怎样辐射的.....	55
第四节 元天线周围的电磁场.....	60
第五节 电磁波的基本特性.....	62
第六节 边界条件.....	65
第七节 波的极化和理想导体面的反射.....	69
第八节 对理想介质的入射.....	73
第九节 在非理想介质和导电媒质中的电磁波传播.....	79
习题四.....	81

第一篇 内容小结	83
第二篇 电磁波技术	88
第五章 波导传输原理	88
第一节 微波传输的一般概念	88
第二节 矩形波导中基本模的公式和电磁场分布	91
第三节 波导中的波长和传播速度	94
第四节 矩形波导中的高次模	97
第五节 矩形波导的衰减	98
第六节 圆波导、椭圆波导、三角形波导和同轴线的高次模	100
第七节 微带线	103
习题五	105
第六章 微波元件和谐振腔	107
第一节 波导中的电阻和电抗元件	107
第二节 用电路概念研究波导传输问题	109
第三节 波导的匹配和传输线方法的应用	111
第四节 定向耦合器	115
第五节 微波滤波器	119
第六节 波导模式的激励和转换	122
第七节 空腔谐振器	124
第八节 波导测试系统简介	128
习题六	132
第七章 微波器件	134
第一节 概述	134
第二节 微波电子器件	135
第三节 微波固态器件	141
习题七	147
第八章 激光与光纤	149
第一节 光的受激发射	149
第二节 激光的产生和激光器	151
第三节 光纤传输原理	155
第四节 激光的调制和解调	156
习题八	159
第二篇 内容小结	159
第三篇 天线和电磁波传播	163
第九章 天线的基础知识	163
第一节 天线的功能和方向性	163
第二节 天线的辐射电阻和输入阻抗	166
第三节 接收天线的若干参量	169

第四节	半波振子和折合振子.....	171
第五节	环形天线.....	175
第六节	二元天线阵和多元天线阵.....	179
第七节	理想导电平面对天线和传播的影响.....	182
习题九		186
第十章	常用天线	188
第一节	中、短波天线.....	188
第二节	引向天线.....	191
第三节	超短波电视广播天线.....	194
第四节	馈电系统.....	197
第五节	抛物面天线.....	202
第六节	抛物面天线的馈源.....	205
第七节	天线增益和方向性图的测量.....	208
习题十		210
第十一章	电磁波沿地球周界的传播	212
第一节	概述.....	212
第二节	地面对电磁波传播的影响.....	215
第三节	对流层对电磁波传播的影响.....	218
第四节	电离层对电磁波传播的影响.....	224
第五节	各波段电磁波传播的特点.....	228
习题十一		233
第三篇	内容小结.....	234
附录一	物理常数和若干数据.....	238
附录二	VHF电视频道.....	239
附录三	UHF电视频道.....	240
附录四	军事微波频段划分和广播卫星使用频段.....	242
附录五	坐标系.....	243
附录六	常用数学公式.....	244

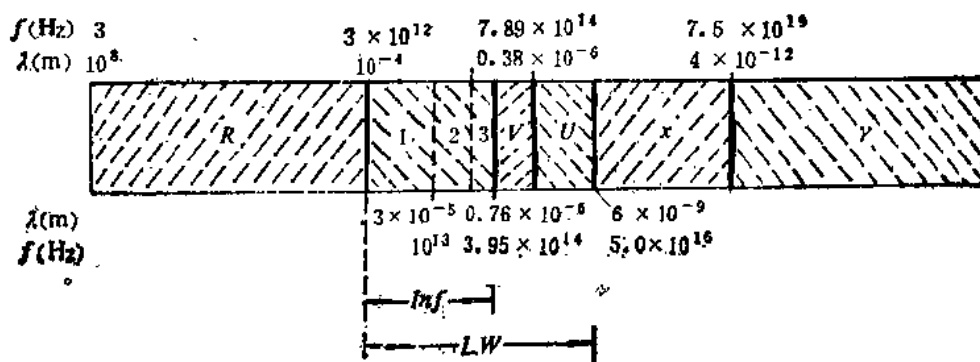
第一篇 电磁场的基本概念

本篇主要讨论电磁现象的基本规律，进而研究时变电磁场和电磁波辐射等现象。

第一章 绪 论

第一节 电磁波的传输及其工作频段

两千多年前希腊人发现了摩擦生电，中国人开始使用磁石，电与磁从此进入人类社会。到了1865年英国科学家J.C.麦克斯韦(Maxwell)提出了光的电磁理论，随后德国学者H.赫兹(Hertz)验证了电磁波的存在。10多年后马可尼和波波夫分别进行了最初的无线电通信，1920年建立了世界上第一座广播电台。第二次世界大战期间人们把无线电频段推进到微波段，扩大了应用领域，特别在雷达和导航等方面。近几十年来又发展了毫米波、亚毫米波和激光波段，并在工业、医疗、商业、农业等所有领域，都使用了电磁波技术。图1—1是电磁波的频谱图，表1—1中具体表明了无线电频谱各波段的划分。



R——无线电波段；Inf.——红外波段；1——远红外；2——中红外；3——近红外；
V——可见光；U——紫外线；x——伦琴射线；γ——γ射线；L.W.——激光波段。

图1—1 电磁波的频谱图

表1—1

无线电波段的划分

频 段 称 名	符 号	频 段 (Hz)	波 长 (m)	波 名 段 称	使 用
极低频	ELF	3 ~ 30	$10^8 \sim 10^7$	极 长 波	水下通信
超低频	SLF	30 ~ 300	$10^7 \sim 10^6$	超 长 波	医 疗
特低频	ULF	300Hz ~ 3 k	$10^6 \sim 10^5$	特 长 波	磁层通信
甚低频	VLF	3 ~ 30k	$10^5 \sim 10^4$	甚 长 波	
低 频	LF	30 ~ 300k	$10^4 \sim 10^3$	长 波	导 航
中 频	MF	300 k ~ 3 M	$10^3 \sim 10^2$	中 波	广 播
高 频	HF	3 ~ 30M	$10^2 \sim 10$	短 波	通 信
甚高频	VHF	30 ~ 300M	$10 \sim 1$	米 波	电 视
特高频	UHF	300 M ~ 3 G	$1 \sim 10^{-1}$	分米波	医 疗
超高频	SHF	3 ~ 30G	$10^{-1} \sim 10^{-2}$	厘米波	雷 达
极高频	EHF	30 ~ 300G	$10^{-2} \sim 10^{-3}$	毫米波	遥 测
至高频	GHF	300G ~ 3 T	$10^{-3} \sim 10^{-4}$	亚毫米波	遥 感 医 疗 通 信

通常把特高频和超高频统称为微波波段。

我国规定526.5~1606.5kHz为中波调幅广播波段，87~108MHz为超短波调频广播段，电视采用了以下四个频段：48.5~92 MHz、167 ~ 223MHz、470 ~ 566 MHz、604~956MHz，共分成68个频道。传送任何一个电信息是以某一载频为中心的一个频带，不同的信息或者不同的调制方式要求的频带也不一样。例如：调幅广播的频带为9 kHz，调频广播的频带为200kHz，而每个电视频道却占有8 MHz 的带宽。

波长 $\lambda = 4000 \sim 7600 \text{ \AA}$ 范围内的电磁波会产生感光作用，谓之可见光。事实上无线电波和光波均是电磁波。初略地讲，无线电波是自由电子在回路内周期运动引起的，红外线、可见光、紫外线是原子中外层电子受激发射的结果， x 射线是原子中内层电子受到激发后产生的， γ 射线起因于原子核中的受激发射。

这些不同频段的电磁波均具有波动性，如偏振、反射、折射、衍射等属性，电磁波的偏振特性还证明它是一种横波。光电效应的实验又说明了电磁波具有粒子性。在量子理论中把电磁波看成由静止质量为零的光子所组成。光子与其它粒子一样具有能量，它与电磁波的频率成正比，即

$$W = hf \quad (1-1)$$

式中 $h = 6.624 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒 (Js)，称为普朗克常数。而光子的动量等于

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

以上两式把波动性和粒子性作了有机的联系。事实上电磁波的波动性可看成大量光子共同作用的效应，而少数光子产生的结果往往显示它粒子性。频率较低的无线电波，光子能量很低，如频率为 1 MHz 的光子能量仅有 4×10^{-9} eV (电子伏)，若要使接收系统产生反映，务必是大量光子共同作用的结果。而 x 射线中每个光子的能量达到 10^4 eV，很易使接收装置产生响应。显而易见，随着频率的升高，粒子性越来越明显，而波动性却难于察觉到。

频段的划分还与实际使用有关，如二次大战期间根据雷达工作状态，把超短波和微波段划分为 P、L、S、C、X、K、Q、V 等波段，日前又改成 A~M 等波段 (详见附录四)。

电磁波的传播速度快，它是当前信息传递的主要载体。任何信息系统都是由三个基本部分组成，即发送系统、传输系统和接收系统。发送系统的任务是把声音或图象转换成电的信号，并放大到足够的强度，然后按一定的顺序发送出去。而接收系统是有选择地检取所需的电信号，并放大到足够的量值，再恢复成声音或图象。传输系统可以有线的，也可通过地球周界的空间传送，前者叫做有线通信，而后者称为无线通信。图 1—2 是通信系统的简单组成。

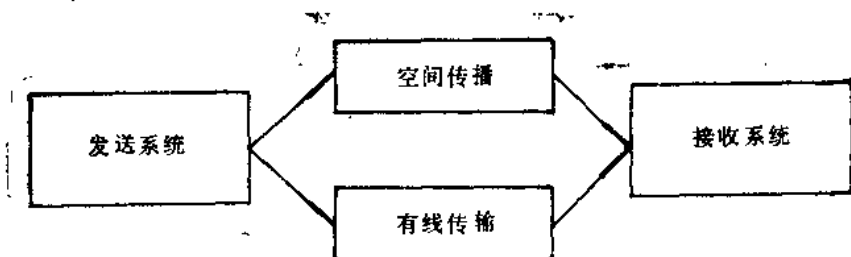


图1—2 通信系统的简单组成

有线通信随着频率的变化选用不同类型的传输线，频率较低时用屏蔽多芯电缆，平行双线、同轴电缆等；在微波段常用空芯金属导管、低损耗同轴线和微带线；在激光波段使用低损耗电介质制成的光纤来传输信息。

无线通信借助于电磁波通过地球周界来传递信息。地壳、大气层和离地面几百公里高空的电离层组成了地球周界的主体。不同的层次对电磁波频率的响应是不一样的，因此各个频段的传播路径有较大的差异。本课程的目的之一是运用电磁理论叙述传输系统的工作原理，并解释有关的现象。

第二节 矢量代数

一、标量和矢量

在物质世界中某些量只有大小而无方向的差别，例如质量、温度、电位等，这些量称为标量；而另一些量既有大小又有方向的差异，如力、速度、电场强度等谓之矢量。

为了区别标量和矢量，印刷时常采用黑体字母来表示矢量，例如力记作 $\mathbf{F}$ 。

若所研究的量是空间位置的函数，则有关这些量在空间的集合就构成了一个场的概念。由标量的集合组成的场称为标量场，如温度场 $T(\mathbf{r})$ 和密度场 $\rho(\mathbf{r})$ 等；由矢量的集合组成的场称为矢量场，如引力场 $\mathbf{G}(\mathbf{r})$ 和电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 等。

标量相加用代数和的办法，而矢量相加需分解成坐标分量求和，或用平行四边形法则进行几何作图合成。例如某一物体在同一作用点同时受到力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 的作用，则物体将沿着合力的方向移动，用式表示 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ 。利用平行四边形作图法也能直接求得合力。

为了描述一个物理量在空间的变化，务需选定一个坐标系，最常见的是直角坐标系，它包含通过同一个原点的三条相互垂直的坐标轴，常用单位矢量来表示，它的大小为一，而方向与坐标轴一致，例如 x 轴的单位矢量写成

$$\hat{x} = \frac{\mathbf{x}}{x}$$

以此类推， y 轴和 z 轴的单位矢量分别表示为 $\hat{y}$ 和 $\hat{z}$ 等。因此空间的某一矢量能分解成三个平行于该坐标轴的矢量之和。例如矢径 $\mathbf{r}$ 用各坐标分量表示时，其解析式为

$$\mathbf{r} = \hat{x}x + \hat{y}y + \hat{z}z$$

矢径 $\mathbf{r}$ 的大小等于 $(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ ，其方向由原点 $(0, 0, 0)$ 指向所确定的点 (x, y, z) 。同样一个矢量函数 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ 也可分解成三个坐标量 F_x 、 F_y 、 F_z ，正如图1-3所示。其大小和各分量值等于

$$F = (F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$F_x = F \cos \phi \quad F_y = F \cos \psi \quad F_z = F \cos \theta$$

在坐标系中，两个矢量之和 $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ ，等于 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 沿同一轴的分量之和。如果

$$\mathbf{F}_1 = \hat{x}F_{x1} + \hat{y}F_{y1} + \hat{z}F_{z1}$$

$$\mathbf{F}_2 = \hat{x}F_{x2} + \hat{y}F_{y2} + \hat{z}F_{z2}$$

$$\begin{aligned} \text{则} \quad \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 &= \hat{x}(F_{x1} + F_{x2}) + \\ &\hat{y}(F_{y1} + F_{y2}) + \hat{z}(F_{z1} + F_{z2}) \end{aligned}$$

二、标性积和矢性积

两个标量的乘积仍为标量。一个标量和某一矢量相乘，不改变矢量的方向仅改变其大小。两个矢量相乘有两种结果——标性积和矢性积，在有些书籍中称为标积（点积）和矢积（叉积）。以下分述两种乘积。

（一）标性积

如果两个矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 之积是一个标量，则称为标性积，用 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ 表示。例如某物体在

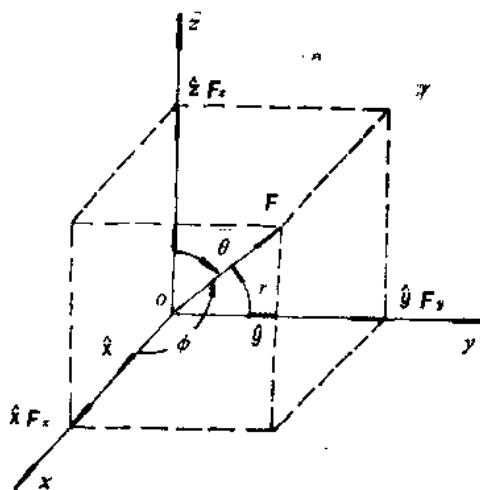


图1-3 矢量 $\mathbf{F}$ 的直角坐标分量

力 F 的作用下引起位移 L （见图1—4），那末 F 与 L 的标性积代表在力的作用下物体所作的功，即

$$W = F \cdot L = FL \cos(\hat{F}, \hat{L}) \\ = FL \cos \theta$$

式中 $(\hat{F}, \hat{L}) = \theta$ 是力 F 和位移 L 间的夹角。推而广之，任意两个矢量的标性积均符合上述规律。

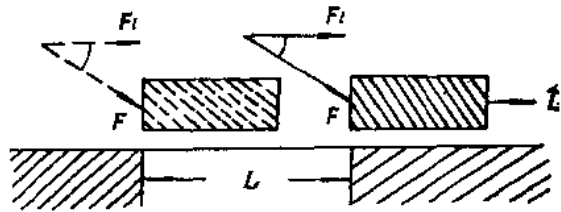


图1—4 两个矢量的标性积的含义

标性积既服从交换律也服从分配律。

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$(A+B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$$

但结合律不适用于标性积，例如

$$(A \cdot B)C \neq A(B \cdot C)$$

上式中等号左边的矢量和 C 矢量并行，而右边的矢量却与 A 矢量并行。

从定义中还可以看出各单位矢量间的标性积关系为

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1 \quad (1-2)$$

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \hat{z} \cdot \hat{x} = 0$$

据此推算两矢量的标性积为

$$A \cdot B = (\hat{x}A_x + \hat{y}A_y + \hat{z}A_z) \cdot (\hat{x}B_x + \hat{y}B_y + \hat{z}B_z) \\ = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1-3)$$

显然，两矢量的标性积等于相应分量的乘积之和。

（二）矢性积

顾名思义，两个矢量 A 和 B 的矢性积为一矢量，用 $A \times B$ 来表示。所求得的新矢量 C 垂直于 A 和 B ，并用右手螺旋定则确定 C 的方向，如图1—5（a）所示。即由 A 经过较

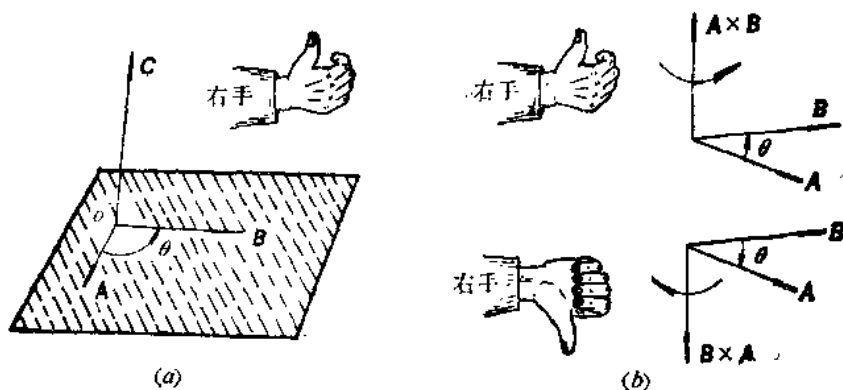


图1—5 矢性积方向的确定

小的角度 θ 沿右手螺旋路径转向 B ，大姆指的方向为矢量 C 的方向。而 C 的量值等于 A 和 B 所组成的平行四边形的面积，即

$$C = AB \sin \theta$$

显然矢性积是不服从于交换律的, 因为由 A 转向 B 或由 B 转向 A , 大姆指所规定的方向恰巧相反 [见图 1—5 (b)], 即

$$A \times B = -B \times A$$

两矢量的矢性积的完整表示式为

$$C = A \times B = \hat{c} AB \sin (\hat{A} \cdot \hat{B}) = \hat{c} AB \sin \theta$$

按以上规则可计算出单位矢量的矢性积为

$$\begin{aligned} \hat{x} \times \hat{x} = 0 \quad \hat{y} \times \hat{y} = 0 \quad \hat{z} \times \hat{z} = 0 \\ \hat{x} \times \hat{y} = \hat{z} \quad \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x} \quad \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y} \\ \hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z} \quad \hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x} \quad \hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y} \end{aligned} \quad (1-4)$$

矢性积在实际生活中有许多应用, 例如当关门时, 用力的位置不同, 所用的力也不一样, 离开门轴的位置愈远, 作用力就愈小, 这类问题可用力矩来解释。而力矩的大小和方向取决于以下的矢性积

$$M = r \times F$$

式中 r 是门轴到力作用点的距离矢量, 而力矩 M 的方向用右手螺旋定则来确定 (见图 1—6)。

在电磁场中也有颇多这类例子。

引用式 (1—4) 能方便地表示 A 和 B 各分量的矢性积。

$$\begin{aligned} A \times B &= (\hat{x}A_x + \hat{y}A_y + \hat{z}A_z) \\ &\quad \times (\hat{x}B_x + \hat{y}B_y + \hat{z}B_z) \\ &= \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

(三) 计算举例

【例1—1】已知某一矢量

$A = \hat{x}2 + \hat{y}5 + \hat{z}3$, 另一矢量 $B = \hat{x}3 + \hat{y}2 + \hat{z}4$, 求 $A \cdot B = ?$

【解】 $A \cdot B = 2 \times 3 + (-5) \times 2 + 3 \times (-4) = -16$

【例1—2】同上题, 求两矢量的夹角。

【解】 $\cos \theta_{AB} = \frac{A \cdot B}{AB}$ 其中 $A \cdot B = -16$

而 $A = (2^2 + 5^2 + 3^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{38}$ $B = (3^2 + 2^2 + 4^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{29}$

所以 $\cos \theta_{AB} = \frac{-16}{\sqrt{38} \times 29} = -\frac{16}{33.20}$ $\theta_{AB} = 118.8^\circ$

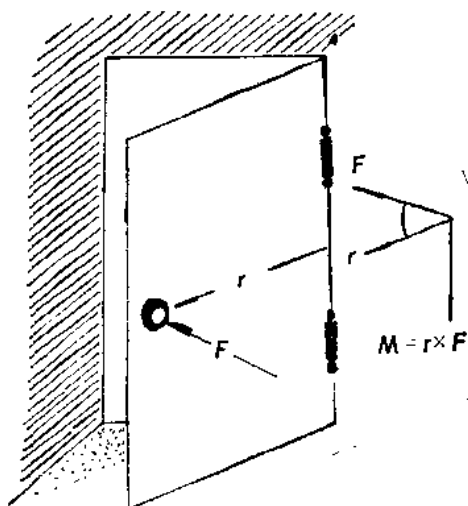


图1—6 力 矩