理工高等数学

上册

南京邮电学院編譯

南京邮电学院出版部

理工高等数学

上 册

勃 朗 威 尔 原 著
南 京 邮 电 学 院 編 譯

南京邮电学院出版部

理工高等数学（上册）

原著者：勃 朗 威 尔
編譯者：南 京 邮 电 学 院
印行者：南京邮电学院出版部
印刷者：南 京 印 刷 厂

开 本：27开 印刷字数 320,000
印 張：13.3/4 印 数 1—2,200
定 价：（上册） 平 装 1.70 元

1959年9月南京第一版

編譯者的話

在社会主义建設总路綫的光輝照耀下，我国各种事业都在飞跃地发展；教学工作自不例外。一年来在貫彻党的教育方針过程中，同样获得了空前的大跃进。高等理工院校，不論在数量上質量上都呈現着飞步的增長；于是教学資料亦必須及时地配合。

理工数学是理工学生、工程技术人員和科学研究人員所不可缺少的工具。我院在1958年冬，为了教学需要，組織了部分教师，將勒朗韋尔著之高等理工数学一書予以編譯。我們感覚原著內容比較适用，联系实际的例題比較多，敍述也比較清楚；虽然有某些內容比較繁复，但为了照顧到原書的系統性，仅作文字上的修改。原書对于矩陣、概率論和橢圓函数等所需內容沒有涉及，我們为了結合教学需要，作了必要的补充。

本書前面的五章介紹数学基础，例如：复数，无穷級数，常微分方程解法，包括貝塞尔，勒讓特以及勒讓特联帶方程等。随后是偏微分的一章，以若干热力学的基础方程式作为应用的例題。后面的二章是討論关于机械系統和电气系統振动之分析以及研究集中参数系統中或分布参数系統中的电振盪問題。第九章中主要論述蘭格倫日方法得到的微分方程及和汉弥尔頓原理的关系，最后还敍述了用变分法来表达蘭格倫日方程。

第十章介紹矢量分析初步。矢量分析与复变函数，这二个課題各自有其特殊应用的场合。对于三維空間的场和流动等問題，运用矢量分析的方法可將許多基本物理定律用普遍公式导出；但对于二維空間的上述問題，因它的解可滿足拉普拉斯方程，则用复变函数比較簡單。后面有几章用矢量分析解波动方程的方法。

第十一章介紹波动方程、拉普拉斯方程、热流方程、化学扩散方程，以及其他綫性偏微分方程等的一般解法。这些方程是遍布于所有理工課的書本中，对学生非常有用。作者企圖从解許多特殊問題中，获得普遍解題的方法。

第十二，十三及十四章介紹热流、流体力学及电磁原理的基本理論；在流体力学一章中所有可压縮与不可压縮的流体方程都是从三个基本方程中导出来的，即欧拉方程、联續性方程和物态方程。电磁理論一章中所有方程都导自麦克斯韋方程。

第十五章是講复变函数，其中包括柯西定理、圍綫积分方法和共形变換、飞机的动力稳定原理、伺服机構、以及放大器的稳定等問題。并对罗茲——胡維茨的稳定性判别准則，和耐奎司特判别准則及其証明和应用專列在第十六章中；关于复变函数在理工問題上的应用，最近进展很快，对从事理工人員来說尤为重要。第十七章介紹了对于微积运算的拉普拉斯方法初步，这个方法在数学分析中已占有重要的地位，因为它在解微分方程时提供了簡單的方法。

后面三章敘述了有关矩陣、概率論和橢圓函数的基础知識。第十八章敘述了矩陣的基本公式及其在电工中的应用。第十九章以較多的篇幅敘述了概率論的一些基本概念和随机变量的一些特性，包括各种分布函数以及描述概率分布的各种数字表征，随机变量的綫性相关問題等。此外，考虑到工程技术的需要，还介紹了随机过程的概念。第二十章从橢圓函数的共有性質，推导出常用的橢圓函数的一些基本性質和运算公式。

原書課文的后面附有一套习題，其中某些題目是作为启发性的材料，这些題目都是在書末所列的参考書中摘录出来的。

編譯本書之目的是为了应付目前急用。同时也是抛磚引玉，爭取国内各高等学校能介紹出更多更好的教学参考書。本書第1，2，3章由郑薇薇編譯；第4，5，6章由龔紹胜編譯；第7，8，13章由孙祖馨編譯；第9章由姚国权編譯；第10，11章由安紹萱編譯；第12，14章由何治垓編譯；第15，16章由欧阳珉編譯；第17章由張覃箎編譯；第18章由徐思均編写；第19章由楊国芬和徐思均合編；第20章由欧阳珉編写。全書的初校工作由安紹萱和欧阳珉担任；复校工作由欧阳珉和龔紹胜担任。限于編譯者的水平，書中錯誤遺漏在所难免，为了不断提高質量起見，希望运用本書的讀者給予批評指正。意見請寄"南京蘇家巷一号南京邮电学院邮电科学研究所編譯組"。

目　　次

目　次

第 一 章

无 穷 級 数

在理工数学中，級数是一种很重要的方法。有許多問題用其他方法是很难解的或者是不可能解的，但应用了級数的方法就易于解出。而某些微分方程，如貝塞尔方程和勒讓德方程，只能应用无穷級数来求通解；并把这些級数形式的解用来定义一些新的函数，这就是所謂貝塞尔函数和勒讓德函数等。

在无穷級数的应用中，必須了解該級数是否收斂于唯一的极限值。一已知級数，当变量为某些値时可以是收斂的，而当变量为其他的一些値时又是发散的。因此我們規定：使級数收斂的变量变动的范圍就是这个級数的收斂区域或区間。判別級数收斂性的方法有很多种，我們將討論几种通常应用的判別法。为簡略計，一些証明从略。

級数的項可以是实变量或复变量的函数。在本章中只討論实变量的級数，然而許多实变量級数的收斂判別法对复变量級数也能适用。將复数級数的实数部分和虛数部分分开，并使方程兩边的实数和虛数部分分別相等，这样就把一个复数級数化为兩个級数，其中一个包含实数項，另一个包含虛数項，这样，每一級数都可用本章所述的方法来判別它是否收斂。如果当复变量取某一値时，兩級数都收斂，那末这个复数級数是收斂的；如有一个是发散，那末这个复数級数是发散的 。

实变量級数的收斂区間，可以在变量的实数軸上表示，而对复数級数，就要說明它的收斂区域。

1.1. 无穷級数

一个級数可以包含有限个項，也可以包含无限个項。故实数变量x的函数項級数

$$u_1(x)+u_2(x)+\cdots+u_n(x)+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x) \qquad (1)$$

是一个无穷級数。給变量x以定值 $x=x_0$ 代入，便得到数項級数。如果这个級数項数无限增加时，該級数所有項之和趋于唯一的极限值，那末这个級数是收斂的。故如以 S_n 表示級数的前n項之和

$$\lim_{n\to\infty}S_n(x_0)=S(x_0) \qquad (2)$$

存在，則級数(1)收斂，此处 $S(x_0)$ 为一常数，称为級数之和。

級数收斂的必要条件为級数的第n項的极限趋于零。因此，在下面的数項級数

$$a_1+a_2+\cdots+a_n+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}a_n$$

如果沒有

$$\lim_{n\to\infty}a_n=0 \qquad (3)$$

这个关系，級数就不是收斂的。这就是收斂的必要条件，但不是充分条件。有些級数能满足(3)式，但并不收斂。例如在調和級数中

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} \qquad (4)$$

满足 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$ 的条件，但如將各項括成下式

$$1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)+\cdots$$

則括号內各項都大于$\frac{1}{2}$。而級数 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots$显然是发