

基本馆藏

19374

理工高等数学

上册

南京邮电学院編譯



南京邮电学院出版部

理工高等数学

上册

勃朗威尔原著
南京邮电学院編譯

南京邮电学院出版部

理工高等数学(上册)

原著者:	勃	朗	威	尔					
編譯者:	南	京	邮	电	学	院			
印行者:	南	京	邮	电	学	院	出	版	部
印刷者:	南	京	印	刷	厂				

开	本:	27开	印刷字数	320,000	
印	张:	13.3/4	印	数	1—2,200
定	价:	(上册)	平	装	1.70 元

1959年0月南京第一版

編譯者的話

在社会主义建設总路綫的光輝照耀下，我国各种事业都在飞跃地发展；教学工作自不例外。一年来在貫徹党的教育方針过程中，同样获得了空前的大跃进。高等理工院校，不論在数量上質量上都呈現着飞步的增長；于是教学資料亦必須及时地配合。

理工数学是理工学生、工程技术人员和科学研究人員所不可缺少的工具。我院在1958年冬，为了教学需要，組織了部分教师，將勃朗章尔著之高等理工数学一書予以編譯。我們感觉原著內容比較适用，联系实际的例題比較多，敘述也比较清楚；虽然有某些內容比較繁复，但为了照顧到原書的系統性，仅作文字上的修改。原書对于矩陣、概率論和橢圓函数等所需內容沒有涉及，我們为了結合教学需要，作了必要的补充。

本書前面的五章介紹数学基础，例如：复数，无穷級数，常微分方程解法，包括貝塞尔，勒讓特以及勒讓特联帶方程等。随后是偏微分的一章，以若干热力学的基础方程式作为应用的例題。后面的二章是討論关于机械系統和电气系統振动之分析以及研究集中参数系統中或分布参数系統中的电振盪問題。第九章中主要論述蘭格倫日方法得到的微分方程及和汉弥尔頓原理的关系，最后还敘述了用变分法来表达蘭格倫日方程。

第十章介紹矢量分析初步。矢量分析与复变函数，这二个課題各自有其特殊应用的场合。对于三維空間的场和流动等問題，运用矢量分析的方法可將許多基本物理定律用普遍公式导出；但对于二維空間的上述問題，因它的解可滿足拉普拉斯方程，則用复变函数比較簡單。后面有几章用矢量分析解波动方程的方法。

第十一章介紹波动方程、拉普拉斯方程、热流方程、化学扩散方程，以及其他綫性偏微分方程等的一般解法。这些方程是遍布于所有理工課的書本中，对学生非常有用。作者企图从解許多特殊問題中，获得普遍解題的方法。

第十二、十三及十四章介紹熱流、流體力學及電磁原理的基本理論；在流體力學一章中所有可壓縮與不可壓縮的流体方程都是從三個基本方程中導出來的，即歐拉方程、連續性方程和物態方程。電磁理論一章中所有方程都導自麥克斯韋方程。

第十五章是講變換函數，其中包括柯西定理、閉線積分方法和共形變換、飛機的動力穩定原理、伺服機構、以及放大器的穩定等問題。并對羅茲——胡維次的穩定性判別准則，和耐奎斯特判別准則及其證明和应用專列在第十六章中；關於變換函數在理工問題上的應用，最近進展很快，對從事理工人員來說尤為重要。第十七章介紹了對於微積運算的拉普拉斯方法初步，這個方法在數學分析中已占有重要的地位，因為它在解微分方程時提供了簡單的方法。

後面三章敘述了有關矩陣、概率論和橢圓函數的基本知識。第十八章敘述了矩陣的基本公式及其在理工中的應用。第十九章以較多的篇幅敘述了概率論的一些基本概念和隨機變量的一些特性，包括各種分布函數以及描述概率分布的各種數字表征，隨機變量的綫性相關問題等。此外，考慮到工程技術的需要，還介紹了隨機過程的概念。第二十章從橢圓函數的共有性質，推导出常用的橢圓函數的一些基本性質和運算公式。

原書課文的後面附有一套習題，其中某些題目是作為啟發性的材料，這些題目都是在書末所列的參考書中摘錄出來的。

編譯本書之目的是為了应付目前急用。同時也是拋磚引玉，爭取國內各高等學校能介紹出更多更好的教學參考書。本書第1, 2, 3章由鄭薇編譯；第4, 5, 6章由龔紹勝編譯；第7, 8, 13章由孫祖馨編譯；第9章由姚國權編譯；第10, 11章由安紹萱編譯；第12, 14章由何治垓編譯；第15, 16章由歐陽珉編譯；第17章由張厚筵編譯；第18章由徐思均編寫；第19章由楊國芬和徐思均合編；第20章由歐陽珉編寫。全書的初校工作由安紹萱和歐陽珉擔任；復校工作由歐陽珉和龔紹勝擔任。限于編譯者的水平，書中錯誤遺漏在所難免，為了不斷提高質量起見，希望運用本書的讀者給予批評指正。意見請寄“南京蔡家巷一號南京郵電學院郵電科學研究所編譯組”。

目 次

編譯者的話

第一章 无穷級数	(1)
1.1 无穷級数	(2)
1.2 收斂的比較判別法	(3)
1.3 絕對收斂	(4)
1.4 收斂的比值判別法	(5)
1.5 均匀收斂	(8)
1.6 級数的积分和微分	(10)
1.7 交錯級数	(11)
1.8 幂級数——收斂区間	(12)
1.9 幂級数定理	(13)
1.10 台劳級数和麦克劳倫級数	(16)
1.11 函数的級数展开式	(18)
1.12 罗必达法则	(19)
习题	(21)
第二章 复数和双曲綫函数	(25)
2.1 复数	(25)
2.2 复数的极式和指数式	(27)
2.3 复数的幂、方根及对数	(28)
2.4 双曲綫函数	(29)
习题	(32)
第三章 富利里級数和富利哀积分	(33)
3.1 富利哀級数及其系数	(34)
3.2 正弦及余弦級数	(37)
3.3 变换变量	(38)
3.4 富利哀級数举例	(40)

3.5	富利哀級数的积分和微分	(44)
3.6	富利哀級数的指数式	(44)
3.7	正交函数和規格函数	(45)
3.8	富里哀积分	(47)
	习题	(51)
第四章	常微分方程	(55)
4.1	全微分方程	(55)
4.2	一阶綫性微分方程	(56)
4.3	柏努利方程	(57)
4.4	n 阶綫性微分方程	(58)
4.5	微分运算符	(60)
4.6	补函数	(60)
4.7	特定积分——逐次积分法	(63)
4.8	特定积分——部份分式法	(66)
4.9	特定积分——其它方法	(68)
4.10	变更参数法	(71)
4.11	微分方程組	(75)
4.12	某些类型的微分方程的解	(76)
4.13	Γ 函数	(80)
	习题	(84)
第五章	微分方程的級数解——貝塞尔和勒讓特方程	(85)
5.1	示性方程的根不相等但其差不是一个整数	(86)
5.2	示性方程的根为等根	(89)
5.3	示性方程的根不相等但只差一个整数	(92)
5.4	第一类貝塞尔函数	(95)
5.5	第二类貝塞尔函数	(98)
5.6	貝塞尔函数的性質	(100)
5.7	递推公式	(101)
5.8	洛弥尔积分	(104)
5.9	富利哀——貝塞尔展开式	(105)
5.10	半阶貝塞尔函数	(108)

5.11	宗数为大值及小值时的貝塞尔函数	(109)
5.12	有用的貝塞尔关系式	(110)
5.13	其它形式的貝塞尔方程	(112)
5.14	貝塞尔函数的应用	(114)
5.15	勒讓特方程	(119)
5.16	勒讓特多項式	(121)
5.17	第二类勒讓特函数	(122)
5.18	罗特立格公式	(122)
5.19	勒讓特多項式的正交性	(123)
5.20	任意函数展成勒讓特多項式級数	(124)
5.21	勒讓特連帶函数	(125)
	习题	(128)
第六章 偏微分法		(133)
6.1	偏导数	(133)
6.2	全微分和全导数	(134)
6.3	偏微分法的例題	(137)
6.4	雅可比行列式	(138)
6.5	两个变数的台劳級数	(142)
6.6	积分的微分法	(144)
6.7	偏微分在热力学中的应用	(145)
	习题	(149)
第七章 彈性振动和电振盪——集总常数的系統		(153)
7.1	簡單振动系統的微分方程	(154)
7.2	R、L、C串联电路的微分方程	(153)
7.3	无阻尼的自由振动	(157)
7.4	有阻尼的自由振动	(159)
7.5	耦合系統的自由振动	(162)
7.6	耦合系統的主要方式	(165)
7.7	扭轉系統	(168)
7.8	强迫振盪	(170)
7.9	椭圆积分	(175)

7.10 單摆.....	(177)
习题.....	(181)
第八章 具有分布元素的振盪系統.....	(187)
8.1 彈性弦的固有振動.....	(187)
8.2 振動弦的動能和位能.....	(191)
8.3 彈動的弦.....	(192)
8.4 彈性樑和杆的微分方程.....	(194)
8.5 樑的靜撓曲.....	(197)
8.6 杆的橫向振動.....	(201)
8.7 用雷勒法決定固有頻率.....	(205)
8.8 傳輸綫方程式.....	(207)
8.9 傳輸綫路的穩態解答.....	(211)
8.10 在終端接有特性阻抗的綫路.....	(214)
8.11 無損耗綫路的方程式.....	(215)
8.12 短路綫路.....	(216)
8.13 二維空間的彈性振動.....	(219)
8.14 矩形薄膜的振動.....	(220)
8.15 圓形薄膜的振動.....	(223)
习题.....	(226)
第九章 蘭格倫日方程.....	(229)
9.1 蘭格倫日方程的推導.....	(229)
9.2 行星運動的例題.....	(234)
9.3 約束在運動時的質點系.....	(235)
9.4 蘭格倫日方程在扭轉振動上的應用.....	(238)
9.5 守恒系自由振動的一般解法.....	(241)
9.6 非守恒系統.....	(243)
9.7 歐拉——蘭格倫日方程.....	(244)
习题.....	(249)
第十章 矢量分析.....	(253)
10.1 矢量的加法和減法.....	(253)
10.2 二矢量的數性積.....	(256)

10.3	二矢量的矢性积	(257)
10.4	矢量的多重积	(258)
10.5	矢量的微分法	(259)
10.6	数性函数的梯度	(263)
10.7	矢性函数的散度	(264)
10.8	线积分和面积分	(267)
10.9	矢性函数的旋度	(268)
10.10	常用的矢量关系式	(271)
10.11	散度定理	(272)
10.12	格林定理	(274)
10.13	史托克司定理	(276)
10.14	无旋场和螺线场	(277)
10.15	矢量分析的例题	(280)
10.16	正交曲线坐标	(286)
	习 题	(292)
第十一章	波动方程的解	(297)
11.1	理工的偏微分方程	(297)
11.2	分离变量法	(300)
11.3	时间函数的解	(301)
11.4	空间函数——直角坐标	(305)
11.5	直角坐标系的例题	(307)
11.6	富氏积分的解	(308)
11.7	圆柱坐标的波动方程	(309)
11.8	圆柱坐标系的例题	(312)
11.9	球面坐标的波动方程	(314)
11.10	球面坐标系的例题	(317)
11.11	史图姆——刘维尔方程	(318)
	习 题	(321)
第十二章	热流动	(323)
12.1	热传导定律	(323)
12.2	唯一性定理	(327)

12.3	稳态的热流动.....	(329)
12.4	表面在零温情况下的綫性热流动.....	(331)
12.5	表面在恒温情况下的綫性热流动.....	(333)
12.6	无限固体中的綫性热流动——富里哀积分解.....	(335)
12.7	在半无限的固体中的綫性热流动——富里哀积分解.....	(339)
12.8	具有热辐射的長棒.....	(343)
12.9	表面温度作周期性变动时的热流动.....	(344)
12 10	徑向热流动.....	(346)
习 題		(348)

目 次

第十三章 流体动力学	(353)
13.1 連續性方程	(353)
13.2 欧拉方程	(354)
13.3 无旋流动——速度位	(356)
13.4 柏努利方程	(359)
13.5 二維流动——流函数	(362)
13.6 无旋流动的例	(364)
13.7 不可压缩流体流过一球时的稳恒流动	(367)
13.8 源头和尾閭	(372)
13.9 环流和渦旋流动	(374)
13.10 能量关系	(377)
13.11 在可压缩流体中的流动——声波	(379)
13.12 在可压缩流体中的超声速流动	(382)
13.13 橢圓形的、拋物綫型的和双曲綫型的微分方程	(383)
13.14 特性綫	(385)
13.15 微扰法	(388)
参考文献	(393)
习 題	(394)
第十四章 电磁理論	(395)
14.1 基本定律	(395)
14.2 静电場	(400)
14.3 静电場問題	(402)
14.4 靜磁場	(408)
14.5 波动方程	(413)
14.6 对時間按正弦变化的波动方程	(415)

14.7 平面电磁波	(416)
14.8 波导中的电磁波	(420)
参考文献	(427)
习題	(427)
第十五章 复变函数	(433)
15.1 复变量的解析函数	(433)
15.2 围线积分	(435)
15.3 柯西第二积分定理	(438)
15.4 解析函数的导数	(441)
15.5 台劳级数	(442)
15.6 劳伦级数	(444)
15.7 极点和留数	(446)
15.8 定积分的计算	(450)
15.9 含有三角函数的定积分	(454)
15.10 约旦引理	(456)
15.11 挖去极点的围线积分	(457)
15.12 复变函数在无限远点的情况	(461)
15.13 黎曼曲面和分支点	(462)
15.14 共形变换	(464)
15.15 变换式	(467)
15.16 源头和尾间	(472)
15.17 环流	(474)
15.18 线性变换	(475)
15.19 变换式	(479)
15.20 带有环流的流动	(482)
15.21 椭圆变换	(483)
15.22 許瓦茲——克利斯朵夫变换	(485)
参考文献	(488)
习題	(489)
第十六章 多项式的复根——动态稳定度	(493)
16.1 多项式的根——例	(494)

16.2 罗兹——胡维茨稳定性判别准则	(496)
16.3 飞机的纵向稳定性	(504)
16.4 在迴转内的零点和极点	(508)
16.5 里奎司特判例法	(510)
16.6 里奎司特判例法則的例	(513)
16.7 穩定判例法的証明	(517)
参考文献	(524)
第十七章 拉普拉斯变换	(527)
17.1 拉普拉斯变换	(527)
17.2 变换积分的收敛	(529)
17.3 反变换	(529)
17.4 线性变换	(530)
17.5 导数的变换	(531)
17.6 微分方程的解	(531)
17.7 洛維賽展开公式	(534)
17.8 位移定理	(539)
17.9 变换式的微分和积分	(540)
17.10 单位函数和单位脉冲函数	(543)
17.11 指标响应	(547)
17.12 周期函数的拉氏变换	(548)
17.13 丢阿康尔积分	(550)
17.14 迴轉积分, 巴勃尔定理	(553)
17.15 富里哀——美林反积分	(554)
17.16 几留数方法求反积分	(557)
17.17 物理問題的解	(559)
17.18 偏微分方程	(568)
表	(575)
17.1 运算表	(575)
17.2 拉普拉斯变换表	(576)
参考文献	(577)
习题	(579)

第十八章 矩陣及其应用	(583)
18.1 矩陣的定义和符号	(583)
18.2 矩陣的运算	(587)
18.3 矩陣在电路分析上的应用	(593)
习题	(607)
第十九章 概率論	(611)
19.1 概率的基本概念	(611)
19.2 随机变量和分布函数	(617)
19.3 概率分布的数字表征	(630)
19.4 大数定律	(647)
19.5 正态分布	(651)
19.6 綫性相关	(662)
19.7 随机过程 (斯篤哈斯帝过程) 的概念	(675)
第二十章 椭圆函数	(687)
20.1 椭圆函数的定义和性質	(687)
20.2 卫斯特拉斯函数	(691)
20.3 σ_k 函数	(697)
20.4 雅可比椭圆函数	(702)
20.5 实变数雅可比函数	(707)
20.6 复变量雅可比椭圆函数	(711)
20.7 θ 和 θ_k 函数	(714)
习题答案	(725)

第一章

无穷级数

在理工数学中，级数是一种很重要的方法。有許多問題用其他方法是很难解的或者是不可能解的，但应用了级数的方法就易于解出。而某些微分方程，如貝塞尔方程和勒讓德方程，只能应用无穷级数来求通解；并把这些级数形式的解用来定义一些新的函数，这就是所謂貝塞尔函数和勒讓德函数等。

在无穷级数的应用中，必須了解該级数是否收敛于唯一的极限值。一已知级数，当变量为某些值时可以是收敛的，而当变量为其他的一些值时又是发散的。因此我們規定：使级数收敛的变量变动的范围就是这个级数的收敛区域或区間。判別级数收敛性的方法有很多种，我們將討論几种通常应用的判別法。为簡略計，一些証明从略。

级数的項可以是实变量或复变量的函数。在本章中只討論实变量的级数，然而許多实变量级数的收敛判別法对复变量级数也能适用。將复数级数的实数部分和虚数部分分开，并使方程兩边的实数和虚数部分分別相等，这样就把一个复数级数化为两个级数，其中一个包含实数項，另一个包含虚数項，这样，每一级数都可用本章所述的方法来判別它是否收敛。如果当复变量取某一值时，兩级数都收敛，那末这个复数级数是收敛的；如有一个是发散，那末这个复数级数是发散的。

实变量级数的收敛区間，可以在变量的实数軸上表示，而对复数级数，就要說明它的收敛区域。

1.1. 无 穷 级 数

一个级数可以包含有限个项，也可以包含无限个项。故实数变量 x 的函数项级数

$$u_1(x) + u_2(x) + \cdots + u_n(x) + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) \quad (1)$$

是一个无穷级数。给变量 x 以定值 $x=x_0$ 代入，便得到数项级数。如果这个级数项数无限增加时，该级数所有项之和趋于唯一的极限值，那末这个级数是收敛的。故如以 S_n 表示级数的前 n 项之和

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x_0) = S(x_0) \quad (2)$$

存在，则级数(1)收敛，此处 $S(x_0)$ 为一常数，称为级数之和。

级数收敛的必要条件为级数的第 n 项的极限趋于零。因此，在下面的数项级数

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

如果没有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \quad (3)$$

这个关系，级数就不是收敛的。这就是收敛的必要条件，但不是充分条件。有些级数能满足(3)式，但并不收敛。例如在调和级数中

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad (4)$$

满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ 的条件，但如将各项括成下式

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right) + \cdots$$

则括号内各项都大于 $\frac{1}{2}$ 。而级数 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots$ 显然是发