

初級中學課本  
平面幾何  
課堂教學參考書

(第二分冊)

上海市教育局教學研究室編

新知識出版社

初級中學課本  
平面幾何課堂教學參考書  
(第二分冊)  
上海市教育局教學研究室編

\*

新知識出版社出版  
(上海湖南路9號)  
上海市書刊出版業營業許可證出016號

上海市印刷三廠印刷 新華書店上海發行所總經售

\*

開本：787×1092 1/32 印張：3 15/16 字數：91,000  
1957年10月第1版 1957年10月第1次印刷  
印數：1—25,500本

統一書號：7076·257  
定 價：(6) 0.32元

## 編者的話

本分册我們要講的話基本上和第一分册相同,不再重复。現在把略有更動的几点补充如下:

一、本分册包括課本第二章 I 至 IV 节,計 17 个課时講授完毕。課时分配和第一分册总說明中原訂定的略有調整(詳見本分册目录)。关于初二上測量实习我們移在最后一个單元介紹,其中用一个課时进行測量实习的准备工作,两个課时进行測量实习,但由于本学期教学时数較紧,这两課实习課未安排在学期教学时数內,希望教师利用課外時間或假日来进行。

二、本分册編写时曾参考过下列各書:

初級中学課本平面几何教学参考書

(人民教育出版社編)

初中几何課堂教学計劃

(伊斯托米娜等著)

全等三角形

(中国数学会上海分会中学数学研究委员会編)

中学数学教学法

(伯拉基斯著)

三、本書是由我室数学科同志主持,邀請本市部分中学教师座談,提供編写意見,本分册由李承福同志提供材料,黄松年同志执笔写成初稿,并經楊荣祥同志校訂,最后由黄松年同志作了修正。但由于編写匆促,一定还存在着不少缺点与錯誤,希望教师們在参考时,随时提出指正的意見。

---

上海市教育局教学研究室 1957年8月

统一书号：7076·257

定 价：0.32 元

# 目 录

第二章 三角形 .....	1
第一單元 多边形和三角形的概念 .....	1
第 18 課 折綫、多边形、三角形的分类( § 32— § 34) .....	2
第 19 課 三角形中的各主要綫段( § 35) .....	12
第二單元 軸对称的几何图形 .....	20
第 20 課 軸对称的几何图形( § 36) .....	21
第 21 課 軸对称几何图形的画法 .....	32
第三單元 等腰三角形的性質 .....	36
第 22 課 等腰三角形的两个重要性質( § 37 定理及推論) .....	38
第 23 課 等腰三角形的对称性及其性質的应用( § 37) .....	43
第四單元 三角形的全等 .....	50
第 24 課 三角形的全等, 三角形全等的第一个判定定理 ( § 38 和 § 39 定理) .....	51
第 25 課 三角形全等的第一个判定定理的应用 ( § 39 例 1、2、3) .....	57
第 26 課 三角形全等的第二个判定定理( § 40) .....	62
第 27 課 三角形全等的第二个判定定理的应用 .....	66
第 28 課 三角形全等的第三个判定定理( § 41) .....	73
第 29 課 三角形全等的三个判定定理的綜合应用 .....	79
第 30 課 三角形全等的三个判定定理的綜合应用 .....	83
第 31 課 三角形全等的三个判定定理的綜合应用 .....	88
第 32 課 三角形全等的三个判定定理綜合应用的練習 .....	93
第 33 課 三角形全等的單元复习和檢查 .....	102
第五單元 初二上測量实习 .....	107
第 34 課 关于測量实习的准备工作 .....	109

## 第二章 三 角 形

### 第一單元 多边形和三角形的概念

#### 1. 教学目的

(1) 使学生了解折綫和多边形的概念，并熟悉一些有关的重要名詞和它們的图形。

(2) 使学生熟悉三角形的概念和它的分类，并能画出它們相应的图形。

(3) 使学生了解三角形中主要綫段即角的平分綫、中綫和高定义，并能画出和它們相应的图形。

#### 2. 教材分析

本單元教材是在研究了直綫和角的概念及兩直綫相交的位置关系問題以后提出的，在研究兩直綫相交的位置关系中我們知道，过一点所引的直綫有无数条，但是在平面图形中无数条相交的直綫并不一定都过同一点的，在这种图形的情况下，就自然产生了多边形图形的問題，因此本單元提出多边形图形的研究，是进一步研究相交直綫所組成的几何图形的問題。而以前所研究的直綫和角的概念都是学习本單元教材的基础。

由于多边形的界是一种封閉折綫，故本單元教材首先討論了折綫的概念，提出折綫的表示法及凸折綫与非凸折綫的区别，然后由首末兩端重合的封閉折綫引出多边形的概念，并且說明了多边形的一些名詞及按照边数来分类的方法。由于三角形是多边形中最簡單的图形，也是研究多边形問題的基础，所以教材

提出多边形的概念及有关名詞以后，即着重說明有关三角形的一些概念。在这里首先研究三角形的分类方法，介紹了按边的長短的关系来分类及按角的大小关系来分类的方法，而按角的大小分类是討論了以直角为准则的分类的方法。在說明三角形分类方法的同时，說明了有关三角形的一些重要的名詞。教材在本單元最后提出了三角形中三种主要綫段，即角平分綫、中綫和高，說明了它們的定义和在各种三角形中的位置以及它們的画图方法。

### 3. 教学进度

本單元教材分两个課时講授，第一課时講授折綫、多边形、三角形的分类(§32—§34)；第二課时講授三角形中的主要綫段(§35)。

## 第 18 課

**課題** 折綫、多边形、三角形的分类(§32—§34)

**教学目的**

1. 使学生了解折綫和多边形的概念，并熟悉有关多边形的各种名詞及它們的图形。
2. 使学生了解三角形的分类方法，認識各种三角形的图形，初步掌握它們的画法。

**本課課型**

可采用講授新知識課，教学方法可采用講述結合談話。

**教材研究与教法**

1. 本課开始就可以进行新課的講授。引导新課时，可以这样說：在前一个阶段中，我們曾研究了兩条直綫相交的几何图形的一些性質，这些图形都是从客观实际中抽象得来的，但在客观实际中，又常見到一些图形，如桌子、黑板、多角形的地面及五角

星等等，在我們的印象中，都是由兩條以上的綫段互相銜接起來的，因此我們在幾何學里，就有研究這類兩條以上綫段所圍成的幾何圖形性質的必要。並告訴學生從本課起，在一段較長的時間里，都要來系統地研究這類圖形的性質。在這個基礎上，就可以提出本課的課題，且將課題板書。

2. 關於折綫概念的講解，可以先在黑板上取一系列的點  $A、B、C、D、E……$  等，其中沒有三個相鄰的點在一直綫上，並順次連接起來，這樣這些綫段就形成了折綫的圖形。通過實際畫圖後，按照課本的內容講解折綫的概念，及折綫的邊、頂點、折綫的長的定義以及折綫的表示法等等，在講解折綫的過程中，可以多畫一些折綫圖形，以增加學生感性認識。然後向學生指出：儘管折綫有各種形狀，但可以歸納為兩種圖形，即將折綫的每一條邊向兩方延長成直綫時，若這條折綫的其他各邊都在這直綫的同旁，這種折綫稱為凸折綫（如課本圖 56）；如果這條折綫的其他各邊沒有在這直綫的同旁，這種折綫稱為非凸折綫（如課本圖 57）。講授時應結合黑板上的圖形向學生強調地說明凸折綫與非凸折綫的區別，使從圖形來了解凸折綫的定義。學生對於凸折綫的定義往往誤解為“若折綫有一條邊向兩方延長成直綫時，其他各邊在這邊的同側則稱為凸折綫。”在這裡將任意一條邊誤解為有一條邊，造成對凸折綫與非凸折綫的定義混淆不清。因此這些都應該向學生說明。

3. 說明凸折綫的概念以後，就可以引導到封閉折綫的概念，並利用黑板上所畫的折綫圖形（課本圖 56），將這折綫首尾兩端  $A、E$  連接起來，使成為一種封閉的折綫  $ABCDEA$ ，並向學生指出，這種折綫的特點是首尾兩端相重合，並包圍了一個有限的平面部分，這種幾何圖形稱為封閉圖形，這種折綫稱為封閉折綫。

4. 對於封閉折綫及多邊形的定義必須明確指出：



(1) 凡折綫的首尾兩端相重合時，這種折綫稱為封閉折綫。

(2) 如果封閉折綫是凸折綫，則稱為凸封閉折綫，如果是非凸折綫，則稱為非凸封閉折綫。

(3) 凡由封閉折綫與它所包圍的平面部分共同組成的圖形稱為多邊形。

(4) 凡由凸封閉折綫與它所包圍的平面部分共同組成的圖形稱為凸多邊形。

(5) 凡由非凸封閉折綫與它所包圍的平面部分共同組成的圖形稱為非凸多邊形。

顯然，封閉折綫包括有凸封閉折綫和非凸封閉折綫；同樣，多邊形包括有凸多邊形及非凸多邊形。

5. 提出多邊形定義以後，即可根據課本講解多邊形的邊、頂點、角、對角綫和周長的定義及其表示法，然後向學生指出，在中學平面幾何里所研究的多邊形僅限於凸多邊形，因此，以後說到多邊形時，都是指凸多邊形。並可說明對於非凸多邊形，在中學平面幾何里並不是對它不作研究，只不過沒有提出這個名詞而已。因為任何一個非凸多邊形，如果在它的形內連接一條或幾條對角綫時，則可以將它分為兩個或幾個凸多邊形，如圖 1 中  $ABCDEF$ ，連接對角綫  $BF$ （或  $BE$ ），則按全量等於分量的和的公理，可知  $ABCDEF$  是由多邊形  $ABFG$  及  $BCDEF$  拼合而成的，而  $ABFG$  及  $BCDEF$  均為凸多邊形。

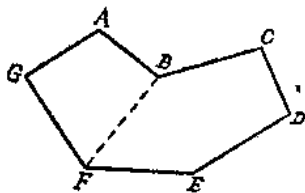


圖 1

6. 關於多邊形的分類（即按它的邊數給予稱呼的問題），除在黑板上畫圖說明外，並可利用邊數能增加或減少且在頂點處

能够活动的模型进行表演。这模型的制作可采用七根或八根薄木条，木条的长度约 35 厘米、45 厘米、55 厘米、60 厘米不等，在每根薄木条上每隔 5 厘米处钻一小孔（如图 2），并将各木条用与小孔直径相适应的小钉互相衔接起来组成一个多边形。从模型的表演可以使学生清楚的看到：

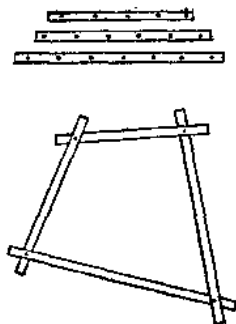


图 2

(1) 先从三角形开始将边数逐次地增多至六边形，并说明多边形的边数可以无限地增多。

(2) 再从六边形将边数逐次地减少至三条边为止，并说明多边形至少须有三条边，两条线段不能组成一个多边形，因此不可能有两边形的图形存在。说明这是由于直线的性质所限制，因为两点之间只能引一条直线，两直线只能有一个交点，所以两条直线不可能首尾衔接，否则它们就必然重合，因此三角形为最简单的多边形。并在这里介绍当边数为三条时称为三边形（但习惯上称为三角形），边数为四边时称为四边形（也可称为四角形），五边时为五边形（也可称为五角形）……等等，可仿此类推。

(3) 表演时可选择各边的长度相等或不相等或有两三条边相等的形状，使学生可以看到多边形边长之间可以相等也可以不相等。

(4) 表演时，当边数为四边或四边以上时，可以扯动模型以改变其形状，使学生直观地看到四边或四边以上的多边形，当边长固定时它的形状仍然可以改变的，并指出这些多边形缺乏坚定性。

(5) 如将模型组成一个三角形（如图 3），使学生看到这三角形不仅边长一定而且形状大小也是一定。再组成一个四边形，

并用一根木条安装于任一对角线的位置，同样使学生看到这时四边形分成两个三角形，因而不但使四边形的边长一定，且形状大小也一定了。从这里说明三角形具有图形的坚定性，并指出这种性质为一般多边形所没有，它在实际中有很大的用处，可举桥梁及屋梁等的结构为例，说明都是三角形的形状，如采用其他多边形的形状则易于变形而损坏。

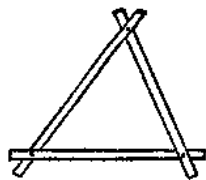


图 3

7. 可以向学生简明地叙述，在算术学习中，要计算任意多边形的面积时，我们常把它分成若干个三角形，(例如图 4，从一个顶点画所有的对角线的方法来分割)，计算各个三角形的面积，它们的总和即为所求多边形的面积。正由于任何多边形总可以分割为有限个三角形，而三角形又是多边形中最简单的图形，因此我们研究多边形时又须首先研究三角形，并从这里来引导出三角形的基本概念和有关名词的讲解。在讲述时应使学生注意几点：

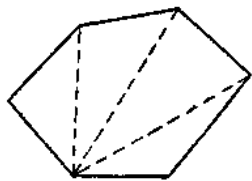


图 4

(1) 三角形通常用符号“ $\triangle$ ”来表示，如三角形  $ABC$  可写成  $\triangle ABC$ 。这种写法较简捷，要求学生习惯地应用。

(2)  $\triangle ABC$  和  $\angle ABC$  是指两个完全不同的平面图形， $\triangle ABC$  包含有平面的部分，而  $\angle ABC$  对于  $\triangle ABC$  来讲是它的组成元素之一。

(3) 任何三角形都是由三条边及三个角六个元素组成的。

(4) 三角形的夹边、夹角、对边、两边夹角、两角夹边等概念，都是今后研究三角形图形问题常要用到的几何语言，但初二学生对图形观念薄弱，他们对这些概念容易混淆，因此讲授时不

妨用顏色粉筆注明，或指導學生在紙上畫出各種形狀的三角形進行反復練習的識別，必須使他們能熟練地認識這些幾何語言所表示的圖形而後止。

8. 講解三角形的分類問題及分類的方法，可以從說明三角形的元素引導出來，指出正由於三角形的六個元素是三條邊及三個角，因此可根據其邊的長短和角的大小將三角形圖形分類。講述時應根據課本內容進行，必須注意課本中的分類方法：（1）按邊的長短關係分類是根據邊的相等和不相等來分類的，因而區分為不等邊三角形、等腰三角形及等邊三角形三種圖形。（2）按角的大小關係分類是根據直角為準則來分類的（即根據三角形中最大的角與直角的大小關係來分類的），因而區分為銳角三角形、直角三角形及鈍角三角形。

為了使學生更深刻地理解這種分類的方法，加深對各類三角形的印象，講述時可利用一個活動三角形的模型，這模型的製作如下：用三根薄木條，將每條中間開通一道小溝，然後用三顆鉚釘將這三根薄木條互相連接組成一個三角形，如將鉚釘螺絲放鬆，則活動三角形的邊的長短和角的大小都可以任意變化（如圖5）。如講述按邊的長短分類時，可以利用邊的伸縮活動來說明，講述按角的大小分類時，可以利用角的擴大和縮小來說明。

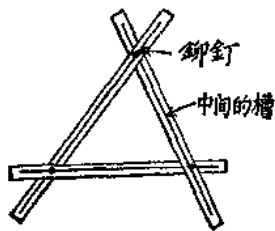


圖 5

9. 應該向學生指出：

（1）我們按照上述兩種方式進行分類，但從每一種分類所引出的三角形，也有可能包含於另一分類系統中，例如按邊的長短分類中有等腰三角形，等腰三角形中又包含有銳角三角形、直

角三角形和鈍角三角形三種圖形，但反過來，銳角三角形、直角三角形或鈍角三角形不一定是等腰三角形，只有當它們分別有兩條邊相等時才是等腰三角形的圖形；又如不等邊三角形中包含有銳角三角形、直角三角形或鈍角三角形三種圖形，同樣銳角三角形、直角三角形及鈍角三角形不一定全是等邊三角形，銳角三角形尚有兩條邊或三條邊相等的圖形，直角三角形或鈍角三角形尚有兩條邊相等的圖形。

(2) 在幾何圖形里對於按角來分類的直角三角形和按邊分類的等腰三角形及等邊三角形都認為是三角形圖形中的特殊圖形，因為它們分別有一個角是直角(直角三角形)兩條邊相等(等腰三角形)及三條邊相等(等邊三角形)的關係，而這種關係其他三角形圖形是不具有的。因此在幾何圖形里通常所指的三角形是指不等邊的銳角三角形或鈍角三角形而言的，對於這種三角形又常稱為任意三角形。關於這點不妨反復地向學生交代，使他們有深刻的印象，因為學生在以後學習三角形問題中，常將一般圖形畫成特殊圖形，以致運用特殊圖形的條件來解決問題，造成解題的錯誤。

10. 學生對於特殊三角形各元素間的特殊名稱及圖形關係，常易於忘記或混淆，如等腰三角形的兩腰、底邊以及頂點的唯一性；直角三角形的兩條直角邊、斜邊以及直角頂點的唯一性等等。講述時不妨用顏色粉筆註明這些名稱所表示的圖形，使學生明確的區別和記憶，這樣對他們以後的學習是有好處的。

11. 學生初學三角形時，不習慣於認識各種位置的三角形圖形；因而看不出這些位置不同的三角形圖形中各元素間的關係，因此講述時應該多畫些不同位置的三角形(如圖6)讓他們來識別，並可以提問他們這些三角形各屬於哪一類的三角形，要求學生指出等腰三角形的腰、底及頂點，直角三角形的直角邊、

斜边及直角顶点来。这种活动不仅使他們巩固了三角形的分类，同时使熟練的識別各种位置三角形的图形。

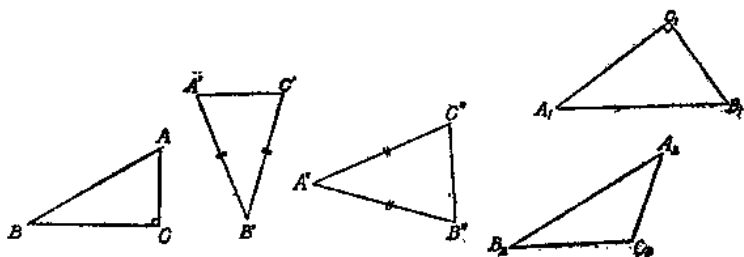


图 6

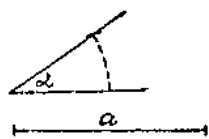
12. 由于三角形有三条边及三个角，所以任意三角形或等边三角形的任何一条边都可以当作底边，这条边所对的角都可以当作頂角。

13. 由于几何学是研究几何图形性质的学科，因此在研究过程中画出图形以配合研究很重要。教材从本課起系統地进入三角形图形性质的研究，因此使学生熟悉各种三角形图形的画法是十分重要的，教材在习题六中布置了几个画三角形图形的問題，其原因也在于此。尽管教师在本課講授过程中，通过画黑板图已給予学生对三角形图形的画法有了初步的启示，但因限于初二学生的年龄特征，这个問題仍有着重講述的必要。在講述时必须注意不能象講三角形作图题一样，因为那样不仅会打乱教材的系統性而且学生也是不可能接受的。在这里講述的内容有下面一些：

(1) 任意三角形的画图，只要教会学生善于用三角板或直尺画出三角形来就可以了。至于根据已知兩角夾边、兩边夾角或三边的長来画三角形的问题不必講述，因为它们属于三角形的作图题范围，而教材目前还用不到这些作图方法。

(2) 等腰三角形的画图,可介绍下面两种方法:

A. 已知腰和顶角画等腰三角形. 教学生用圆规和直尺先画一个角等于已知顶角, 然后再从顶点沿角的两边截取等于已知腰长的两线段, 最后连接这两线段的端点所成的三角形即是.(如图 7)



B. 已知底和腰画等腰三角形. 这图的画法是:

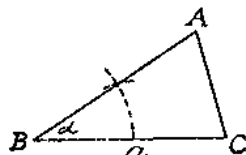


图 7

① 先用刻度尺画一条线段  $BC$ , 使等于已知底长  $a$ .

② 以  $B, C$  为圆心, 腰  $b$  的长为半径画两圆弧, 相交于一点  $A$ , 根据圆周的定义, 圆周上的点到圆心的距离相等, 而以  $B, C$  为圆心  $b$  为半径所画的两个圆是两个等圆, 因此交点  $A$  到  $B, C$  两点等远.

③ 连接  $AB$  及  $AC$ , 显然,  $\triangle ABC$  是一个等腰三角形, 而且它的底与腰都符合于已知的条件.(如图 8)

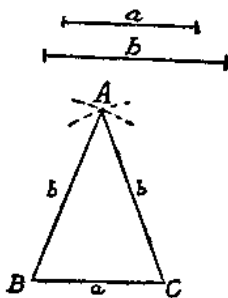


图 8

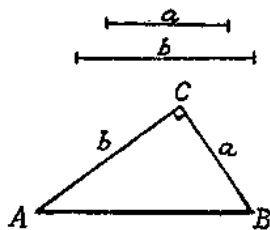


图 9

(3) 直角三角形的画图. 只要介绍已知两直角边画直角三角形的方法, 教会学生用三角板先画一个直角, 然后用圆规在这

直角的兩边从頂点截取兩条綫段，分別等于兩条已知直角边的長，最后連接这两条綫段的端点，則所画的直角三角形是符合于已知条件的。(如图 9)

14. 习題六的第 1 題可作为本課复习巩固之用，教师可先在黑板上画出四边形，提問学生：‘它有几个頂点、几条边及几条对角綫？’然后画出五边形，再进行同样的提問，由学生在課内口答。

15. 家庭作业：

(1) 閱讀課文 §32—§34.

(2) 做习題六第 2 題到第 4 題。(这些作图題只要求学生用圓規直尺画出图形，不要求他們說明画图过程及其理由)

### 給 教 師 的 話

1. 本課教材內容較多，但重点在于闡明凸折綫、多边形的概念及三角形的分类，因此講授时可环绕这几个重点进行，至于其他方面，可根据教学实际和学生的接受能力适当講授。为了节省時間，关于三角形的画图方法，可在講授三角形分类問題时，結合一道來講授亦可。

2. 关于三角形的分类中，按角的大小分类时，不应提出等角三角形的名称，因为这是屬於按角的相等与不等的分类方法的一种图形，实际上是从屬於边的相等与不等的关系中，这些問題在后面三角形边角相依关系中是可以看出的，因此这里对这种分类方法不提出，而是以直角为准则来提出按角的大小分类的方法，所以如果这里再提出等角三角形的名称，那是多余的而且打乱了分类的系统。

3. 关于多边形对角綫的条数問題，是有一定的規律来推算的，是决定于这个多边形的边数(或角頂数)，例如：五边形  $ABCDE$  的对角綫条数，由于对角綫是不相鄰的两个頂点所连接的綫段，因此从一个頂点出发可能連接的对角綫只有兩条，如自頂点  $A$  可連接的对角綫只有  $AC$  和  $AD$  兩条，即自五边形的一个頂点出发可連接的对角綫数应为  $5-3=2$ ，而减 3 的意思就是减去包括  $A$  点、与  $A$  点相鄰的两个頂点  $B$  及  $E$  的三个頂点数，因为  $A$  点与相鄰兩頂点的連綫  $AB$  及  $AE$  不是对角綫。由于五边形有五个頂



点,故自各个顶点出发所连接的对角线数为 $5(5-3)=10$ ,但其中每一条对角线都重复一次,即自 $A$ 起对角线 $AC$ 与自 $C$ 起对角线 $CA$ 实际上是同一条对角线,而上面将它算作两条了,同样其他对角线也是如此.因此五边形 $ABCDE$ 的对角线应该是 $\frac{1}{2} \cdot 5(5-3)=5$

(如图10),仿此推得 $n$ 边形的对角线应为 $\frac{1}{2} \cdot n(n-3)$ 条.当 $n=3$ 时,则这多边形为三角形,故它的对角线的条数为 $\frac{3(3-3)}{2}=0$ ,即没有对角线.

上述对角线条数的推算问题,系根据高中代数中组合的概念,对于初二学生来讲不容易理解,因此只能作为教师自己掌握,不能作为课堂讲授之用.

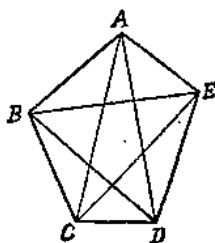


图 10

## 第 19 课

### 课题 三角形中的各主要线段 (§ 35)

#### 教学目的

使学生了解三角形中各主要线段的概念,熟悉它们在各种三角形中的位置关系,并能画出它们的图形.

#### 本课课型

可以采用综合课,教学方法可以采用讲解结合谈话.

#### 教材研究与教法

1. 本课的教材,是上节课内容的继续,在于阐明有关三角形中各主要线段的概念及其图形的画法,作为下一阶段研究三角形图形性质的准备,所以在教学开始时,可以先复习提开上一节课所讲授的内容,下列问题供提开时参考:

(1) 什么叫做折线、凸折线? 什么叫做多边形? 多边形和凸折线有无区别?

(2) 什么是多边形的边、角和对角线? 三角形有几条边和几