

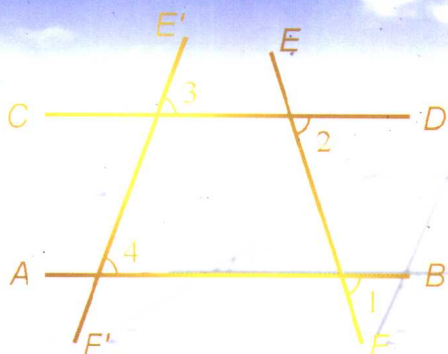
初中数学

龙门 专题

几何 初步

主编 南秀全

本册主编 余石等



第二次修订版



龍門書局

几何初步



主 编 南秀全

本册主编 余石

汪新文

付东峰

第二次修订版



龍門書局

北京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志,
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话:(010)64033640 13501151303 (打假办)

邮购电话:(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

几何初步/南秀全主编;余石等本册主编.一修订版.一北京:龙
门书局,2003

(龙门专题)

ISBN 7-80160-121-1

I. 几… II. ①南…②余… III. 几何课-中学-教学参考资料
IV. G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 081116 号

责任编辑:王 敏 韩 杨 / 封面设计:三土图文

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2001 年 2 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2003 年 1 月第二次修订版 印张:6 1/4

2003 年 4 月第六次印刷 字数:224 000

印数:110 001 - 130 000

定 价:7.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是教参编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、生物四个学科共计 55 种,其中初中数学 12 种,高中数学 12 种,初中物理 5 种,高中物理 7 种,初中化学 4 种,高中化学 10 种,高中生物 5 种。应广大读者的要求,2002 年又新增地理 4 种,研究性学习 5 种,初中语文 8 种。

本套书在栏目设置上,主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3+X”综合应用篇)。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中“知识点精析与应用”着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。“视野拓展”则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身,主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容),另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势,综合题与应用题越来越多,试行“3+X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局最新推出的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. 以“专”为先 本套书共计 72 种,你尽可以根据自己的需要从中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释,读过一本后,可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. 讲解细致完备 由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析,对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识,能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小,更易于理解和记忆。

3. 省时增效 由于“专题”内容集中,每一本书字数相对较少,学生可以有针对性地选择,以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. 局限性小 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及,并分别自成一册;“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排,而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题,即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系,从而自然地连点成线,从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义,以减小其随教材变动的局限性。

5. 主次分明 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例,使学生能够根据自己的情况,权衡轻重,提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才,它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言,只有提高教学质量,提高效率,才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出,讲、练到位,对于提高学生对某一专题学习的相对效率,大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖,编写难度很大,又受作者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请不吝指正。

编者

2002 年 11 月

编委会

(初中数学)

(第二次修订版)

执行编委

王敏

余石
余梦

余曙光
姜文清

编主

委编

肖九河
南秀全

付东峰

总策

划

龙门书局



目 录

第一篇 基础篇	(1)
第一章 线段、角	(2)
1.1 直线	(3)
1.2 射线、线段	(11)
1.3 线段的比较和画法	(21)
1.4 角	(34)
1.5 角的比较	(39)
1.6 角的度量	(49)
1.7 角的画法	(60)
1.8 小结与复习	(67)
中考热点题型分析	(75)
第二章 相交线、平行线	(82)
2.1 相交线、对顶角	(83)
2.2 垂线	(94)
2.3 同位角、内错角、同旁内角	(104)
2.4 平行线及平行公理	(109)
2.5 平行线的判定	(112)
2.6 平行线的性质	(124)
2.7 空间里的平行关系	(135)
2.8 命题	(136)
2.9 定理与证明	(142)
2.10 小结与复习	(153)
中考热点题型分析	(166)

第二篇 综合应用篇 (174)

一、与线段、角有关的综合题 (174)

二、与相交线、平行线有关的综合题 (178)

三、建立知识间联系,适应新题型 (182)

四、注重几何初步知识的实际应用 (184)

五、热点考题训练 (186)

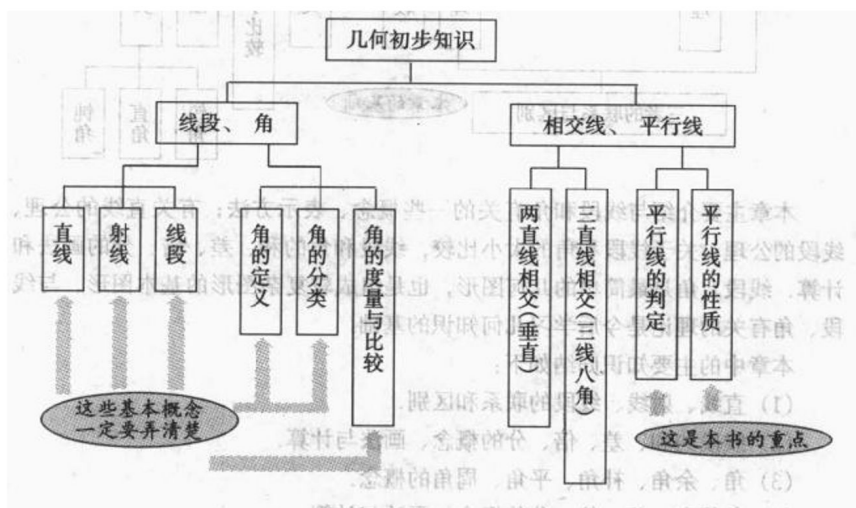
第一篇 基础篇

本书各章在中考题中的比例如下表

线段、角	相交线、平行线
约占 1%~3%	约占 3%~5%

这两章知识属几何初步知识，上表所列数据是直接考查的比例，实际上这两章知识渗透在其他几何知识中，考查十分广泛。

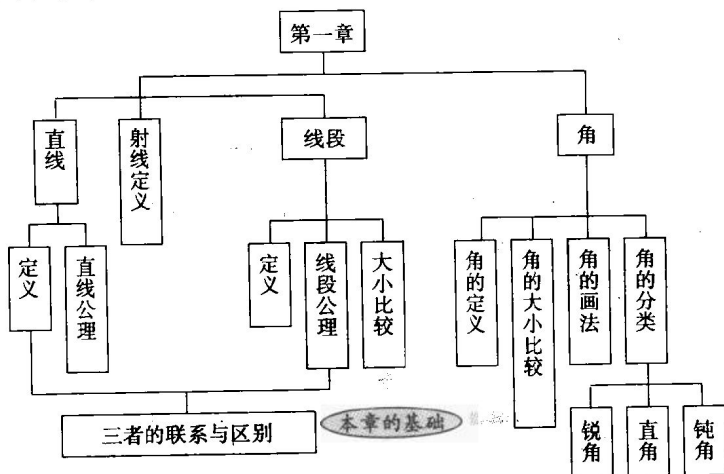
本书知识结构框图





第一章 线段、角

本章知识结构框图

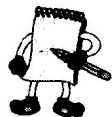


本章主要介绍与线段和角有关的一些概念、表示方法；有关直线的公理、线段的公理；关于线段和角的大小比较，线段和角的和、差、倍、分的画法和计算。线段、角是最简单的几何图形，也是组成较复杂图形的基本图形，与线段、角有关的理论是今后学习几何知识的基础。

本章中的主要知识归纳如下：

- (1) 直线、射线、线段的联系和区别。
- (2) 线段的和、差、倍、分的概念、画法与计算。
- (3) 角、余角、补角、平角、周角的概念。
- (4) 角的和、差、倍、分的概念、画法与计算。
- (5) 简单几何用语的使用。

1.1 直 线



知识梳理

本节重点是直线概念与直线的性质公理，难点是直线性质公理及应用。知识点包括点、直线的概念与表示法；直线性质；点与直线、直线与直线的位置关系等。

知识点精析与应用

【知识点精析】

1. 在几何里，图形常用字母来表示。一个点用一个大写字母表示，如点 A ，点 P 等。

2. 直线的定义

直线是几何里最基本、最简单的图形，是一个不可定义的原始概念，常借助实际事物，如“一根拉得很紧的线，给我们以直线的形象”，来直观描述直

实例是学好几何的有用帮手

线的特征——直。几何里讲的直线具有“无限延伸”的性质，也就是说，我们在黑板、练习本上画的直线是可向两方无限延伸的，只是研究问题时没有必要画得那么长，直线没有长度和粗细。如长方体的面与面交接处，纸的折痕等都给我们直线的形象。

3. 直线有两种表示方法

(1) 直线上任取两点分别用两个大写的英文字母 A ， B 表示，如图 1-1，这条直线可记作直线 AB 或直线 BA 或直线 BC 等（表示直线的大写字母无序）；

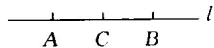


图 1-1

(2) 一条直线可以用一个小写字母表示，如图 1-1，这条直线可表示为直线 l 。

4. 直线的性质公理

刚接触某一门学科知识，要有一些最基本的知识作为基础。几何里，把经过人们无数次实践总结出来不需要证明的事实作为公理。公理是证明其他问题的依据，是基础。直线的性质公理为：“经过两点有一条直线，并且只有一条直线”。可简单说成：“过两点有且只有一条直线”。其中“有”表示存在，“只有”表示惟一，“有且只有”相当于“确定”的意思。故直线的性质公理也可说成“两点确定一条直线”。生活中钉板条时要钉两颗钉子板条才稳定就是这个道理。

5. 点与直线的位置关系

说法不同,意义相同

有两种,点在直线上或点在直线外.也可以说成直线过某一点或直线不过某点.如图 1-2,直线 l 不过 P 点,点 Q 在直线 l 上.

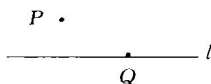


图 1-2

6. 根据直线的性质公理

可以确定两条不同的直线不能有两个或两个以上

注意这个结论

的公共点,如果它们有一个公共点,我们就说它们相交,这个公共点叫做它们的交点.如图 1-3,可以记作“直线 l 和直线 m 相交于点 O ”.

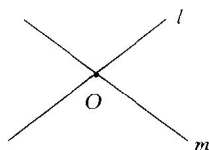


图 1-3

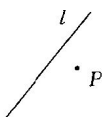
【解题方法指导】

【例 1】 按下列语句画图:

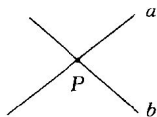
- (1) 点 P 不在直线 l 上;
- (2) 直线 a 、 b 相交于点 P ;
- (3) 直线 a 经过点 A , 而不过点 B ;
- (4) 直线 l 和直线 a 、 b 分别交于 A 、 B 两点.

解 所作图形依次如图 1-4.

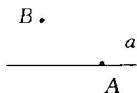
画图时要标出相应字母



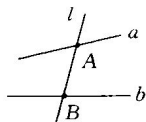
(1)



(2)



(3)



(4)

图 1-4

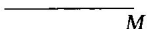
说明 按要求画图要理解相应几何语言的意义,按规范画出图形.

【例 2】 判断改错.

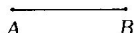
- (1) 直线 ab



- (2) 直线 M

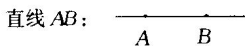


- (3) 画直线 AB



这都是初学者爱错的地方

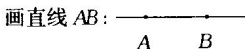
解 (1) 错误. 正确的应为:



(2) 错误. 正确的应为:



(3) 错误. 正确的应为:



说明 一定要掌握直线的两种表

示方法和直线的画法.

图 1-5

【达标跟踪训练】

一、判断题 (用“√”、“×”分出对错)

1. 直线 AB 和直线 BA 是同一条直线.

()

2. 直线 m 比直线 n 长. ()
 3. 延长直线 AB , 使它经过点 M . ()
 4. 直线 a 与直线 b 有两个不同的公共点 A 、 B , 则 a 与 b 重合. ()
 5. 因为两点确定一条直线, 所以任何三点都不可能一条直线上. ()

二、填空题

6. 一条直线上有____个点, 直线是向两方向____.
 7. 直线与点的位置关系有两种, 分别是____和____.
 8. 要把木条固定在墙上至少要钉两颗钉子. 这是因为____.
 9. 直线 AB 、 CD 相交于点 O , 如图 1-6, 点 P 在直线____上, 在直线____外. 也可以说成直线____过点 P , 而直线____不过点 P .
 10. 如图 1-6, 点 M 在直线____和直线____外, 也可说成直线____和____不过点 M (直线用小写字母表示).

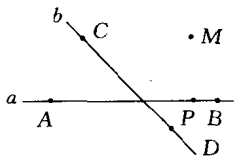


图 1-6

三、选择题

11. 下列写法中, 正确的是 ()
 A. 直线 ac 、 bd 相交于点 m B. 直线 AB 、 CD 相交于点 m
 C. 直线 ac 、 bd 相交于点 M D. 直线 AB 、 CD 相交于点 M
 12. 如图 1-7, 下面四个语句中, 叙述正确的是 ()
 A. 点 A 在直线 l 上 B. 点 B 在直线 l 上
 C. 点 B 在直线 l 内 D. 点 B 在直线 l 里



图 1-7

四、解答题

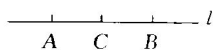
13. 读下列语句, 按照这些语句画出图形.
 (1) 过点 A 和点 B 画直线 AB ;
 (2) 直线 AB 和 CD 相交于点 C ;
 (3) 点 A 在直线 l 上, 而点 B 在直线 l 外;
 (4) 三条直线 a 、 b 、 c 都经过点 M .
 14. 读下列语句, 按照这些语句画出图形.
 (1) 平面内的直线 AB 与直线 CD 不相交;
 (2) 点 M 在 $\triangle ABC$ 内部, 点 N 在 $\triangle ABC$ 外部, 点 H 在 BC 上.

【答案与提示】

1. $\checkmark$ (表示直线的两个字母可以交换位置, 没有固定的顺序.) 2. $\times$ (直线没有长度.) 3. $\times$ (直线向两方向无限延伸, 不可人为延长.)
 4. $\checkmark$ (根据两点确定一条直线可判定两条直线有两个不同公共点时, 则它们重

合.) 5. $\times$ (如图 1-8, A 、 B 、 C 三点都在直线 l 上.) 6. 无数, 无限延伸. 7. 点在直线上, 点在直线外.

8. 两点确定一条直线. 9. AB, CD, AB, CD .



10. a, b, a, b . 11. D (点要用大写字母表示, 用直线上两点表示直线时, 应用大写字母.)

图 1-8

12. B (点 B 在直线 l 内(里)等说法不合几何语言规范.) 13. (1) 如图 1-9; (2) 如图 1-10;

(3) 如图 1-11; (4) 如图 1-12; 14. (1) 如图 1-13; (2) 如图 1-14.

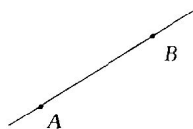


图 1-9

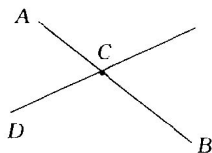


图 1-10

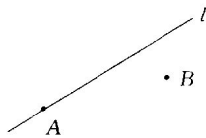


图 1-11

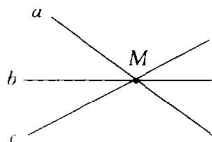


图 1-12

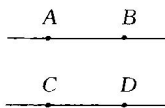


图 1-13

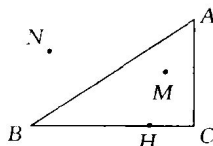


图 1-14

画直线时不要把直线上的两点写在直线边缘上

视野拓展

【释疑解难】

1. 直线的公理“过两点有且只有一条直线”表明了过两点的直线的存在性和惟一性. 但经过三点或三点以上的点的直线就不一定存在, 在具体解题时, 必须分类讨论. 过三点(或三个以上的点)中的两点画直线, 所得的结果也应分情况考虑.

要记住这些分类讨论的知识点

2. 两条直线相交, 只有一个交点. 这是因为假如两条直线有两个交点, 那么经过这两点就有两条直线了, 这与直线公理相矛盾, 所以两条直线相交有两个交点是不可能的. 三条直线在平面上的位置关系有四种可能情况: (1) 每两

这种方法叫反证法

条都不相交; (2) 有两条直线不相交; (3) 三条直线交于一点; (4) 三条直线两两相交于三点. 其中 (3) 可以看作 (4) 的特例, 分别可用图 1-15 表示.

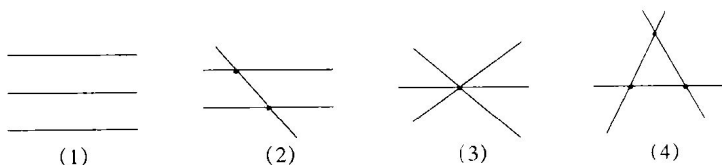


图 1-15

【典型例题导析】

【例 3】 解答下列问题：

- (1) 过一个已知点可以画多少条直线？
- (2) 过两个已知点可以画多少条直线？
- (3) 过三个已知点一定可以画出直线吗？
- (4) 经过平面上三点 A 、 B 、 C 中的每两点可以画多少条直线？
- (5) 借鉴 (4) 的结论，猜想经过平面上四点 A 、 B 、 C 、 D 中的任意两点画直线会有什么样的结果？如果不能画，请简要说明理由，如能画，画出图来。

解 (1) 过一点可以画无数条直线。

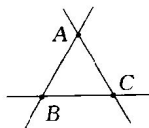
(2) 过两个已知点可以画惟一的一条直线。

依据是直线的公理

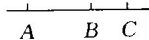
(3) 过三个已知点不一定能画出直线，当三点不共线时，不能作出直线；当三点共线时，能画一条直线。

(4) 当 A 、 B 、 C 三点不共线时，过其中的每两点可以画一条直线，所以共有三条直线；当 A 、 B 、 C 三点共线时，上面画的三条直线重合了，只能画一条直线，如图 1-16。

分类讨论问题是该逐步掌握的数学方法



(1)



(2)

图 1-16

可以借鉴(4)的讨论方法

(5) 经过平面内四点中的任意两点画直线有三种结果，如图 1-17。

- ① 当 A 、 B 、 C 、 D 四个点在同一条直线上时，只可以画出一条直线。
- ② 当 A 、 B 、 C 、 D 四个点中有三个点在同一条直线上时，可画出 4 条直线。
- ③ 当 A 、 B 、 C 、 D 四个点中任意三个点都不在同一条直线上时，可画出 6 条直线。

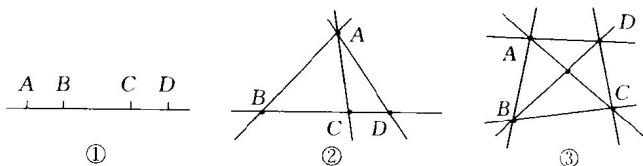


图 1-17

说明 题(3)和题(4)中没有明确给出平面上三点或四点是否在同一条直线上,解答时要分各种可能情况解答.这种解答方法叫分类讨论.运用这种方法时,要考虑到可能出现的所有情形,不能丢掉一种,否则就不完整,不全面.

【例 4】 画出三条直线两两相交的图形.

分析 三条直线中,每一条直线与其他两条直线相交,叫做三条直线两两相交,符合这种说法的几何图形有两种情况.

解 如图 1-18.

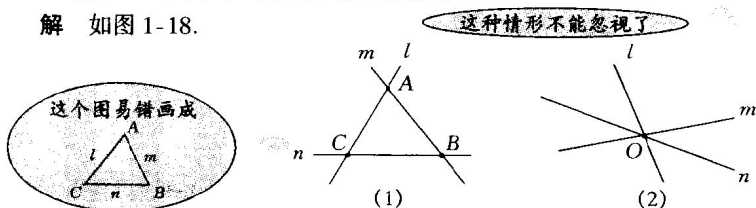


图 1-18

(1) 直线 l 、 m 交于点 A , 直线 l 、 n 交于点 C , 直线 m 、 n 交于点 B .

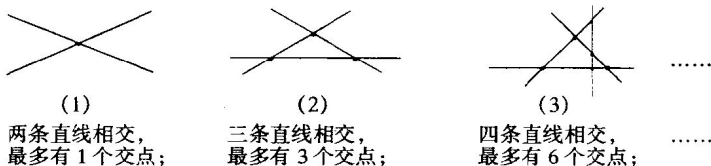
(2) 直线 l 、 m 、 n 中任两条交于点 O .

说明 (1) 画图时要注意直线的画法,如图 1-18 中的直线 l , m , n 都要画出头.

(2) 这类题把几何语言转化成图形,我们形象地把它叫做“翻译”,“翻译”时一定要理解题设中每个字、词的意义.如“三条直线两两相交”的意义;“过平面上三点画直线”与“过平面上三点中任意两点画直线”、“过平面上不在同一直线上三点中任两点画直线”的区别等,不同的说法画出的图形不一样.

读准题意非常关键

【例 5】 (荆门市, 2001) 观察下列图形,并阅读图形下面的相关文字:



(1)
两条直线相交,
最多有 1 个交点;

(2)
三条直线相交,
最多有 3 个交点;

(3)
四条直线相交,
最多有 6 个交点;

图 1-19

像这样，十条直线相交，最多交点的个数是 ()

- A. 40 个 B. 45 个 C. 50 个 D. 55 个

分析 本题若硬将十条相交直线画出来，再数其最多交点的个数显然是不现实的，所以必须根据现有的信息通过分析、归纳，得出一个规律性的认识，再用这个规律求出题目的结果来。我们可以将以上图形信息列表处理：

相交直线的条数	2	3	4	...	n
最多交点的个数	$1 = \frac{2(2-1)}{2}$	$3 = \frac{3(3-1)}{2}$	$6 = \frac{4(4-1)}{2}$	...	$\frac{n(n-1)}{2}$

这些关系是要经过认真的分析归纳才能得出的，你弄懂了吗？

记住这个结论对解题有好处

所以当 $n = 10$ 时， $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{10(10-1)}{2} = 45$ (条)，选 B.

说明 本题是一道典型的几何猜想题，是当前中考试题中的一个热点题型，同学们一定要重视这方面的练习。

【思维拓展训练】

一、填空题

1. 平面上三条直线两两相交，最多有 m 个交点，最少有 n 个交点，则 $m + n =$ _____.

2. 平面上有 A、B、C、D、E 五个点，其中只有 A、B、C 三点在同一条直线上，经过其中任意两点画一条直线，一共可画 _____ 条直线.

3. 经过一点的直线有 _____ 条；经过两点的直线有 _____ 条，并且 _____ 一条；经过三点的直线 _____ 存在，如点 C 不在经过 A、B 两点的直线 AB 上，那么 _____ 经过 A、B、C 三点的直线.

二、选择题

4. 平面内四点，任何三点都不在一条直线上，过每两点引一条直线共能引 () 直线.

- A. 3 条 B. 4 条 C. 5 条 D. 6 条

5. 下列说法错误的是 ()

- A. 两条直线相交只有一个交点
B. 无数条直线可经过同一点
C. 三条直线相交，有三个交点
D. 直线 MN 和直线 NM 是同一条直线

6. 已知同一平面内的四点，过其中任意两点画直线，仅能画四条，则这四