全国高等教育自学考试经济管理类专业复习考试指导

高等数学(二)课程考试
仿真试题精解

(本科)

(第二版)

韩贞耀　编著

大连理工大学出版社

《全国高等教育自学考试经济管理类专业复习考试指导》

丛书编委会

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)课程考试仿真试题精解·本科/韩贞耀编著.—2版.—大连:大连理工大学出版社,2001.3
(全国高等教育自学考试经济管理类专业复习考试指导)
ISBN 7-5611-1729-9

Ⅰ.高… Ⅱ.韩… Ⅲ.高等数学-高等教育-自学考试-解题 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第05151号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河　邮政编码　116024
电话:0411-4708842　传真:0411-4708898
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:http://www.dutp.com.cn
大连理工大学印刷厂印刷

开本:850毫米×1168毫米　1/32　字数:347千字　印张:13.875
印数:6001—12000册
2000年2月第1版　2001年3月第2版
2001年3月第2次印刷

责任编辑:韩　露　责任校对:徐怀书
封面设计:孙宝福

定价:18.00元

编写说明

为了适应社会主义现代化建设的需要，于20世纪80年代初，我国创立了具有中国特色的高等教育自学考试制度。并且在《中华人民共和国高等教育法》中明文规定“国家实行高等教育自学考试制度”。这就以法律的形式，明确规定了高等教育自学考试制度的性质，以及它在我国高等教育考试基本制度中的地位。自学考试以教育对象的开放性、开考专业的广泛性、教育形式的灵活性、国家考试的权威性以及发放文凭的通用性，使之独具魅力。因此，自学考试一出现，便得到全社会的广泛关注和热烈欢迎，现已成为考试规模最大、参加人数最多、开考专业最全的一所开放式的大学校，显示了其勃勃生机和强大的生命力。

自学考试是个人自学、社会助学与国家考试相结合的一种高等教育制度。为了满足自学考试考生的强烈愿望，帮助他们搞好自学，为了帮助社会助学单位搞好自学考试教学，特别是搞好备考，提高考试的合格率，我们组织了主考院校一批多年来从事自考教学并具有丰富教学经验和评卷经验的专家，编写了全国高等教育自学考试经济管理类（专、本科段）有关专业课程考试仿真试题精解丛书。这套丛书包括：《高等数学（一）课程考试仿真试题精解（专科）》、《微型计算机应用基础课程考试仿真试

题精解(专科)》、《基础会计学课程考试仿真试题精解(专科)》、《国民经济统计概论课程考试仿真试题精解(专科)》、《经济法概论课程考试仿真试题精解(专科)》、《高等数学(二)课程考试仿真试题精解(本科)》、《管理系统中计算机应用课程考试仿真试题精解(本科)》、《财务管理学课程考试仿真试题精解(本科)》、《管理学原理课程考试仿真试题精解(本科)》、《市场营销学课程考试仿真试题精解(本科)》共10种。

本套丛书中的每一种都是以相应课程的自学考试大纲为依据,以自学考试试题为标准,在全面分析教材内容和历年考试试题的基础上,编制出若干套仿真试题,并进行了具体的分析和讲解。书后还附录了近期自学考试的两套试卷和标准答案。每套仿真试题均按:**本题知识点**、**解题思路**、**参考答案**、**解题点拨**四个版块进行编写,其题型、难易程度和分数分布与自学考试试题相一致。整本书的试题内容覆盖考试大纲的知识点,并突出重点和难点。在对试题的分析讲解过程中,不是单纯地就题论题,而是交给学生解题的钥匙和方法,以培养考生分析问题和解决问题的能力,达到举一反三、触类旁通的效果。相信本丛书对广大考生会有所裨益的。

本丛书不但适用于广大自学考试学生学习和考试之用,也可供广大经济管理工作人员和高等院校统招学生学习相关课程时参考。

丛书编委会

2000年1月

再版前言

为了帮助广大考生在临考前的较短时间内全面检查自己学习和复习的成果，编者根据《高等数学(二)自学考试大纲》、近几年的试卷内容及多年的辅导经验而编写此书，以满足考生考前准备的需要。

本书包括十二套仿真试题及1999年和2000年两年的四套试题。每题都给出了较为详细的分析与解答，特别是单项选择题的解答，对考生分析问题、解决问题、掌握做题方法与技巧，提高应试能力会有较大的帮助。

这次再版，为了对照答案的方便，每套题后都列出了简单的参考答案。部分较难的题或有代表性的题解后增加了[思路延伸]栏目，将知识进一步扩展、延伸、强化。为了考生练习的方便，在知识点归纳内容的后面给出了仿真题索引，以便考生复习这部分内容时查找相应的题进行有针对性的练习。浏览一下附录5，对考生学好、考好本门课程或许有些启发和帮助。

对书中的缺陷与不足，恳请读者批评、指正。

编　者

2001年2月

目　录

编写说明

再版前言

知识点归纳 …… 1

知识点及其仿真试题索引 …… 43

近四年《高等数学(二)》课程考点分析 …… 48

第一套仿真试题 …… 50

第一套仿真试题分析与解答 …… 56

第二套仿真试题 …… 72

第二套仿真试题分析与解答 …… 78

第三套仿真试题 …… 96

第三套仿真试题分析与解答 …… 103

第四套仿真试题 …… 120

第四套仿真试题分析与解答 …… 127

第五套仿真试题 …… 147

第五套仿真试题分析与解答 …… 153

第六套仿真试题 …… 171

第六套仿真试题分析与解答 …… 177

第七套仿真试题 …… 197

第七套仿真试题分析与解答 …… 203

第八套仿真试题 …… 219

第八套仿真试题分析与解答 …… 225

第九套仿真试题 …… 240

第九套仿真试题分析与解答 …… 247

第十套仿真试题 …… 264
第十套仿真试题分析与解答 …… 270
第十一套仿真试题 …… 287
第十一套仿真试题分析与解答 …… 294
第十二套仿真试题 …… 313
第十二套仿真试题分析与解答 …… 320

附录1 1999年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷 …… 336
1999年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷分析与解答 …… 343
附录2 1999年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷 …… 360
1999年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷分析与解答 …… 368
附录3 2000年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷 …… 387
2000年上半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷分析与解答 …… 393
附录4 2000年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷 …… 409
2000年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二)试卷分析与解答 …… 415
附录5 应考指南 …… 429

知识点归纳

线性代数部分

▶ 第一章　行列式

△ 一、内容要点

1. 行列式　$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

2. 余子式　M_{ij} 是将 $\boldsymbol{D}$ 中 a_{ij} 所在的第 i 行第 j 列所有元素划去后所得的 $n-1$ 阶行列式。

3. 代数余子式　$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$

4. 行列式的性质

(1) 行列式转置，其值不变。

(2) 两行(列) 互换，行列式变号。

(3) 某行(列) 的公因子可以提到行列式外面去。

(4) 若两行(列) 元素成比例，则行列式的值为零。

(5) 把行列式的某行(列) 元素，乘上同一个因子加到另一行(列) 上去，其值不变。

(6) 行列式可以拆成两个行列式的和。

5. 行列式的展开

(1) 按第 i 行展开　$D=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}A_{ij}$

(2) 按第 j 列展开　$D=\sum_{i=1}^{n}a_{ij}A_{ij}$

6. 克莱姆法则

若线性方程组$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2\\ \cdots\quad+\quad\cdots+\cdots+\quad\cdots=\cdots\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n\end{cases}$

的系数行列式 $\boldsymbol{D}\neq 0$，则该方程组有且仅有唯一的解：$x_j=\dfrac{\boldsymbol{D}_j}{\boldsymbol{D}}$，$j=1,2,\cdots,n$。

其中，$\boldsymbol{D}_j$ 是将 $\boldsymbol{D}$ 的第 j 列元素换成 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 后得到的行列式。

▲ 二、简要说明

1. 应记住二、三阶行列式的展开公式

(1) $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$

(2) $\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$

2. 计算行列式时一般选择零元素多的行(列)展开将行列式的阶降低，直至二、三阶，再按上述公式计算。

3. 通常情况下是利用行列式的性质将之化成下述三角形的形式，就可直接写出结果。

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

4. 下述形式的三角形行列式其结果为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n1}$$

5. 经常使用克莱姆法则的推论：当 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶方阵时，齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ 有非零解的充要条件是 $|\boldsymbol{A}| = 0$；只有零解的充要条件是 $|\boldsymbol{A}| \neq 0$

▶ 第二章 矩 阵

△ 一、内容要点

1. 几种特型矩阵的定义

(1) 零矩阵：元素全为 0 的矩阵。

(2) 行矩阵：只有一行的矩阵(也叫行向量)。

(3) 列矩阵：只有一列的矩阵(也叫列向量)。

(4) 对角矩阵：对角线以外的元素全为 0 的方阵。

(5) 单位阵：对角线元素全为 1，其他元素全为 0 的方阵。记号为 $\boldsymbol{I}$ 或 $\boldsymbol{E}$。

(6) 上(下) 三角阵：对角线下(上) 方元素全为 0 的方阵。

2. 矩阵的相等：$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$ 指对任意 i、j 有 $a_{ij} = b_{ij}$。

3. 加法：$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$；$a_{ij} + b_{ij} = c_{ij}$ 对任意 i、j 都成立。

4. 数乘：$k\boldsymbol{A} = k(a_{ij})_{m\times n} = (ka_{ij})_{m\times n}$。

5. 加法与数乘的运算规律

(1) $A+B=B+A$　(2) $(A+B)+C=A+(B+C)$

(3) $(\lambda\mu)A=\lambda(\mu A)$　(4) $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$

(5) $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$

6.乘法

设 $A=(a_{ij})_{m\times s}$,$B=(b_{ij})_{s\times n}$,则 $AB=C=(c_{ij})_{m\times n}$,其中 $c_{ij}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}$。

运算规律:

(1) $A(BC)=(AB)C$

(2) $\lambda(AB)=A(\lambda B)=(\lambda A)B$,$\lambda$ 为任一数

(3) $(A+B)C=AC+BC$; $A(B+C)=AB+AC$

7.转置

设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$,则 $A'=(a_{ji})_{n\times m}$ 叫做 A 的转置,即 A' 是 A 的行列互换后得到的。

转置的运算规律:

(1) $(A')'=A$

(2) $(A+B)'=A'+B'$

(3) $(\lambda A)'=\lambda A'$

(4) $(AB)'=B'A'$

8.矩阵的行列式

若 A 为方阵,则 $|A|$ 称为 A 的行列式。它具有性质:$|AB|=|A||B|$。

9.逆矩阵

若 $AB=BA=I$,则称 B 是 A 的逆矩阵,记作 A^{-1}。

方阵 A 可逆的充要条件:$|A|\neq 0$。

逆矩阵的性质:

(1) $(A^{-1})^{-1}=A$

(2) 若数 $\lambda\neq 0$,则 $(\lambda A)^{-1}=\frac{1}{\lambda}A^{-1}$

(3) $(A')^{-1} = (A^{-1})'$

(4) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

10. 伴随矩阵

设 $A = (a_{ij})_{n\times n}$，A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式，则称

$$A^* = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$ 为 A 的伴随矩阵。

性质：

(1) $$AA^* = \begin{pmatrix} |A| & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & |A| & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & |A| \end{pmatrix} = |A|I$$

(2) $|A^*| = |A|^{n-1}$

(3) 当 $|A| \neq 0$ 时，$A^{-1} = \dfrac{A^*}{|A|}$

11. 分块对角阵的性质

设 $A = \begin{pmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_s \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_s \end{pmatrix}$，其中 A_i、B_i 为同阶小方阵，则

(1) $$AB = \begin{pmatrix} A_1B_1 & & & \\ & A_2B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_sB_s \end{pmatrix},$$

$$(2)A^{-1}=\begin{pmatrix} A_1^{-1} & & & \\ & A_2^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_s^{-1} \end{pmatrix},(\text{其中 } A_i \text{ 均可逆})$$

$$(3)A'=\begin{pmatrix} A'_1 & & & \\ & A'_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A'_s \end{pmatrix}$$

12. 初等矩阵

单位阵经过一次初等(行或列)变换得到的矩阵叫初等矩阵。

性质:

(1) 三种形式的初等矩阵都是可逆的。

(2) 用初等矩阵 P 左乘 A,(PA) 相当于对 A 进行了一次相应的行变换,右乘 $A(AP)$ 相当于对 A 进行了一次相应的列变换。

(3)A 可逆的充要条件是 A 可以表示成一系列初等矩阵的乘积。

13. 矩阵的等价

矩阵 A 经过若干次初等变换后变成矩阵 B,则称 A 与 B 等价。

任何一个矩阵 A 都和一个形为 $D=\begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的矩阵等价,称 D 为 A 的标准形(其中 I_r 为 r 阶单位阵。数字 r 也叫 A 的秩)。

等价关系具有传递性:即当 A,B 都与 C 等价时,A 与 B 也等价。

▲ 二、简要说明

1. 两个矩阵可以进行乘法运算的条件是左边的列数等于右边的行数。

乘法一般不满足交换律,也没有消去律,即 ① $AB\neq BA$;② 若 $AC=BC$,不一定有 $A=B$。

如果$AB=BA$，则称A与B是(乘法)可换的。单位阵与任何方阵的乘法都是可换的。

当C可逆时，由$AC=BC$或$CA=CB$可得出$A=B$。

2. 矩阵A可逆的几个等价条件

(1) A^{-1}存在；

(2) $|A|\neq 0$(或$|A^*|\neq 0$)；

(3) $R(A)=n$，即A是满秩的；

(4) A可以表示成一系列初等矩阵的乘积；

(5) A的特征值都不为零。

可以利用上述几条来判断方阵A是否可逆。

3. 关于矩阵秩的求法

用初等变换将矩阵A化成阶梯形，其中非零行的个数就是A的秩。

矩阵秩之间有下述关系：

(1) 若C可逆，则$R(A)=R(AC)=R(CA)$

(2) $R(AB)\leqslant \min\{R(A),R(B)\}$

(3) $R(A+B)\leqslant R(A)+R(B)$

(4) 设$C=\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$，则$R(C)=R(A)+R(B)$

4. 关于用初等行变换法求方阵A的逆

设A是n阶可逆阵，对$n\times 2n$阶矩阵$(A \vdots I)$施行初等行变换：

(1) 将a_{11}变成元素1(或换行或乘以某常数)；

(2) 将第一列上其他元素都变成0；

(3) 将a_{22}变成1；

(4) 将第二列上其他元素都变成0。

(5) 继续上述类似步骤，直到将$(A \vdots I)$的前n行前n列变成单位阵为止，则后n行n列组成的矩阵就是A^{-1}。

▶ 第三章　线性方程组

△ 一、内容要点

1. 向量的加法与数乘运算规律

(1) $\alpha+\beta=\beta+\alpha$

(2) $(\alpha+\beta)+r=\alpha+(\beta+r)$

(3) $\alpha+\mathbf{0}=\alpha$

(4) $\alpha+(-\alpha)=\mathbf{0}$

(5) $1\cdot\alpha=\alpha$

(6) $\lambda(\alpha+\beta)=\lambda\alpha+\lambda\beta$

(7) $(\lambda+\mu)\alpha=\lambda\alpha+\mu\alpha$

(8) $\lambda(\mu\alpha)=(\lambda\mu)\alpha$

2. 线性表示

对于向量$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，如果存在一组数 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_m$，使

$$\alpha=\lambda_1\alpha_1+\lambda_2\alpha_2+\cdots+\lambda_m\alpha_m$$

则说向量α是$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$的线性组合，或说$\alpha$可由$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性表示。

3. 线性相关与线性无关

设有 n 维向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，如果存在一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_m$，使得

$$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=\mathbf{0}$$

则称向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$线性相关。否则称它线性无关。

4. 极大无关组

设 n 维向量组 $B=\{\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}\}$ 是 $A=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\}$ 的一个子集，如果 ①B 是线性无关的，且 ② 任取$\alpha_j\in A$，$B\cup\{\alpha_j\}$ 都是线性相关的，则称 B 是 A 的一个极大线性无关组。

5. 向量组的等价

如果向量组 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 可以互相表出，则称 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 是等价的。

6. 关于线性相关、无关及等价的一些结论

(1) 向量组线性相关的充要条件是其中至少有一个向量可由其他向量线性表示。

(2) 若 $\boldsymbol{A}$ 是一个线性无关的向量组，则它的任意部分向量都是线性无关的。

(3) 若向量组 $\boldsymbol{A}$ 有部分向量线性相关，则 $\boldsymbol{A}$ 是线性相关的向量组。

(4) 任意 $n+1$ 个 n 维向量必线性相关。

(5) 若向量组 $\boldsymbol{A}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r\}$ 线性无关，且 $\boldsymbol{A}$ 可由向量组 $\boldsymbol{B}=\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s\}$ 线性表示，则 $r\leqslant s$。

(6) 任意一个向量组都和它的一个极大无关组等价。

7. 向量组的秩，矩阵的秩

向量组 $\boldsymbol{A}$ 的极大无关组中所含向量的个数叫向量组的秩，记作 $R(\boldsymbol{A})$。

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行向量组成的向量组的秩叫矩阵的秩，记作 $R(\boldsymbol{A})$。

关于秩的一些结论：

(1) 若向量组 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 等价，则 $R(\boldsymbol{A})=R(\boldsymbol{B})$。

(2) 同型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 等价的充要条件是 $R(\boldsymbol{A})=R(\boldsymbol{B})$。

(3) n 阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 奇异的充要条件是 $R(\boldsymbol{A})<n$。

8. 齐次线性方程组

设 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$，其中 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，$\boldsymbol{x}$ 是 n 维列向量，该方程组有非零解的充要条件是 $R(\boldsymbol{A})<n$。$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的解向量的一个极大无关组 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n-r}$ 称为它的一个基础解系（$r=R(\boldsymbol{A})$）。它的全部解可表示为

$$\boldsymbol{x}=\lambda_1\xi_1+\lambda_2\xi_2+\cdots+\lambda_{n-r}\xi_{n-r}$$

其中，$\lambda_1,\cdots,\lambda_{n-r}$ 为任意数。

9. 非齐次线性方程组

设 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$，其中$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$，$\boldsymbol{x}$ 为 n 维列向量，称它为非齐次线性方程组。若η 是它的一个解，$\xi_1,\cdots,\xi_{n-r}$ 是 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系，则它的全部解可表示为

$$x=\eta+\lambda_1\xi_1+\lambda_2\xi_2+\cdots+\lambda_{n-r}\xi_{n-r}$$

其中，$\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_{n-r}$ 为任意数。

10. 关于非齐次线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ 是否有解的判定

设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$R(A)=r$，$\tilde{A}=(A\ \vdots\ b)$ 为 A 的增广矩阵，那么：

(1) 当 $R(\tilde{A})\neq R(A)$ 时，方程组无解。

(2) 当 $R(\tilde{A})=R(A)=n$ 时，方程组有唯一的解。

(3) 当 $R(\tilde{A})=R(A)<n$ 时，方程组有无穷多组解。

△ 二、简要说明

1. 判断向量组 A 线性相关的方法

(1) 若 A 中含有零向量，则 A 相关。

(2) 若 A 中有两个向量对应分量成比例，则 A 相关。

(3) 若 $R(A)$ 小于 A 所含向量的个数，则 A 相关。

(4) 若 A 所含向量的个数超过该向量组向量的维数，则 A 相关。

(5) 若A中向量组成的矩阵A是方阵时，那么A线性相关的充要条件是 $|A|=0$。

(6) 若 A 含有向量$\alpha_1,\cdots,\alpha_s$，令 $x_1\alpha_1+x_2\alpha_2+\cdots+x_s\alpha_s=\boldsymbol{0}$ 由此可得齐次线性方程组 $\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$，若它有非零解，则 A 相关。

2. 向量组的极大无关组的求法

设$\alpha_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{in})$，$i=1,2,\cdots,m$，$A=\{\alpha_i,i=1,\cdots,m\}$

(1) 将α_i 作为行向量组成矩阵($m\times n$ 阶)$\tilde{A}$；