實用工程數学

哈巴赫著　楊長騤譯

科學技術出版社

實用工程數學

德 哈巴赫著
楊 長騤 譯

科學技術出版社
1951

18 · Kb20 · 25 K · P. 134 · ¥9,000

原著書名　Technisches Rechnen
原作者　V. Happach
原出版者　Verlag von Julius Springer, Berlin
原本版次　第一版
原本出版年月　萬錩書局 1949 年翻版

特約責任編輯：譚惠然　文字編輯：管一平　校對：婁燕翔

1951 年 3 月發排（國光）　1951 年 10 月付印（新華）
一九五一年十月初版
北京造 0001－10000 冊
科學技術出版社　北京燈市口甲 45 號
中國圖書發行公司總經售

出版者的話

本書以簡短的篇幅敍述了實際工程上常用的數學基本知識及其應用。內容共分三章：在第一章中講述數學的一些基本法則和算尺、數值表等的建立與用法；第二章講述代數、解析幾何的重要法則與公式，並略述微分算法及其應用；第三章介紹數學在實際工程問題中的應用，並以力學、電學、熱學、光學等爲例說明工程公式的用法。

1951年10月

目　次

一　工程數與工程計算概說……………………………………1
二　基本算法與輔助工具……………………………………5
1　不用輔助工具的運算法……………………………………5
1 加法—— 2 減法—— 3 乘法—— 4 除法—— 5 分解因子—— 6 乘方—— 7 方根—— 8 對數—— 9 角的計算
2　算尺計算法……………………………………34
10 對數計算尺的構造—— 11 計算尺的用法
3　查表計算法……………………………………39
12 函數的概念—— 13 直線內插法—— 14 幾種表的構造與用法—— 15 對數表與三角函數表
三　代數與幾何定理以及高等算法在數的計算方面的應用……………………………………49
1　代數與代數分析……………………………………49
16 方程式與方程式解法概論—— 17 一次方程式——18 比例
19 高次方程式與超越方程式—— 20 方程式的圖解法
21 級數—— 22 用近似公式計算
2　函數在數的計算上有意義的性質……………………………………68

23 座標系統—— 24 在直角座標系中的直線
25 直角座標系中幾種曲線的方程式—— 26 微分係數的定義與計算—— 27 微分算法在數的計算方面的應用

四 數的計算在各種工程實際問題中的應用……………………85

1 一般的工程計算……………………………………………85

28 比例尺—— 29 量的計算—— 30 百分比計算與利息計算—— 31 誤差計算概要

2 工程公式的計算……………………………………………97

32 概說—— 33 力學—— 34 電學—— 35 熱學—— 36 光學

譯名對照表……………………………………………………110

一　工程數與工程計算概說

工程上計算所用的數，有普通稱爲“數”的定值數 (Spezielle Zahlen)，有以符號代表的不定值數 (Allgemeine Zahlen)，還有由這兩種數組合而成的“代數量”(Algebraische Ausdrücke)。

定值數有下列幾種：

一、自然數，包括正整數與負整數(例如：1,2,3；−4，−5等)；

二、分數，按形式又可分爲普通的分數，和以小數表示的分數兩種(例如：前者如$3/8$，後者如0.375)；

三、無理數，它是既不能用普通分數表示，也不能用若干位的小數表示，但仍可用代數方法計算的數(例如$\sqrt{2}$)；

四、超越數 (Transzendente Zahlen)，即不能用代數的演算方法得到的數，如對數，三角函數，π 值等。

在一般演算時，常用符號來代替某些定值數，通常採用拉丁、希臘等字母，它們不但代替了某些特定的數，有時甚至代替着一切可想像的數。在代數量中，以普通數出現的那一部分“因子”稱爲係數。以符號代表的不定值數與代數量，也和普通定值數一樣，有下列幾種區別：

正數與負數(前者如$+a$,後者如$-b$)。

整數與分數(前者如a,後者如$\frac{a}{b}$)。

有理數與無理數(前者如a,$\frac{a}{b}$;後者如$\sqrt{a}$,$\sqrt{\frac{a}{b}}$)。

代數數與超越數(前者如$3a^2$;後者如$d^2\frac{\pi}{4}$,$\log b$)。

實數與虛數(前者如a,b^2,$\sqrt{c}$;後者如$\sqrt{-a}$)。

此外還有:

絕對數與相對數之別:絕對數就是一個數的絕對大小,不管它的正負,相對數是特別寫明符號的數(前者如a,b,後者如$+a$,$-b$等)。又有常數與變數之別:

常數是有一定不變的數值的數,或者是可假定為不變數值的數(例如:$\pi=3.141\cdots\cdots$,a,b等)。

變數是可以取為任意數值,或者在一定的規定範圍內,可以取為任意數值的數(常用x,y,z等符號表示)。

一切關於不定值數計算的法則,也都適用於定值數的計算●。

此外還須注意:

工程上所計算的數,多半是由測定得來的結果;對於測定的儀器與用它所測得的數值有所謂"正確"(Richtig)"精確"(Genau)等觀念。但一般對於這些觀念多無明確的認識。這種觀念的意義是這樣的:

一、所謂一個數是正確的,是指它所表示的量與實際存在的量只有某種程度的尾數差別。

二、一個數值的精確度,就是它尾數的誤差與這眞實數值的比

● 必須注意定値數與不定值數的寫法有如下的差別,如:
$3\frac{4}{7}$表示$3+\frac{4}{7}$;而$a\frac{b}{c}$表示$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

値、普通用百分比表示，稱爲百分比精確度 (Prozentuale Genauigkeit)；另外一種表示方法是直接用誤差範圍的絕對數值表示精確度，稱爲絕對精確度 (Absolute Genauigkeit)。測定數値的絕對精確度可用特別的算法求得(見31節)。

以後常用的一個名詞"位數"(Stellenzahl)，是指計算時實在用到的數碼 (Ziffer)的個數，如 0.000583 是三位數，59.7也是三位數，而7.350就是四位數，寫作2.7與寫作2.700之間是有區別的，前者是個二位數，後者是個四位數。寫數的時候，要看數目需要幾位算是正確，就寫成幾位。

由不是絕對精確的數計算得來的結果，也是不精確的；因爲很顯明的，計算結果的百分比精確度，是決不會高於原數的百分比精確度的。工程上所用的數，其精確度很少超過 ±0.5%，這就是說，一般至少有兩位是正確的，第三位數就多多少少有些不可靠。計算時，精確度求過三位以上，一般說來是不必要的；當然有時由於特殊的理由，要求更精確的計算，那時計算者就要考慮，在當時情況下，究竟需要把計算精確度提高到什麼程度才行。

用一種算法來計算某個數値的時候，對於這種算法的要求是：方便，迅速，並且能計算正確；這樣就需要使用一些特別的、簡化的計算方法與驗算方法。採用驗算方法時，自然常會感到有些不方便；但單純的把原計算法重覆一遍，顯然不能保險不重犯原來同樣的錯誤。假若想要省去一道澈底的驗算，至少需要來一個粗略的估算，看看所得的結果是否根本有正確的可能；對於小數，特別要考驗一下小數點的位置是否正確，因爲點錯小數點的害處，比任何粗略的尾數取捨都厲害得多。

此外，算法還有一項要求，就是要醒目；有些特殊的運算方法就是基於這個理由而成立的。寫在紙上的計算不僅要自己看得懂，也要能使任何旁人看得懂。假若同樣的算法，要施行很多次數；例如在計算一個公式時，其中的一個數，或是幾個數，要依次的變化，這時採用一種特別設計的格式來計算，不僅比較醒目，同時也是最方便的。

工程中實際上需要計算來解答的問題，通常寫成文字題的形式；計算者首先要把它變爲計算題的形式。這就是要把所有要運算的數量之間的關係，所需要採用的運算方法，用不同的運算符號表明出來。對於四則基本運算，其符號如下：

一、“加號”(＋)是代表總和起來的符號，這種運算叫加法；

二、“減號”(－)是代表減去的符號，這種運算叫減法；

三、“乘號”(·)是代表倍數的符號：這種運算叫乘法（乘號有時也用“×”號表示）❶；

四、“比號”或“除號”(：)是代表分除的符號：這種運算叫除法（比號或除號有時也用一根斜線或橫線代替，如 $3:7=3/7=\frac{3}{7}$）。❷

廣泛的說來，括號也算是一種運算符號，它很明白的分開了一個複雜乘積中以幾項之和或差爲因子的諸因子。像$(3+7)\times 3$與$3+7\times 3$兩種寫法是完全不同的。

此外還要注意，加號＋與減號－不僅是代表加減的運算符號，它們時常還被用來表明數的“正”或“負”，就是所謂的正負號，但沒有寫明正負號的數都算是正數。

❶ 一般初級算術書上多用“×”號代表乘號。但習慣上的區別是這樣的：在數字與數字之間多用“×”號，以免和小數點發生混淆，在符號數字與符號數字之間或一般數字與符號數字之間用“·”號。但要注意“·”號要點在正中間。

❷ 一般初級算術書上也用“÷”號代表除號，但在工程上不大用它。“/”或“—”有時也叫做“分號”或“分數線”。

二 基本算法與輔助工具

1 不用輔助工具的運算法

1 加法：

a) 在算式 $a+b+c=d$ 中 a、b 與 c 稱爲被加數，d 爲和。計算時有下述的規則

“被加數的次序可以任意掉換”。

這個規則對於被加數很多的計算有很大的方便。

b) 許多數相加時，把它們上下相叠的寫起來，比較方便；每個加法的結果，可以掉換次序再加一遍來驗算一下。

c) 名數相加時，要注意單位，它的規則是：

“只有同種類的量纔能相加”。

d) 同樣的，代數量相加時，也要注意，只有同類項才能相加。

例： $0.25+3.57+1.75=0.25+1.75+3.57=2.00+3.57$

$=5.57$。

3.37尺＋1.3寸＝3.37尺＋0.13尺＝3.5尺。

$3x+4y+2x=3x+2x+4y=5x+4y$。

2 減法：

a) 在算式 $a-b=c$ 中，a 稱爲被減數，b 稱爲減數，減得的結果 c 稱爲 a 與 b 的差。這個算式是否正確，要看是否 $c+b=a$，也就是說，正確的減法一定要："差＋減數＝被減數"。這是一種重要的驗算法。

b) 許多項，其中有些是正，有些是負，要把它們總和起來的時候，可以先把所有的正數加起來，再把所有的負數加起來，然後求這兩個和的差。這是由："加法減法的次序可以任意選定" 的規則推出來的方法。

c) 倘若減數的絕對值比被減數大時，就從絕對值大的數減去絕對值較小的數，所得的結果前面加上一個負號。

例如： $4.3-18.5=-14.2$。

d) 在代數量的加法與減法中，有時含有括號，關於括號的消除(即"去括號")有下述幾項規則：

一、括號前爲正號時，取消括號，其中的數不變號；

二、括號前爲負號時，取消括號後，其中的數變號；且括號中沒有正負符號的數總是當作正數看的；

三、有幾層括號時，往往先去最內面的比較簡單，但這並不是非如此不可。

例：$(a+b)+(a-b)=a+b+a-b=2a$；

$(a+b)-(a-b)=a+b-a+b=2b$；

$$a+[(b-a)-(a+b)]-b=a+[b-a-a-b]-b$$
$$=a-2a-b=-a-b;$$

$$3a-[2a-(a-b)+2b]-3b=3a-[2a-a+b+2b]-3b$$
$$=3a-2a+a-b-2b-3b=2a-6b。$$

e) 依上項所述的規則，可得：

$$-(a)=+(-a) \qquad (1)$$

這是因爲在我們按上項規則去掉兩邊的括號時，會得到下面的恆等式：　$-a=-a$。

等式(1)所表明的事實是很重要的；它說明“減法可以當作加一個反號的數來計算”。

$a-b$ 的差，也可以當作一個和，就是：

$a-b=a+(-b)$。

所以通常又把許多由正號和負號組合起來的總和稱爲代數和(Algebraische Summe)。

又：　由兩項構成的代數和，稱爲二項式(Binom)，例如：$(a+b)$ 或 $(a-2b)$ 等。

f) 計算減法時，有時不把減數從被減數減去，而把減數的“十進補足數”(Dekadische Ergänzung) 加在被減數上，然後再減去一個相當位數的“十的乘方”(Zehnerpotenz)。

求一個數的“十進補足數”時，可從左面開始，依次把使每位數補足爲 9 的數碼寫下；最後一位要把補足爲 10 的數碼寫下；例如：

3.475 的“十進補足數”是 6.525。相當位數的“十的乘方”是10；

97.099 的“十進補足數”是 02.901。相當位數的“十的乘方”是100。

即：$-3.475=+6.525-10$；

$-732.56=+267.44-1000$；

$-0.085=+0.015-0.100$。

3　乘法：

a) **定義** 乘法就是求許多個同樣數量的總和的方法，例如：

$7+7+7+7=4\times 7$；

$a+a+a+a+a=5\cdot a=5a$；

$\underbrace{b+b+b+\cdots\cdots\cdots\cdots+b}_{\text{共 a 個數相加}}=a\cdot b$。

b) 在算式 $a\cdot b\cdot c=d$ 中，要被乘起來的 a、b 與 c 稱爲因子，乘得的結果 d 稱爲乘積。因子之間也有一種規則是："因子的次序可以任意掉換"。

例如： $0.5\times 3.75\times 20=0.5\times 20\times 3.75=10\times 3.75=37.5$。

c) 兩個多位數相乘時，可以依次用第二個因子（乘數）的各位數去乘第一個因子（被乘數）。

d) 兩個兩位數相乘時如用 Ferrol 氏的方法也很方便，其法乃依下面的排列形式演算：

$$\begin{array}{c}67\\ \times\\ \underline{54}\\ 3618\end{array}$$

在左面的排列形式中：

1) $7\times 4=28$； 寫下 8，記着 2；

2) $7\times 5+4\times 6=35+24=59$ 加上由個位相乘得來的 2，得 61； 寫下 1，再記着 6；

3) $5\times 6=30$；加上前項演算所得的6，得36，一齊把它寫下。

這方法的正確性可用代數證明（見本節 g 項），並且同時得到下述事實：

1. 個位乘個位得個位；

2. 個位乘拾位與拾位乘個位都得拾位；

3. 拾位乘拾位得百位。

算小數的乘法時，先不管小數點；小數點的定位可在事先或事後

用估算法決定。

例：$7.8 \times 0.43 = ?$　　　　　　$78 \times 43 = 3354$；

估算時　$7.8 \approx 8$；　　$0.43 \approx 0.4$；　　$8 \times 0.4 = 3.2$；

因此，準確的結果一定是　3.354。

兩位以上的數相乘，也可以採用Ferrol氏法，但就不怎麼方便了。

e) 兩位以上的數相乘，工程上常常只採用下面例題所示的簡縮乘法，這樣已經很夠了：

$$
\begin{array}{r}
8\cancel{5}.\cancel{8}\cancel{2} \times 1.245 \\
\hline
85\ 82 \\
17\ 16\cdot \\
3\ 43\cdot\cdot \\
43\cdots \\
\hline
106.84\cdots
\end{array}
$$

在這裏，只有在用乘數的第一位數來乘的時候，才完全準確算出；以後的乘法，依次省去被乘數的末一位，末兩位，末三位……等，但却須顧到省去的數字對於乘得結果末位數的影響。

在這個例題中：

$8582 \times 1 = 8582$，

$858\cancel{2} \times 2 = 1716$（$2 \times 2 = 4$可捨去），

$85\cancel{8}\cancel{2} \times 4 = 343$（$4 \times 8 = 32$，這裏只考慮那個3），

$8\cancel{5}\cancel{8}\cancel{2} \times 5 = 43$（8進入上位，5即可作爲6；　$5 \times 6 = 30$，只考慮這個3）。

被乘數被略去的位數，用短線將它劃去；倘若計算者慣於用查位數的方法來定小數點，可以用圓點把乘積中省去的位數補足。但這裏還是用估算法來定小數點比較好些。譬如在例題中：

$85.92 \times 1.245 \approx 90 \times 1 = 90$；準確的結果稍大，即應爲106.84。

這種簡縮的算法，在工程計算中應用，是完全正確的，因爲要計算的數，本身的精確度即是有限的，所以若要把計算結果的百分比精

確度較原數過分的提高，是毫無意義的。這就是說：若給的是兩個 4 位數，它們的乘積就不必算到比 4 位數更精確。有些人想要把乘積的精確度提高一位，以避免由尾數的取捨而產生的誤差；一般說來，這樣做也並沒有多大的意義。

f）利用因子次序可以任意掉換的規則，常常可以使計算變得較簡便省工。

此外，在計算時運用下面一些想法，也是很有用處的：

$2a=a+a$；例如：　$12.36\times2=12.36+12.36=24.72$。

$5a=\frac{10}{2}a$；例如：　$5\times13.4=\frac{10\times13.4}{2}=\frac{134}{2}=67$。

$0.25\ a=\frac{1}{4}a$；例如：　$0.25\times42=\frac{42}{4}=10.5$；

$2.5=\frac{10}{4}$；　$25=\frac{100}{4}$……等。

$1.5a=a+0.5a$；例如：　$1.5\times38.4=38.4+19.2=57.6$。

$0.333a\approx\frac{a}{3}$；　$0.667a\approx\frac{2}{3}a$。

$\pi=3.1416\approx\frac{22}{7}$；　$\frac{\pi}{4}=0.785_4\approx0.8$等。

整數從 1 到 20 的平方與 1 到 10 的立方，每個工程計算者都應默記熟悉。

例題：　$0.05\times7.04=7.04\times0.05=0.704\times0.5=0.352$；

$1.25\times4.08=\frac{10}{8}\times4.08=\frac{40.8}{8}=5.1$；

$0.15\times4.2=\frac{1.5}{10}\times4.2=\frac{6.3}{10}=0.63$；

$0.375\times0.4=0.75\times0.2=0.15$；

$62000\times0.00015=6.2\times1.5=6.2+3.1=9.3$。

g）計算代數量的乘法時，尚須注意下述幾點：

一、先根據各因子的符號把結果的正負決定，決定的時候按照下面的規則：

$$(+)\cdot(+)=+;\qquad(+)\cdot(-)=-;$$
$$(-)\cdot(+)=-;\qquad(-)\cdot(-)=+\qquad(2)$$

要記着，沒有正負號的因子總是正的。

二、若因子是一代數和，應該把它用括號括起來。如下的情形，千萬要注意：$3(a+b)\neq 3a+b$（此處$\neq$代表“不等於”）

三、乘號——圓點——可以省去，例如：

$3\cdot x=3x$；　　$x\cdot y=xy$。

四、因子1可寫，可不寫：

$1\cdot a=1a=a$ 或相反的，　$y=1y=1\cdot y$。

五、含有許多項的代數量（多項式）若與一數相乘時，把這個數與多項式裏的每項相乘，乘時須考慮到它們的符號，再把得到的許多乘積相加卽得，例如：

$$(x-2y+3z)\times 2=2x-2\times 2y+2\times 3z=2x-4y+6z。$$

六、兩個多項式相乘時，把一個多項式中的諸項，依次去乘另一個多項式，把所得的結果一齊加起來就是，例如：

$$(a+b)\cdot(x-y+z)=ax-ay+az+bx-by+bz。$$

七、前面講過的規則：“因子的次序可以任意掉換”，當然在這裏也適用。

八、$a\cdot a=a^2$（讀作“a的平方”）；$b\cdot b\cdot b=b^3$（讀作“b的立方”或“b的三次方”）；$c\cdot c\cdot c\cdot c=c^4$（讀作“c的四次方”）……等。

a^n（“a的n次方”）稱爲“乘方”（Potenz）或“乘冪”。

h) 應用上述的規則，可以導出一些重要的公式，現在介紹幾個