

高等学校试用教材

水处理 实验技术

李燕城 主编



中国建筑工业出版社

高等学校试用教材

水 处 理 实 验 技 术

李燕城 主编



中国建筑工业出版社

本书是高等工科院校给水排水工程专业、环境工程专业“水处理实验技术”必选课程试用教材。

书中系统地介绍了实验优化设计，实验数据的分析处理和19项水处理实验项目。为便于理解和掌握，还编排有大量水处理实验方案设计与实验数据处理的实例，理论实践结合紧密。

本书也可供给给水排水工程专业、环境工程专业研究生，水处理科研、设计及工程技术人员参考。

高等学校试用教材
水处理实验技术

李燕城 主编

*
中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

开本：787×1092毫米 1/16 印张：12^{1/2}，字数：309千字

1989年7月第一版 1989年7月第一次印刷

印数：1—4,580册 定价：2.60元

ISBN7—112—00665—1/X·17

— (5787) —

前　　言

《水处理实验技术》是给水排水工程专业必选课，是水处理教学的重要组成部分，是培养给水排水工程、环境工程技术人员所必需的课程。本课程可以加深学生对水处理技术基本原理的理解；培养学生设计和组织水处理实验方案的初步能力，培养学生进行水处理实验的一般技能及使用实验仪器、设备的基本能力；培养学生分析实验数据与处理数据的基本能力。

本书根据1983年长沙给水排水工程专业教学大纲会议及1984年给水排水工程、环境工程教材编审委员会“水处理实验技术教学大纲”审定稿和1987年给水排水及环境工程教材编审委员会“水处理实验技术教学基本要求”审定稿编写。

本书内容包括：1.实验方案的优化设计；2.实验数据的分析处理；3.给水处理及废水处理必开与选开的19个实验项目，其中（1）物理处理实验7项；（2）生物处理实验5项；（3）化学处理实验5项；（4）污泥处理实验2项。由于本书主要面向各高等院校教学，同时也面向生产和科研，考虑到本书的完整性，实用性及独立性，故编写了实验方案的优化设计及实验数据的分析处理部分。目前各院校情况不同，又考虑到科研、生产的需要，编写了19项水处理实验，有些实验项目还采用了几种不同的方法，或者选用了不同的实验设备。每个实验开头有简短的提要，主要介绍实验内容及在工程实践中的重要意义；结尾都有思考题以利于学生学习和实验工作的深入；在内容叙述上，力求做到：实验原理叙述清晰，计算公式推导完整，实验步骤简明扼要。

根据1987年给水排水及环境工程教材编审委员会第六次会议决定，本书作为给水排水工程专业本科教材，并决定本课程应开出包括水处理课在内的混凝沉淀、过滤、软化和除盐，自由沉淀（或成层沉淀）、生物处理（包括曝气充氧内容）、酸性废水中和、活性炭吸附、污泥处理9项必开实验，其它选开实验则由各院校根据本校的具体情况自定。

本书由北京建筑工程学院李燕城副教授主编。第一章及第二章由数学教研室马龙友副教授、贾玲华讲师及给水排水教研室李燕城副教授编写，第三章由给水排水教研室编写，其中实验1₍₂₎、4、5₍₂₎、7、13₍₁₎、14、15₍₁₎由柳新根副教授编写，实验5₍₁₎、₍₃₎、13₍₂₎、15₍₂₎由李耀曾副教授编写，实验1₍₁₎、2、3、6、8、9、10、11、12、16、17、18、19及前言、绪论等由李燕城副教授编写。此外给水排水教研室李常居助理工程师、邱少强工程师、王茂才实验师等参加了部分工作。

本书由哈尔滨建筑工程学院张自杰教授、重庆建筑工程学院姚雨霖教授主审。

由于编者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，欢迎广大读者给予批评指正。

编　　者
1988年5月

目 录

前言	
绪论	1
第一章 实验设计	4
第一节 实验设计的几个基本概念	4
第二节 单因素优化实验设计	5
第三节 多因素正交实验设计	10
一、正交实验设计	10
(一) 正交表	11
(二) 利用正交表安排多因素实验	12
(三) 正交实验结果的直观分析	13
(四) 正交实验分析举例	14
二、多指标的正交实验及直观分析	18
习题	22
第二章 实验数据分析处理	24
第一节 实验误差分析	24
一、测量值及误差	24
二、直接测量值误差分析	25
三、间接测量值误差分析	27
四、测量仪器精度的选择	29
第二节 实验数据整理	29
一、有效数字及其运算	29
二、实验数据整理	30
三、实验数据中可疑数据的取舍	32
四、实验数据整理计算举例	34
第三节 数据处理	35
一、单因素方差分析	35
(一) 方差分析	35
(二) 单因素的方差分析	36
(三) 单因素方差分析计算举例	38
二、正交实验方差分析	40
(一) 概述	40
(二) 正交表各列未饱和情况下方差分析	40
(三) 正交表各列饱和情况下方差分析	43
(四) 有重复实验的正交方差分析	44
三、实验成果的表格、图形表示法	47
(一) 表格表示法	47
(二) 图示法	47
四、回归分析	48
(一) 概述	48
(二) 一元线性回归	50
(三) 可化为一元线性回归的非线性回归	51
(四) 二元线性回归	53
(五) 回归计算举例	55
习题	61
第三章 水处理实验	64
第一节 物理处理实验	64
实验 1 颗粒自由沉淀实验	65
一、颗粒自由沉淀实验	65
二、原水颗粒分析实验	69
实验 2 絮凝沉淀实验	71
实验 3 成层沉淀实验	76
实验 4 混凝沉淀实验	82
实验 5 过滤实验	86
一、滤料筛分及孔隙率测定实验	86
二、过滤实验	90
三、滤池冲洗实验	92
实验 6 气浮实验	97
一、气固比实验	98
二、释气量实验	100
实验 7 冷却塔热力性能测试实验	101
第二节 生物处理实验	105
实验 8 污水可生化性能测定	106
一、 BOD_5/COD 比值法	106
二、瓦波呼吸仪测定污水可生化性	106
实验 9 活性污泥活性测定	112
一、吸附性能测定	112
二、生物降解能力的测定	114
实验 10 好氧生物处理实验	116
一、曝气池混合液耗氧速率测定	117
二、完全混合生化反应动力学系数的	

测定	118	第四节 污泥处理实验	174
实验11 曝气充氧实验	128	实验18 污水、污泥厌氧消化实验	174
一、曝气设备清水充氧性能测定	128	一、污水连续流厌氧消化实验	177
二、污水充氧修正系数 α 、 β 值的 测定	135	二、污泥厌氧消化实验	178
实验12 高负荷生物滤池实验	139	实验19 污泥脱水性能实验	181
第三节 化学处理实验	143	一、污泥比阻测定	181
实验13 消毒实验	143	二、污泥滤叶过滤实验	184
一、折点加氯消毒实验	143	附表1 常用正交实验表	186
二、臭氧消毒实验	148	附表2 离群数据分析判断表	192
实验14 离子交换软化实验	152	(1) 克罗勃斯(Grubbs)检验	
一、强酸性阳离子交换树脂交换容量的 测定	152	临界值 T_a 表	192
二、软化实验	153	(2) Cochran最大方差检验临 界值 C_s 表	193
实验15 除盐实验	156	附表3 F分布表	194
一、离子交换除盐实验	156	附表4 相关系数检验表	196
二、电渗析除盐实验	160	附表5 氧在蒸馏水中的溶解度 (饱和度)	197
实验16 酸性污水升流式过滤中和 及吹脱实验	166	附图 含盐量与水电阻率计算图	197
实验17 活性炭吸附实验	169	参考文献	198

绪 论

一、水处理实验技术的作用

自然科学除数学而外，几乎都可以说是实验科学，离不开实验技术。实验不仅用来检验理论正确与否，而且大量的客观规律、科学理论的发现与确立又都是从科学实验中总结出来的，因此实验技术是科学研究的重要手段之一。

给水排水工程本身就是一个纯理论性学科，因而实验技术更为重要，不仅一些现象、规律、理论，就是工程设计、运行管理中的很多问题，也都离不开实验。例如，给水处理工程中的混凝沉淀，其药剂种类的选择、生产运行适宜条件的确定；又如废水处理工程中活性污泥系统沉淀池的设计，其污泥沉速与极限固体通量等重要设计参数都要通过实验测定，才能正确地选择。同时，水处理实验可应用于指导水处理规律的研究，改进现有工艺、设备以及研究新工艺、新设备。因此在学习给水排水工程有关专业课程的同时，必须有意识地加强《水处理实验技术》课程的学习，注意培养自己独立解决工程实践中一些实验技术问题的能力。

水处理实验技术课的教学目的与任务是：

1. 通过对实验的观察、分析，加深对水处理基本概念、现象、规律与基本原理的理解；
2. 掌握一般水处理实验技能和仪器、设备的使用方法，具有一定的解决实验技术问题的能力；
3. 学会设计实验方案和组织实验的方法；
4. 学会对实验数据进行测定、分析与处理，从而能得出切合实际的结论；
5. 培养实事求是的科学态度和工作作风。

二、水处理实验过程

水处理实验过程一般分为：实验准备工作；实验和实验数据分析、处理三个步骤。

（一）实验准备工作

实验前的准备工作，不仅关系到实验的进度，而且直接影响实验的质量和成果。其准备工作大致如下：

1. 理论准备工作，主要包括三方面

（1）搞清实验原理和实验目的。实验前搞清实验目的及实验原理，才能更好地指导实验、进行实验并得到满意的结果。例如，在研制生化处理中使用的曝气设备时，当搞清充氧原理和实验目的后，就可以通过清水充氧实验，分析产品的优缺点、存在问题和改进方向，以期得到一个较佳的新产品及适宜的运行条件。

（2）进行实验方案的优化设计。如何以最小代价迅速地圆满地得到正确的实验结论，关键在于实验方案的设计。所以在掌握实验原理和实验目的之后，要利用所学实验设

计的知识及专业知识进行实验方案设计，从而正确地编排实验内容，指导实验。

(3) 参阅必要的文献资料。了解当前技术发展情况，掌握研究现状。

2. 实验设备、测试仪器的准备

设备、仪器是完成实验必不可少的工具，水处理问题的复杂性以及当前测试设备、仪器还不够完备，给水处理实验带来了一定的困难。

(1) 一般设备、仪器的准备。为了保证实验顺利进行并有足够的精度，对所使用的设备、仪器要求做到：事先熟悉其性能、使用条件，并正确地选择仪器的精度；检查设备、仪器的完好度；记录各种必要的尺寸、数据；某些易损易耗的设备、仪表要有备用品。

(2) 专用实验设备的准备。为了进行某项水处理实验而选用专用设备时，必须注意这些设备的可靠性、使用条件和性能。当某些专用设备和某种工艺流程所需各种构筑物需自己设计加工时，除了从理论上要符合水处理、水力学等要求外，还要考虑到实验条件与今后生产运行条件的一致性，以使实验成果具有良好的实用价值。在没有运行前，一般要先经清水调试修改至正常运行为止。

3. 测试步骤与记录表格的准备

(1) 步骤。整个实验分几步或几个工况完成，每一步或每一工况操作的内容、解决的问题、使用的设备、仪表、取样与化验项目、观察与记录内容、人员分工、注意事项、要求等，都要做到测试人员人人心中有数。

(2) 记录表格。设计记录表格是一项重要的工作，实验前应认真地设计出各种测试所需的记录表格。对于某些新开实验则应根据实验过程中发现的问题，随时进行修改、调整。要求记录表格正规化，便于记录、便于整理。其内容包括：参加人员、测试条件、仪器设备名称、型号、精度、观察现象、测试原始数据等。

4. 人员分工

水处理实验，一般均需多人同时配合进行，因此要事先共同制定出实验方案，使每一个参加测试的人员对实验原理、目的、测试步骤，从整体上做到心中有数，同时每人分工负责的工作，如：操作、取样、化验、观察、记录等，也都清清楚楚，以便使实验有条不紊地进行。

(二) 实验

1. 仪器设备的安装与调试

使用各种仪器、设备进行实验时，必须满足仪器、设备的正常运行要求。安装调整后要认真检查，确认一切符合要求后方能开始实验，否则事倍功半，这一点特别要引起足够的重视。一般要注意，仪器设备安装位置应便于观察、读数和记录。条件允许时，最好通过试做以达到对整个实验的了解并检查全部准备工作。

2. 实验

在上述各项工作结束后，即可进入实验阶段，按人员分工，分别完成各项工作。

(1) 取样与分析。取样一定要注意要求，例如，时间、地点、高度等，以便能正确地取出所需的样品，提供分析。样品分析，一般可参照水质分析要求进行。

(2) 观察。实验中某些现象只能通过肉眼观察并加以描述，因此要求观察时一定要集中精力，排除外界干扰，边观察，边记录，用图与文字加以描述。例如做悬浮物絮凝沉淀时，对颗粒絮凝作用及絮凝体形成和凝聚变大，下沉过程的描述；曝气设备清水充氧实

验时，各类曝气设备所形成的池内气泡分布，气泡大小变化的观察描述等。

(3)记录。记录是实验中一项经常的工作，它们记下的数据是今后整个实验计算、分析的依据，是整个实验的宝贵资料。一般要求：

1.记录要记在记录纸或记录本上，不得随便乱记，更不得记后再整理抄写而丢掉原始记录。记错改动不得乱涂，而应打叉后重写，以便今后分析时参考。

2.记录就是如实地记下测试中所需要的各种数据，要求清楚、工整。

3.记录的内容要尽可能地详尽。一般分为，一般性内容：如实验日期、时间、地点、气温等；与实验有关的内容如：实验组号、参加人员、实验条件、测试仪表名称、型号、精度等；实验原始数据，即由仪表或其它测试方法所得，未经任何运算的数值。读出后马上记录，不要过后追记，尽可能减少差错；实验中所发现的问题及观测到的一些现象或某些特殊现象等，也应随时详细记录。

总之记录不要怕多、怕麻烦，往往由于实验前对其规律认识还不透彻、记录内容考虑不周，实验后进行分析、计算时发现缺这少那，又后悔莫及，造成不可弥补的损失。

(三) 实验数据分析处理与实验报告

1. 实验数据的分析处理

这是整个实验过程中的一个重要部分。实验过程中应随时进行数据整理分析，一方面可以看出实验效果是否能达到预期目的，另一方面又可以随时发现问题，修改实验方案，指导下一步实验的进行。整个实验结束后，要对数据进行分析处理，从而确定因素主次，最佳生产运行条件，建立经验式，给出事物内在规律等。其内容大致分为实验数据的误差分析，实验数据的分析整理，实验数据的处理。

2. 实验报告

这是对整个实验的全面总结。要求全篇报告，文字通顺、字迹端正、图表整齐、结果正确、讨论认真。一般报告由以下几部分组成：(1)实验名称；(2)实验目的；(3)实验原理；(4)实验装置、仪表；(5)实验数据及分析处理；(6)结论；(7)问题讨论。

第一章 实验设计

实验是解决水处理问题必不可少的一个重要手段，通过实验可以

1. 找出影响实验结果的因素及各因素的主次关系，为水处理方法揭示内在规律，建立理论基础。

2. 寻找各因素的最佳量，以使水处理方法在最佳条件下实施，达到高效、省能，从而节省土建与运行费用。

3. 确定某些数学公式中的参数，建立起经验式，以解决工程实际中的问题等。

在实验安排中，如果实验设计得好，次数不多，就能获得有用信息，通过实验数据的分析，可以掌握内在规律，得到满意结论；如果实验设计得不好，次数较多，也摸不到其中的变化规律，得不到满意的结论。因此如何合理地设计实验，实验后又如何对实验数据进行分析，以用较少的实验次数达到我们预期的目的，是很值得我们研究的一个问题。

优化实验设计，就是一种在实验进行之前，根据实验中的不同问题，利用数学原理，科学地安排实验，以求迅速找到最佳方案的科学实验方法。它对于节省实验次数，节省原材料，较快得到有用信息是非常必要的。由于优化试验设计法为我们提供了科学安排实验的方法，因此，近年来优化试验设计越来越被科技人员重视，并得到广泛的应用。优化实验设计打破了传统均分安排实验等方法，其中单因素的0.618法和分数法、多因素的正交实验设计法在国内外已广泛地应用于科学实验上，取得了很好效果。本章将重点介绍这些内容。

第一节 实验设计的几个基本概念

1. 实验方法——通过做实验获得大量的自变量与因变量一一对应的数据，以此为基础来分析整理并得到客观规律的方法，称为实验方法。

2. 实验设计——是指为节省人力、财力，迅速找到最佳条件，揭示事物内在规律，根据实验中不同问题，在实验前利用数学原理科学编排实验的过程。

3. 指标——在实验设计中用来衡量实验效果好坏所采用的标准称为实验指标或简称指标。例如，天然水中存在大量胶体颗粒，使水浑浊，为了降低浑浊度需往水中投放混凝剂药物，当实验目的是求最佳投药量时，水样中剩余浊度即作为实验指标。

4. 因素——对实验指标有影响的条件称为因素。例如，在水中投入适量的混凝剂可降低水中的浊度，因此水中投加的混凝剂即作为分析的实验因素，我们将简称其为因素。有一类因素，在实验中可以人为地加以调节和控制，如水质处理中的投药量，叫做可控因素。另一类因素，由于自然条件和设备等条件的限制，暂时还不能人为地调节，如水质处理中的气温，叫做不可控因素。在实验设计中，一般只考虑可控因素。因此，今后说到因素，凡没有特别说明的，都是指可控因素。

5. 水平——因素在实验中所处的不同状态，可能引起指标的变化，因素变化的各种状态叫做因素的水平。某个因素在实验中需要考察它的几种状态，就叫它是几水平的因素。

因素的各个水平有的能用数量来表示，有的不能用数量来表示。例如：有几种混凝剂可以降低水的浑浊度，现要研究哪种混凝剂较好，各种混凝剂就表示混凝剂这个因素的各个水平，不能用数量表示。凡是不能用数量表示水平的因素，叫做定性因素。在多因素实验中，经常会遇到定性因素。对定性因素，只要对每个水平规定具体含义，就可与通常的定量因素一样对待。

6. 因素间交互作用——实验中所考察的各因素相互间没有影响，则称因素间没有交互作用，否则称为因素间有交互作用，并记为A(因素)×B(因素)。

第二节 单因素优化实验设计

对于只有一个影响因素的实验，或影响因素虽多但在安排实验时，只考虑一个对指标影响最大的因素，其他因素尽量保持不变的实验，即为单因素实验。我们的任务是如何选择实验方案来安排实验，找出最优实验点，使实验的结果（指标）最好。

在安排单因素实验时，一般考虑三方面的内容：

首先确定包括最优点的实验范围。设下限用 a 表示，上限用 b 表示，实验范围就用由 a 到 b 的线段表示，并记作 $[a, b]$ 。若 x 表示实验点，则写成 $a \leq x \leq b$ ，如果不考虑端点 a, b ，就记成 (a, b) 或 $a < x < b$ 。

图 1-1 单因素实验范围

然后确定指标。如果实验结果(y)和因素取值(x)的关系可写成数学表达式 $y = f(x)$ ，称 $f(x)$ 为指标函数(或称目标函数)。根据实际问题，在因素的最优点上，以指标函数 $f(x)$ 取最大值、最小值或满足某种规定的要求。为评定指标。对于不能写成指标函数甚至实验结果不能定量表示的情况，例如，比较水库中水的气味，就要确定评定实验结果好坏的标准。

最后确定实验方法，科学地安排实验点。本节主要介绍单因素优化实验设计方法。内容包括均分法、对分法、0.618法和分数法。

一、均分法与对分法

1. 均分法

均分法的作法如下，如果要做 n 次实验，就把实验范围等分成 $n+1$ 份，在各个分点上作实验。如图1-2。

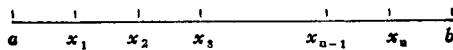


图 1-2 均分法实验点

$$x_i = a + \frac{b - a}{n + 1} i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-1)$$

把 n 次实验结果进行比较，选出所需要的最好结果，相对应的实验点即为 n 次实验中最优点。

均分法是一种古老的实验方法。优点是只需把实验放在等分点上，实验可以同时安

排，也可以一个接一个地安排；其缺点是实验次数较多，代价较大。

2. 对分法

对分法的要点是每次实验点取在实验范围的中点。若实验范围为 $[a, b]$ ，中点公式为

$$x = \frac{a + b}{2} \quad (1-2)$$

用这种方法，每次可去掉实验范围的一半，直到取得满意的实验结果为止。但是用对分法是有条件的，它只适用于每作一次实验，根据结果就可确定下次实验方向的情况。

如某种酸性污水，要求投加碱量调整 $\text{pH} = 7 \sim 8$ ，加碱量范围为 $[a, b]$ ，试确定最佳投药量。若采用对分法，第一次加药量 $x_1 = \frac{a + b}{2}$ ，加药后水样 $\text{pH} < 7$ ，（或 $\text{pH} > 8$ ），则加药范围中小于 x_1 （或大于 x_1 ）的范围可舍弃，而取另一半重复实验，直到满意为止。

二、0.618 法

单因素优选法中，对分法的优点是每次实验可以将实验范围缩短一半，缺点是要求每次实验要能确定下次实验的方向。有些实验不能满足这个要求，因此，对分法的应用受到一定限制。

科学实验中，有相当普遍的一类实验，目标函数只有一个峰值，在峰值的两侧实验效果都差，将这样的目标函数称为单峰函数。图 1-3 所示为一个上单峰函数。

0.618 法适用于目标函数为单峰函数的情形。其作法如下：设实验范围为 $[a, b]$ ，第一次实验点 x_1 选在实验范围的 0.618 位置上，即

$$x_1 = a + 0.618(b - a) \quad (1-3)$$

第二次实验点选在第一点 x_1 的对称点 x_2 处 即实验范围的 0.382 位置上。

$$x_2 = a + 0.382(b - a) \quad (1-4)$$

实验点 x_1, x_2 如图 1-4 所示。

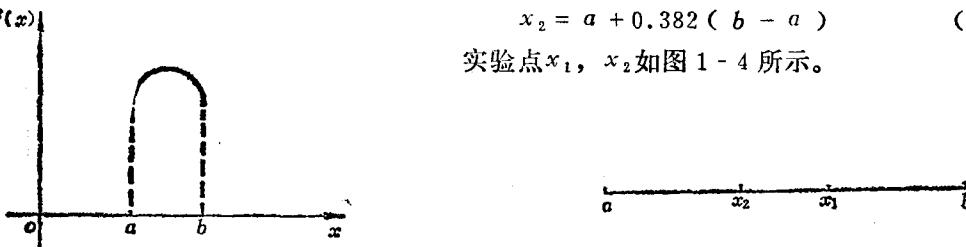


图 1-3 上单峰函数

图 1-4 0.618 法第 1、2 个试验点分布

设 $f(x_1)$ 和 $f(x_2)$ 表示 x_1 与 x_2 两点的实验结果，且 $f(x)$ 值越大，效果越好。

(1) 如果 $f(x_1)$ 比 $f(x_2)$ 好，根据“留好去坏”的原则，去掉实验范围 $[a, x_2]$ 部分，在剩余范围 $[x_2, b]$ 内继续作实验。

(2) 如果 $f(x_1)$ 比 $f(x_2)$ 差，同样根据“留好去坏”的原则，去掉实验范围 $(x_1, b]$ ，在剩余范围 $[a, x_1]$ 内继续作实验。

(3) 如果 $f(x_1)$ 和 $f(x_2)$ 实验效果一样，去掉两端，在剩余范围 $[x_1, x_2]$ 内继续作实验。

根据单峰函数性质，上述三种作法都可使好点留下，将坏点去掉，不会发生最优点丢掉的情况。

继续作实验，第一种情况下，在剩余实验范围 $[x_2, b]$ 上用公式(1-3)计算新的实验点 x_3 。

$$x_3 = x_2 + 0.618(b - x_2)$$

如图1-5所示，在实验点 x_2 安排一次新的实验。

在第二种情况下，剩余实验范围 $[a, x_1]$ ，用公式(1-4)计算新的实验点 x_3 。

$$x_3 = a + 0.382(x_1 - a)$$

如图1-6所示，在实验点 x_2 安排一次新的实验。

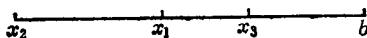


图 1-5 (1) 时第 3 个实验点 x_3

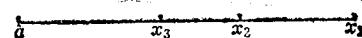


图 1-6 (2) 时第 3 个实验点 x_3

在第三种情况下，剩余实验范围为 $[x_2, x_1]$ ，用公式(1-3)和(1-4)计算两个新的实验点 x_3 和 x_4 。

$$x_3 = x_2 + 0.618(x_1 - x_2)$$

$$x_4 = x_2 + 0.382(x_1 - x_2)$$

在 x_3 ， x_4 安排两次新的实验。

无论上述三种情况出现哪一种，在新的实验范围内都有两个实验点的实验结果，可以进行比较。仍然按照“留好去坏”原则，再去掉实验范围的一段或两段，这样反复做下去，直到找到满意的实验点，得到比较好的实验结果为止，或实验范围已很小，再做下去，实验结果差别不大，就可停止实验。

例如：为降低水中的浑浊度，需要加入一种药剂，已知其最佳加入量在1000g到2000g之间的某一点，现在要通过做实验找到它，按照0.618法选点，先在实验范围的0.618处做第一个实验，这一点的加入量可由公式(1-3)计算出来。

$$\begin{aligned} x_1 &= 1000 + 0.618(2000 - 1000) \\ &= 1618 \text{ g} \end{aligned}$$

1000 1382 1618 2000

$\underline{x_2} \qquad \qquad \underline{x_1} \qquad \qquad x_3$

图 1-7 降低水中浊度第 1、2 次实验加药量

再在实验范围的0.382处做第二次实验，这一点的加入量可由公式(1-4)算出。

$$1000 + 0.382(2000 - 1000) = 1382 \text{ g}$$

比较两次实验结果，如果 x_1 点较 x_2 点好，则去掉1382g以下的部分，然后在留下部分再用(1-3)式找出第三个实验点 x_3 ，在点 x_3 做第三次实验，这一点的加入量为1764g，如图1-8所示。

如果仍然是 x_1 点好，则去掉1764g以上的一段，在留下部分按(1-4)式计算得出第四实验点 x_4 ，在点 x_4 做第四次实验，这一点的加入量为1528g。

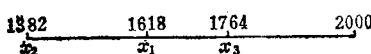


图 1-8 降低水中浊度第 3 次实验加药量

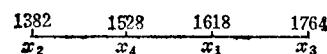


图 1-9 降低水中浊度第 4 次加药量

如果这一点比 x_1 点好，则去掉1618到1764这一段，在留下部分按同样方法继续做下去，如此重复最终即能找到最佳点。

总之，0.618法简便易行，对每个实验范围都可计算出两个实验点进行比较，好点留下，从坏点处把实验范围切开，丢掉短而不包括好点的一段，实验范围就缩小了。在新的实验范围内，再用(1-3)、(1-4)式算出两个实验点，其中一个就是刚才留下的好点，另一个是新的实验点。应用此法每次可以去掉实验范围的0.382，因此可以用较少的实验次数迅速找到最佳点。

三、分 数 法

1. 分数法又叫菲波那契数列法，它是利用菲波那契数列进行单因素优化实验设计的一种方法。

菲波那契数列是满足下列关系的数列，即 F_n 在 $F_0 = F_1 = 1$ 时符合下述递推式

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ($n \geq 2$) 即从第三项起，每一项都是它前面两项之和，写出来就是

1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、……相应的 F_n 为 F_0 、 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 、 F_5 、 F_6 、 F_7 、 F_8 、 F_9 ……。

分数法也是适合单峰函数的方法，它和0.618法不同之处在于要求预先给出实验总次数。在实验点能取整数时，或由于某种条件限制只能做几次实验时，或由于某些原因，实验范围由一些不连续的、间隔不等的点组成或实验点只能取某些特定值时，利用分数法安排实验更为有利、方便。

2. 利用分数法进行单因素优化实验设计

设 $f(x)$ 是单峰函数，现分两种情况研究如何利用菲波那契数列来安排实验。

(1) 所有可能进行的实验总次数 m 值，正好是某一个 F_{n-1} 值时，即可能的实验总次数 m 次，正好与菲波那契数列中的某数减一相一致时。

此时，前两个实验点，分别放在实验范围的 F_{n-1} 和 F_{n-2} 的位置上，也就是先在菲波那契数列上的第 F_{n-1} 和 F_{n-2} 点上做实验，如图1-10所示。

例如通过某种污泥的消化实验确定其较佳投配率 P ，实验范围为2%~13%，以变化1%为一个实验点，则可能实验总次数为12次，符合 $12 = 13 - 1 = F_6 - 1$ 。即 $m = F_n - 1$ 的关系，故第一个实验点为

$$F_{n-1} = F_5 = 8$$

即放在8处或者说放在第8个实验点处，如图1-10示。投配率为9%。

可验 能次 试序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F_n 数 列	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4		F_5			F_6		
	1	1	2	3	5		8			13		
相配 应率 投 C_0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
试次 验序												
	x_4	x_3	x_5	x_2			x_1					

图 1-10 分数法第一种情况实验安排

同理第二个实验点为

$$F_{n-2} = F_4 = 5$$

即第5个实验点，投配率为6%。

实验后，比较两个不同投配率的结果，根据产气率、有机物的分解率，若污泥投配率6%优于9%，则根据“留好去坏”的原则，去掉9%以上的部分，（同理，若9%优于6%时，去掉6%以下部分）重新安排实验。

此时实验范围如图中虚线左侧，可能实验总次数 $m = 7$ 符合 $8 - 1 = 7$ ， $m = F_{n-1}$ ， $F_n = 8$ 故 $n = 5$ 。第一个实验点为

$$F_{n-1} = F_4 = 5, P = 6\%$$

该点已实验，第二个实验点为

$F_{n-2} = F_3 = 3, P = 4\%$ （或利用在该范围内与已有实验点的对称关系找出第二个实验点，如在1~7点内与第5点相对称的点为第3点，相对应的投配率 $P = 4\%$ ）。比较投配率为4%和6%两个实验的结果并按上述步骤重复进行，如此进行下去，则对可能的 $F_6 - 1 = 13 - 1 = 12$ 次实验，只要进行 $n - 1 = 6 - 1 = 5$ 次实验，就能找出最优点。

(2) 可能的实验总次数 m ，不符合上述关系，而是符合

$$F_{n-1} - 1 < m < F_{n-1}$$

在此条件下，可在实验范围两端增加虚点，人为地使实验的个数变成 F_{n-1} ，使其符合第一种情况，而后安排实验。当实验被安排在增加的虚点上时，不要真正做实验，而应直接判定虚点的实验结果比其它实验点效果都差，实验继续做下去，即可得到最优点。

例如混凝沉淀中，要从5种投药量中，筛选出较佳投药量，利用分数法如下安排实验。

由菲波那契数列可知， $m = 5$ $F_6 - 1 = 8 - 1 = 7$

$$F_{n-1} - 1 = F_4 - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$F_0 \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5$$

$$1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8$$

$4 < m (5) < 7$ ，符合 $F_{n-1} - 1 < m < F_{n-1}$ ，故属于分数法的第二种类型。

首先要增加虚点，使其实验总次数达到7次，如图1-11示。

则第一次实验点为 $F_{n-1} = 5$ ，投药量为 2.0 mg/L ，第二个实验点为 $F_{n-2} = 3$ ，投药量为 1.0 mg/L 。经过比较后，投药量 2.0 mg/L ，效果较理想，根据“留好去坏”的原则，舍掉1.0以下的实验点，

由图1-11可知，第三次实验点应安排在实验范围 $4 \sim 7$ 内5的对称点6处，即投加药量为 3.0 mg/L 。比较结果后投药量 3.0 mg/L 优于 2.0 mg/L 时，则舍掉5点以下数据，在 $6 \sim 7$ 范围内根据对称点选取第四个实验点为虚点7，投药量为 0 mg/L ，因此最佳投药量为 3 mg/L 。

可验能次 试序	1	2	3	4	5	6	7
F_n 数 列	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
	1	1	2	3	5	8	
相投 应药	0	0.5	1.0	1.3	2.0	3.0	0
试顺 序			x_2	x_1	x_3		

图 1-11 分数法第二种情况实验安排

第三节 多因素正交实验设计

科学实验中考察的因素往往很多，而每个因素的水平数往往也多，此时要全面地进行实验，实验次数就相当多。如某个实验考察4个因素，每个因素3个水平，全部实验要 $3^4 = 81$ 次。要做这么多实验，既费时又费力，而有时甚至是不可能的。由此可见，多因素的实验存在两个突出的问题：

第一是全面实验的次数与实际可行的实验次数之间的矛盾；

第二是实际所做的少数实验与全面掌握内在规律的要求之间的矛盾。

为解决第一个矛盾，就需要我们对实验进行合理的安排，挑选少数几个具有“代表性”的实验做；为解决第二个矛盾，需要我们对所挑选的几个实验的实验结果进行科学的分析。

我们把实验中需要考虑多个因素，而每个因素又要考虑多个水平的实验问题称为多因素实验。

如何合理地安排多因素实验？又如何对多因素实验结果进行科学的分析？目前应用的方法较多，而正交实验设计就是处理多因素实验的一种科学方法，它能帮助我们在实验前借助于事先已制好的正交表科学地设计实验方案，从而挑选出少量具有代表性的实验做，实验后经过简单的表格运算，分清各因素在实验中的主次作用并找出较好的运行方案，得到正确的分析结果。因此，正交实验在各个领域得到了广泛应用。

一、正交实验设计

正交实验设计，就是利用事先制好的特殊表格——正交表来安排多因素实验，并进行数据分析的一种方法。它不仅简单易行，计算表格化，而且科学地解决了上述两个矛盾。例如，要进行三因素二水平的一个实验，各因素分别用大写字母A、B、C表示，各因素的水平分别用 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 、 C_1 、 C_2 表示。这样，实验点就可用因素的水平组合表示。实验的目的是要从所有可能的水平组合中，找出一个最佳水平组合。怎样进行实验呢？一种办法是进行全面实验，即每个因素各水平的所有组合都做实验。共需做 $2^3 = 8$ 次实验，这8次实验分别是 $A_1B_1C_1$ 、 $A_1B_1C_2$ 、 $A_1B_2C_1$ 、 $A_1B_2C_2$ 、 $A_2B_1C_1$ 、 $A_2B_1C_2$ 、 $A_2B_2C_1$ 、 $A_2B_2C_2$ 。为直观起见，将它们表示在图1-12中。

图1-12的正六面体的任意两个平行平面代表同一个因素的两个不同水平。比较这8次实验的结果，就可找出最佳生产条件。

进行全面实验对实验项目的内在规律揭示得比较清楚，但实验次数多，特别是当因素及因素的水平数较多时，实验量很大，例如，六个因素，每个因素五个水平的全面实验的次数为 $5^6 = 15625$ 次，实际上如此大量的实验是无法进行的。因此，在因素较多时，如何做到既要减少实验次数，又能较全面地揭示内在规律，这就需要用科学的方法进行合理的安排。

为了减少实验次数，一个简便的办法是采用简单对比法，即每次变化一个因素而固定其它因素进行实验。对三因素两水平的一个实验，首先固定B、C于 B_1 、 C_1 。变化A₁如图1-13(1)示，较好的结果用*表示。

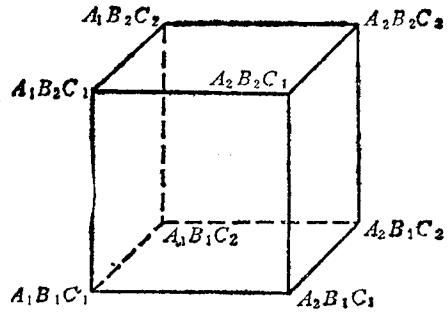
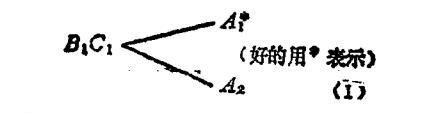
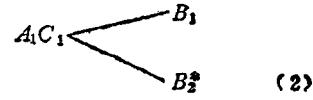


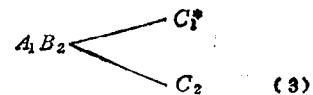
图 1-12 3 因素 2 水平全面实验点分布直观图



然后固定 A 为 A_1 , C 为 C_1 , 变化 B ,



最后固定 A 为 A_1 , B 为 B_2 , 变化 C ,



于是经过四次实验即可得出最佳生产条件为: $A_1B_2C_1$ 。这种方法叫简单对比法, 一般也能获得一定效果。

但是刚才我们所取的四个实验点: $A_1B_1C_1$ 、 $A_2B_1C_1$ 、 $A_1B_2C_2$ 、 $A_2B_2C_2$, 它们在图中所占的位置如图1-14, 从此图可以看出, 四个实验点在正六面体上分布得不均匀, 有的平面上有三个实验点, 有的平面上仅有一个实验点, 因而代表性较差。

如果我们利用 $L_4(2^3)$ 正交表安排四个实验点: $A_1B_1C_1$ 、 $A_1B_2C_2$ 、 $A_2B_1C_2$ 、 $A_2B_2C_1$, 如图1-15正六面体的任何一面上都取了两个实验点, 这样分布就很均匀, 因而代表性较好。它能较全面地反映各种信息。由此可见, 最后一种安排实验的方法是比较好的方法。这就是我们大量应用正交实验设计法进行多因素实验设计的原因。

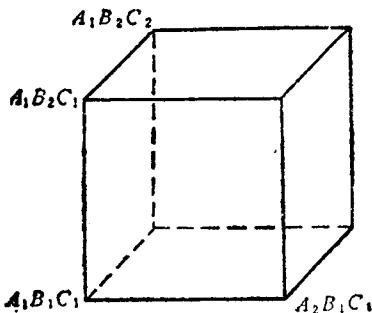


图 1-14 3 因素 2 水平简单对比法实验点分布

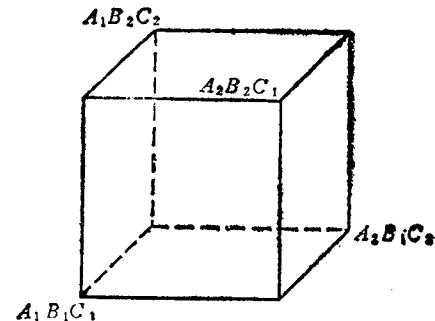


图 1-15 3 因素 2 水平正交实验法实验点分布

(一) 正交表

正交表是正交实验设计法中合理安排实验, 并对数据进行统计分析的一种特殊表格。常用的正交表有 $L_4(2^3)$, $L_8(2^7)$, $L_{16}(3^4)$, $L_{27}(4 \times 2^4)$, $L_{32}(2 \times 3^7)$ 等等。如表1-1为 $L_4(2^3)$ 正交表。

1. 正交表符号的含义。如图1-16示, “ L ”代表正交表, L 下角的数字表示横行数(以后简称行), 即要做的实验次数; 括号内的指数, 表示表中直列数(以后简称列), 即最