

创·新·思·维·丛·书

MATHEMATICS

# 探秘数学思维

赵荣芳 冯晓梅 常瑞珍 编著

北京科学技术出版社

创新思维丛书

# 探秘数学思维

赵荣芳 冯晓梅 常瑞珍 编著

 北京科学技术出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

探秘数学思维/赵荣芳,冯晓梅等编著. —北京:北京科学技术出版社,2003.3

ISBN 7-5304-2709-1

I. 探... II. ①赵... ②冯... III. 数学—思维方法

IV.01-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 096109 号

### 探秘数学思维

作 者: 赵荣芳 冯晓梅 常瑞珍

责任编辑: 王 藏

封面设计: 李 辉

责任印制: 张继茂

出 版 人: 张敬德

出版发行: 北京科学技术出版社

社 址: 北京西直门南大街 16 号

邮政编码: 100035

电话传真: 0086-10-66161951(总编室)

0086-10-66113227 0086-10-66161952(发行部)

电子信箱: bkjpress@95777.com

网 址: www.bkjpress.com

经 销: 新华书店

印 刷: 北京市飞龙印刷厂印刷

开 本: 850mm×1168mm 1/32

字 数: 144 千

印 张: 9

印 数: 1—5000

版 次: 2003 年 3 月第一版

印 次: 2003 年 3 月第一次印刷

ISBN 7-5304-2709-1/G·223

定 价: 16.00 元



京科版图书, 版权所有, 侵权必究。

京科版图书, 印装差错, 负责退换。



## 知识是“方”，思维是“法” ——代前言

“方法”二字是怎么形成词的呢？

从前，有一位皇帝患了食道疾病，命在旦夕。御医已费尽心思，江湖郎中亦请过无数，均无济于事。

一天，一名侍从向皇上禀报说：“百里之外，有位几十年隐居在深山老林里的和尚，据说有根治此病之医术，不妨请来一试。”皇上马上派人请来和尚。和尚切完脉后，随即开好药方叫侍从速去买药。侍从拿到药方一看，为难地说：“此方何解？”和尚听此言后，不由得拿过前医者所开的药方，一看，药方的药名，配伍重量与他开的药方分毫不差，但药方有而无用法，故而药到不能病除。于是和尚还是叫侍从把药买回来，亲自煎药。把药煎到只剩两羹匙时，和尚吩咐皇上不能用饮服的方式，必须用羹匙盛药并用舌舔，如此反复直至把药舔完为止。当皇上舔完后，精神渐见起色，连服数剂后，病已痊愈。

皇上高兴地问和尚：“用同样之药，前者医朕无效，而



你医朕能使朕起死回生,我看其中必有奥秘。”和尚解释说:“医药者,既要有方,又要有法,你用舌舔羹匙,靠舌把药引入五脏,此乃是法。”皇上听后,恍然大悟地说:“啊!方法,方法,方法结合。”这就是“方法”一词的由来。

这则故事肯定是杜撰的,但他讲的道理却是对的。药方是前人经验的总结,这岂不就是知识吗?用舌舔服而不用饮服的方式,肯定与这种病的特殊有关,肯定有因果关系,为什么必须这样而不能那样做,这不是思维吗?我们常提“方法”,知识与思维的结合才是方法。没有知识,思维则建立不起来。仅仅有知识而无思维的正确指导,知识便无法发挥其巨大的作用。就像前医者所开的药方一样,药方是好药方,但无正确的用法,好药方也是枉然。中学生既应当努力学习知识,又应当努力训练思维,缺一不可。学习知识是一种继承,训练思维,开发头脑是为了创新。

本书是介绍数学思维的。过去很长时期,人们普遍认为数学是一个重要的工具,哪一个学科不需要数学计算呢?其实,数学不仅仅是工具,更是重要的思维方法。数学是一门高度抽象的定量的科学,它可以完全舍弃事物的质的内容而仅保留它的量的属性,从量的侧面来反映客观的所在。笛卡儿认为,数学的真正本质在于,它是科学的通用语言和认识方法。科学的通用语言指数学普



适的工具性,科学的认识方法指数学思维方法的横断性,所以数学属于横断学科。

数学化是科学知识理论化的重要条件。无论是概念的构架,定律的表述,知识体系的建立,都只有通过数学化才能取得严格的理论形式,这也是数学在科学认识中最重要的作用。另外,数学思维可以充分发挥知识潜在的逻辑力量。

中学生是通过作题掌握数学概念、数学定律、计算技巧,培养严谨的科学态度的。学数学不能不作题,但学数学的目的不是仅为了计算和解题,而是用数学模型描述我们周围的一切——生产、经营、销售、科研、气象、股市、人口、生活……这正是数学思维的力量所在。否则,我们所学的数学知识只能是“方”,而变不成“方法”。

本书既不属于教学辅导书之类,也不属于“趣味数学”之类,而是属于科学思维普及类的书籍。它既与课堂教学有密切的联系,又从课堂教学走出,帮你进入思维领域的广阔天地。

参加本书编写的还有田晓正、周素英、刘霞、刘萍、徐晓莉、张惠莹。

李文庠

2002 年 10 月





## 目 录

|                            |      |
|----------------------------|------|
| 什么是数学.....                 | (1)  |
| 问题是数学的心脏.....              | (4)  |
| 数学使人周密.....                | (9)  |
| 牛顿的著作为什么称为《数学原理》.....      | (13) |
| 编题比解题更重要.....              | (16) |
| 牛顿的“捷足先登”与爱因斯坦的“急用先学”..... | (22) |
| 巴尔末解释原子“密码”.....           | (27) |
| 破获间谍情报.....                | (30) |
| 天助爱公的启示.....               | (34) |
| 是蜜蜂错了,还是数学家错了.....         | (38) |
| 数学与测量.....                 | (42) |
| 数学中的试验.....                | (47) |
| 数学中的观察.....                | (52) |
| 数学中的直觉思维.....              | (55) |
| 数学中的判断.....                | (59) |
| 数学中的尝试探索.....              | (61) |



|                      |       |
|----------------------|-------|
| 数学中的想像 .....         | (64)  |
| 数学中的对称 .....         | (68)  |
| 数学中的分割 .....         | (72)  |
| 数学中的联想 .....         | (78)  |
| 数学中的形象化思维 .....      | (82)  |
| 数学中的近似思维 .....       | (88)  |
| 列举与划分 .....          | (90)  |
| 知其然,还要知其所以然.....     | (94)  |
| 生活中经常碰到的问题——平均 ..... | (98)  |
| 数学,精确好? 还是模糊好? ..... | (102) |
| 边积关系的人生启示.....       | (108) |
| 数学猜想何其多.....         | (109) |
| 偶然事件的规律.....         | (113) |
| 巧用概率论方法两则.....       | (117) |
| 佛经中的一则笑话.....        | (120) |
| 为什么非要有公理? .....      | (125) |
| 祖冲之的逐步逼近法.....       | (129) |
| 七桥问题的抽象思维.....       | (134) |
| 深刻的抽象思维.....         | (137) |
| 数学抽象与物理抽象.....       | (141) |
| 大破连环马的运筹思维.....      | (145) |



|                      |       |
|----------------------|-------|
| 运筹思维由定性走向定量·····     | (152) |
| 海里捞针·····            | (155) |
| 果品公司包装干果·····        | (158) |
| 并非多多益善·····          | (164) |
| 曹不兴妙用对策思维·····       | (168) |
| 五城之间架电话线·····        | (173) |
| 拥挤和排队·····           | (178) |
| 奇妙的黄金分割·····         | (181) |
| 0.618 与优选法·····      | (187) |
| 0.618 与管理·····       | (190) |
| 罗巴切夫斯基的长剑·····       | (194) |
| 萨克里与非欧几何擦肩而过·····    | (199) |
| 从常量数学到变量数学·····      | (204) |
| 符号代替文字·····          | (209) |
| 形与数的统一·····          | (213) |
| 分割组合的妙用·····         | (217) |
| 用发散思维证明勾股定理·····     | (219) |
| 用系统化思维学习数学·····      | (223) |
| $24 = 25?$ ·····     | (226) |
| 直线不一定是捷径·····        | (229) |
| 数轴是成功解决绝对值问题的钥匙····· | (233) |



|                    |       |
|--------------------|-------|
| “老三论”与“新三论” .....  | (235) |
| 数学在危机中前进 .....     | (238) |
| 眼见不一定为实 .....      | (245) |
| 油画中的数学题 .....      | (251) |
| 如何让箱子容量最大? .....   | (256) |
| 任意三角形皆等腰三角形? ..... | (259) |
| 纯数学推理的失误 .....     | (262) |
| 不可滥用数学方法 .....     | (266) |
| 数学家的星期天 .....      | (269) |
| 点、线、面与艺术设计 .....   | (273) |







## 什么是数学

我们从小学一年级起就学数学,中学要学,以后升入大学后还要学。那么数学是什么呢?

大多数人说,数学是工具。从远古时代起,人类就在长期的生产实践中,积累了许多数学知识,逐渐形成了数的概念,产生了关于数的运算方法。运用数的计算测量土地、交换物品、推算历法,记载动物饲养、贮藏谷物的数量。在古巴比伦、古埃及和古代中国,数学都是作为解决实际问题的工具发展起来的,都经历了“经验科学”的阶段。近代和现代,数学的工具性更强。现代的科学技术发展十分迅速,它们有一个共同的特点,就是有大量的数据问题。比如发射一颗探测宇宙奥秘的卫星,从卫星设计、制造、发射到回收,科学家和工程技术人员需要对卫星的总体、部件进行全面的设计和生 产,并对许多数据进行准确计算。发射和回收时,也要进行精确计算。工业、农业、商业、交通运输业、医疗卫生事业、文化教育事业等等,每一行业都有许多数据需要计算。数学的工具作用



之一是通过数据进行分析,以便掌握事物发展的规律。

有人说,数学是语言。人类之间相互交流不仅靠文字语言,还靠其他类语言。一些复杂问题、科学问题,用文字语言往往表达不清楚,于是出现了图形语言(如机械制图、建筑平面图等)、计算机语言、数学语言。无论是哪一个国家、民族的人,口头语言可能不相通,但数学语言却是通用的。数学语言大大加速和完善了人际交往。

马克思说过,“一种科学只有在成功运用数学时,才算达到真正完善的地步。”因为客观世界从本质上说,都是质和量的统一体,因而科学技术都可以用数学来表达,从这个意义说,数学可以看做是科学的语言。当代应用广泛的计算机语言,其实质也是数学语言。

有人说,数学是一门学科。数学有完整严密的体系,有一级一级的结构,有众多的分支,与众多其他学科交叉形成新的研究领域。数学有自己独特的研究对象。19世纪下半叶,恩格斯对数学的对象给出了如下的定义:“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料。”恩格斯关于数学的定义还有更具有普遍性的论断。恩格斯指出:“数学是数量的科学,它从数量这个概念出发。”有独特的研究对象,有自己的研究方法,有自己的科学理论体系。过去,人们把数学纳入自



然科学体系,由于社会科学的数学化进展迅速,所以当代的观点是把数学与自然科学、社会科学并列,将数学称之为横断学科。

数学是科学的工具、语言、学科,但最重要的是,数学是科学的思想。数学中的抽象与其他学科相比,在对象上更广泛,在程度上更深刻。数学中的抽象思维、严密的数学逻辑推理、证明、公理化、数学归纳方法不仅是研究数学的思维,而且也是研究客观世界的普遍思维。现代数学可以帮助人们建立一定的合理模型,这是一种高度的科学抽象的数学思想。无论是简单或者复杂事物,无论是精确事件还是模糊事件,无论是必然事件、或然事件、混沌事件、突变事件,运用数学思想和方法,抓住系统中的主要因素、主要关系,都可以提炼成数学模型,以形成对一切问题的认识、判断和预测。

综上所述,数学是一切科学技术不可缺少的工具,是科学技术界和人际交流共同的语言,是科学大厦中一门极为重要的学科,是认识世界的普适思想。今后,你的成长、发展都与数学密切相关。





## 问题是数学的心脏

数学问题是从社会实践和数学体系内部提炼出来的,主要是指需要求解的计算题、作图题、应用题,以及有待确定真假的数学猜想。不少学者认为,问题是数学的心脏,数学的真正组成部分是问题和解;解决问题最困难的部分之一是提出正确的问题。从这个意义上说,发现问题和提出问题,是全部数学发现的基础和源泉。

每当农历的五月初五,我国民间都习惯包粽子、划龙舟,过端午节。这是为了纪念战国时期的爱国诗人屈原。屈原的一生,政治上虽然不幸,但是在文学上却取得了辉煌成就。《天问》也是屈原非常著名的诗篇。在这首诗中,他提出了 172 个问题,对“天”质问。全篇多用四字句,对一系列传统观念提出了多方面的怀疑,包括自然现象、神话传说、历史人物等方面,反映出屈原深刻的探索精神。屈原虽然没有来得及思考,但是后人却根据这些问题对社会和自然界进行了深入的思考和探讨。屈原能够提出问题,本身就是对社会的一大贡献。



没有创造,就没有人类的进步、社会的发展,而创造往往从提问题开始。喜欢提问题,善于提问题,这是人类进步的开端。

巴尔扎克说:“打开一切科学的钥匙都毫无异议的是‘问号’,我们大部分的伟大发现都应该归功于‘如何’。而生活的伟大智慧,大概就在于逢事问个为什么”。

李政道说:“能正确地提出问题就是迈开了创新的第一步。”

爱因斯坦说:“我没有什么特别的才能,不过喜欢寻根究底罢了。”

只有提出问题,才可能去解决问题,只有解决了问题,才能进步。如果没有“苹果为什么会从树上落到地上?”“沸腾开水的蒸气为什么会顶开壶盖?”等一系列问题的涌现,就没有以后的万有引力定律、蒸汽机的问世。如果没有对“两个凡是”的质疑,就不会出现而后的“实践是检验真理的惟一标准”的大讨论,也没有亿万人民思想的大解放。

数学发现与其他科学发现一样,也源于问题。当代著名科学家、哲学家波普尔认为:“只要一门科学分支能提出大量的问题,它就充满着生命力。正如人类的每项事业都追求着确定的目标一样,数学研究也需要自己的



问题。正是通过这些问题的解决,研究者锻炼其钢铁意志,发现新方法和新观点,达到更为广阔和自由的境界。”

希尔伯特明确指出:“数学这门科学究竟以什么作为其问题的源泉呢?在每个数学分支中,那些最初、最老的问题肯定是起源于经验,是由外部的现象所提出,整数运算法则就是以这种方式在人类文明的早期被发现的,正如今天的儿童通过经验的方法来学习运用这些规则一样。”“但是,随着一门数学分支的进一步发展,人类的智力受着成功的鼓舞,开始意识到自己的独立性。它自身独立地发展着,通常并不受来自外部的明显影响,而只是借助于逻辑组合、一般化、特殊化,巧妙地对概念进行分析和综合,提出新的富有成果的问题,因而它自己就以一个真正提问者的身分出现。”

希尔伯特认为,一个好的数学问题,大体上应当满足以下三个基本要求:

首先,问题应当具有清晰性和易懂性。清楚的、易于理解的问题吸引着人们的兴趣。

其次,问题应该是困难的,但又是能给人以希望的。

第三,问题应具有深远的意义,也就是能够使人发现新的思想、新的观点、新的方法和新的理论。

数学问题有常规问题和反常规问题。

