

经济数学辅导 与习题解答



张良栋 张达扬 巫大威 编著

四川科学技术出版社

—— 经济数学辅导与习题解答

张良栋 张达扬 巫大威 编著

责任编辑：黄光骅

封面设计：符宗荣

版面设计：杨丽娜

经济数学辅导与习题解答

张良栋 张达扬 巫大威 编著

出版：四川科学技术出版社

印刷：三台县印刷厂

发行：四川省新华书店

开本：787×1092毫米1/32

印张：17.5

字数：401千

印数：1—12,300

版次：1986年4月第一版

印次：1986年4月第一次印刷

书号：13293.70

定价：2.05元

前 言

为了帮助读者掌握教材的重点和难点，打好基础，提高解题能力，更好地学习《经济数学》，我们编写了这本《经济数学辅导与题解》。

本书包括各章节辅导与提要、习题及习题解答，供大专院校经济类专业学生、经济管理干部复习《经济数学》和教师教学参考使用，也可作为读者自学《经济数学》的参考书。

本书末的附篇，编选了学习《经济数学》所必需的部分数学基础知识，以满足读者自学和基础较差的学生学习的需要；教师在教学过程中可根据实际情况选用。

由于我们的水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，欢迎读者批评指正。

编著者

一九八五年五月

目 录

第一章	预备知识	1
第一节	初等集合论	1
(一)	辅导与提要	1
(二)	习题解答	3
第二节	函数	8
(一)	辅导与提要	8
(二)	习题解答	11
第二章	微积分	27
第一节	极限与连续	27
(一)	辅导与提要	27
(二)	习题解答	31
第二节	导数	44
(一)	辅导与提要	44
(二)	习题解答	49
第三节	导数的应用	68
(一)	辅导与提要	68
(二)	习题解答	74
第四节	不定积分	94
(一)	辅导与提要	94
(二)	习题解答	98
第五节	定积分	117

(一)	辅导与提要	117
(二)	习题解答	122
第六节	多元函数微分法及其应用	144
(一)	辅导与提要	144
(二)	习题解答	151
第七节	微分方程	170
(一)	辅导与提要	170
(二)	习题解答	176
第三章	线性代数	200
第一节	行列式	200
(一)	辅导与提要	200
(二)	习题解答	206
第二节	矩阵	227
(一)	辅导与提要	227
(二)	习题解答	234
第三节	线性方程组	257
(一)	辅导与提要	257
(二)	习题解答	259
第四节	投入产出法	285
(一)	辅导与提要	285
(二)	习题解答	289
第四章	概率论	297
第一节	基本概念	297
(一)	辅导与提要	297
(二)	习题解答	299
第二节	概率的计算	305
(一)	辅导与提要	305

(二)	习题解答	306
第三节	条件概率与事件的独立性	313
(一)	辅导与提要	313
(二)	习题解答	316
第四节	随机变量及其分布	329
(一)	辅导与提要	329
(二)	习题解答	336
第五节	大数定律与中心极限定理	353
(一)	辅导与提要	353
(二)	习题解答	354
第五章	数理统计	362
第一节	引言	362
(一)	辅导与提要	362
(二)	习题解答	366
第二节	数据	367
(一)	辅导与提要	367
(二)	习题解答	367
第三节	统计量及抽样分布	378
(一)	辅导与提要	378
(二)	习题解答	381
第四节	参数估计	383
(一)	辅导与提要	383
(二)	习题解答	386
第五节	假设检验	393
(一)	辅导与提要	393
(二)	习题解答	396
第六节	回归分析	407

(一)	辅导与提要.....	407
(二)	习题解答.....	408

附 篇

第一节	数.....	420
第二节	代数式.....	451
第三节	根式、指数与对数.....	473
第四节	代数方程和方程组.....	494
第五节	不等式.....	507
第六节	数列.....	515
第七节	平面解析几何.....	525

第一章 预备知识

第一节 初等集合论

(一) 辅导与提要

1. 集合概念

集合是指具有某种属性的一些对象的全体。表示集合有列举法和描述法两种。

集合的概念要注意“具有某种属性”这一限制。也就是说，定义一个集合时不能模棱两可，含混其词。推广来说，在经济管理中应用数量方法，一定要把各种量及它们的关系作明确的规定。

集合表示法中，注意力应放在描述法上：

$$A = \{ x \mid x \text{ 所具有的某种属性} \}。$$

空集是一种特殊集合，一定要与以 0 为元素的集合相区别。

对于集合 A 和 B，如果 B 的每一个元素都是 A 的元素，就称 B 是 A 的子集。要区分 $\in$ 和 $\subset$ 两个符号： $\in$ 表示元素属于集合，而 $\subset$ 表示一个集合包含于另一集合，只适用于集合之间。

例如，“空集 ϕ 必定是任何集合 A 之子集”不能用 $\phi \in A$ 而只能用 $\phi \subset A$ 表示。而需要证明两个集合相等时，就要分别证明 A 的所有元素 $a \in B$ ，和 B 的所有元素 $b \in A$ 。

2. 集合的运算

在讨论集合与集合的关系中，补、交、并、差是常用的集合运算，要求熟悉其定义、符号。运算的文氏图表示法则是一个有用的直观工具。

集合运算的定律，只有部分作了证明，但都应该明确诸定律的意义。对于交换律、结合律、分配律等，其名称与数的运算律相同，但因为运算的对象不同（一个是集合，一个是数）、运算的定义不同（交、并、补不同于数的四则运算），所以运算律的内涵也不同。这里要特别注意两个分配律。不仅交对并可以分配，而且并对交也可分配。而在数的运算中与之相当的只有乘法对加法的分配律，加法对乘法则是不能分配的。

德·摩根定律在集合运算中很有用处，尤其是在概率论中有较多的应用，故应该深入理解并熟记它。

3. 集合的应用

集合概念的应用这里只介绍了三种。

将文字命题转换为集合符号命题，其性质与由文字向数字方程的转换相同，只是运算符号及运算对象有了改变而已。

为了计算集合内元素的个数，我们引进了符号 $N()$ 。重要的是公式

$$N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B).$$

以及向两个以上集合的推广。

(二) 习题解答

习 题 1—1

1. 分别写出下列集合中的所有元素:

$$(1) \{x \mid x^4 = 16\}$$

$$\text{解 } \{x \mid x^4 = 16\} = \{-2, 2\}$$

(2) $\{x \mid x \leq 28, \text{ 且 } x \text{ 是形如 } 4n+1 \text{ 的正整数, 其中 } n \text{ 是整数}\}$ 。

解 $\{x \mid x \leq 28, \text{ 且 } x \text{ 是形如 } 4n+1 \text{ 的正整数, 其中 } n \text{ 是整数}\} = \{1, 5, 9, 13, 17, 21, 25\}$

2. 学校里开运动会, $A = \{\text{参加百米赛跑的同学}\}$, $B = \{\text{参加跳高的同学}\}$, 求 $A \cap B$ 。

解 $A \cap B = \{\text{既参加百米赛跑又参加跳高的同学}\}$

3. 设 $A = \{\text{某公社的汽车}\}$, $B = \{\text{某公社的拖拉机}\}$, 求 $A \cup B$ 。

解 $A \cup B = \{\text{某公社的拖拉机和汽车}\}$

4. 设 $I = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, c, d\}$, $B = \{b, d, e\}$, 求 $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$ 。

$$\begin{aligned} \text{解 } \overline{A} &= \{b, e, f\}, \quad \overline{B} = \{a, c, f\}, \\ \overline{A \cup B} &= \{a, b, c, e, f\}, \quad \overline{A \cap B} = \{f\}, \\ \overline{A \cup B} &= \{f\}, \quad \overline{A \cap B} = \{a, b, c, e, f\}, \end{aligned}$$

5. 设 $A = \{-3, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$,
 $C = \{-2, 0, 2\}$,

(1) 求 $B \cup C$, 再求 $A \cap (B \cup C)$;

(2) 求 $A \cap B$, $A \cap C$, 再求 $(A \cap B) \cup (A \cap C)$;

(3) 由 (1) 和 (2) 可得什么结论?

解 (1) $B \cup C = \{-1, 0, 1\} \cup \{-2, 0, 2\}$
 $= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$A \cap (B \cup C) = \{-3, 1, 2\} \cap \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$
$$= \{1, 2\}$$

$$(2) A \cap B = \{-3, 1, 2\} \cap \{-1, 0, 1\}$$
$$= \{1\}$$

$$A \cap C = \{-3, 1, 2\} \cap \{-2, 0, 2\}$$
$$= \{2\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{1\} \cup \{2\}$$
$$= \{1, 2\}$$

(3) 由 (1) 和 (2) 可得 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

6. 设 $A = \{(x, y) | x + 2y = 3\}$, $B = \{(x, y) | 4x + y = 5\}$,
求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{(x, y) | \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + y = 5 \end{cases}\} = \{(1, 1)\}$

7. 设 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 < x < 5\}$,
求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{x | -2 < x < 3\} \cup \{x | 1 < x < 5\}$
 $= \{x | -2 < x < 5\}$

8. 设 $I = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$,
 $A = \{c, d, e, f\}$, $B = \{e, f, g\}$
求证: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

证明: 已知 $A = \{c, d, e, f\}$, $B = \{e, f, g\}$

$$\text{则 } \overline{A} = \{a, b, g, h\} \quad \overline{B} = \{a, b, c, d, h\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{a, b, h\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{a, b, g, h\} \cap \{a, b, c, d, h\}$$

$$= \{a, b, h\}$$

$$\therefore \overline{A \cup B} = \overline{A \cap B}$$

9. 令 A = 某纺织工厂的产品, B = 一级品, C = 甲车间产品, D = 棉纺织品, E = 用新机器生产的产品。

将下述语句用集合符号表示:

(1) 有些一级棉纺织品是用新机器生产的。

(2) 棉纺织品既非甲车间生产, 也不是用新机器生产的。

(3) 所有甲车间的产品或者是棉纺织品或者是用新机器生产的产品。

解 (1) $B \cap D \cap E$

(2) $D \cap (\overline{C} \cap \overline{E})$

(3) $C = D \cup E$

10. 对某地区居民的文娱生活进行了调查, 得到了下述数据 (单位为千人):

经常听收音机节目的人数 37055

经常看电视节目的人数 29272

经常看电影的人数 52606

经常听收音机、看电视的人数 15078

经常听收音机、看电影的人数 27341

经常看电视、电影的人数 26272

经常听收音机、看电视、看电影的人数 9782

问: 居民中至少参加一种娱乐活动的人有多少?

解 令 A = 经常听收音机节目的人的集合,

B = 经常看电视的人的集合,

C = 经常看电影的人的集合,

$A \cup B \cup C =$ 至少参加一种文娱活动的人的集合。

$$N(A \cup B \cup C) = 37055 + 29272 + 52606 - 15078 - 27341 - 26272 + 9782 = 60024 \text{ (千人)}$$

11. 某厂供销科接到一份调查报告, 报告上说在总数为1899人的对象中, 使用该厂全部三种产品的有30人; 757人使用产品A; 574人使用产品B; 472人使用产品C; 132人使用产品A及B; 155人使用产品A及C; 47人使用产品B及C。该报告还说, 不使用该厂产品的共398人。供销科长断定这份报告有差错, 你是否同意?

解 同意, 这份报告有错。

若设A、B、C分别为使用产品A、B、C的人的集合, 那么,

$$\begin{aligned} N(A \cup B \cup C) &= N(A) + N(B) + N(C) - N(A \cap B) - N(B \cap C) - N(A \cap C) + N(A \cap B \cap C) \\ &= 757 + 574 + 472 - 132 - 47 - 155 + 30 \\ &= 1499 \text{ (人)} \end{aligned}$$

又因为调查总人数为1899人, 所以, 不使用该厂产品的人数为: $1899 - 1499 = 400$ (人)

而报告却说398人, 故此报告有错。

12. 某车间生产的棒材有长度、直径和重量方面的质量要求, 某日因质量不合格退回的产品共14根, 造成不合格的原因分类如下:

不合格的原因	重量	直径	长度
棒材数	7	5	8

又知有两根是重量和长度、1根是长度和直径、1根是重量和直径两方面不合格, 还有一根是三方面均不合格, 试作出相应的文氏图解, 并求 (1) 只是重量不合格; (2) 只是直

径不合格；(3) 只是长度不合格的棒材根数。

解 设A为重量不合格棒材的集合

B为直径不合格棒材的集合

C为长度不合格棒材的集合

根据题意知 $N(A) = 7$, $N(B) = 5$, $N(C) = 8$

且 $N(A \cap B) = 2$, $N(B \cap C) = 2$

$N(C \cap A) = 3$, $N(A \cap B \cap C) = 1$

文氏图解如下图

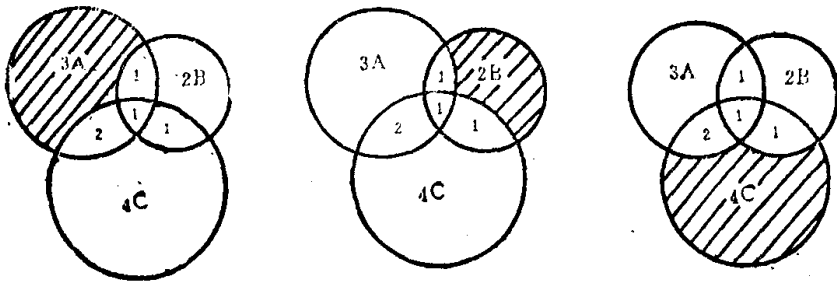


图1

(1) 只是重量不合格:

$$\begin{aligned} N(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) &= N(A) - N(A \cap B) - N(A \cap C) \\ &\quad + N(A \cap B \cap C) \\ &= 7 - 2 - 3 + 1 \\ &= 3 \text{ (根)} \end{aligned}$$

(2) 只是直径不合格:

$$\begin{aligned} N(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) &= N(B) - N(A \cap B) - N(B \cap C) \\ &\quad + N(A \cap B \cap C) \\ &= 5 - 2 - 2 + 1 \\ &= 2 \text{ (根)} \end{aligned}$$

(3) 只是长度不合格:

$$N(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) = N(C) - N(A \cap C) - N(B \cap C)$$

$$\begin{aligned}
 &+ N(A \cap B \cap C) \\
 &= 8 - 3 - 2 + 1 \\
 &= 4 \text{ (根)}
 \end{aligned}$$

13. 设有集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 试问:

(1) $A_1 = \{1, 7, 2\}$, $A_2 = \{4, 5\}$, $A_3 = \{3, 6\}$,
是 A 的一个划分吗?

(2) $A_1 = \{1, 7, 2\}$, $A_2 = \{4, 5\}$, $A_3 = \{3, 6, 7\}$,
是 A 的一个划分吗?

解: (1) 是 A 的一个划分。因为

$$A_1 \cap A_2 = \phi, A_1 \cap A_3 = \phi,$$

$$A_2 \cap A_3 = \phi$$

$$\text{且 } A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} = A$$

(2) 不是 A 的一个划分。因为

$$A_1 \cap A_3 = \{7\} \neq \phi$$

第二节 函 数

(一) 辅导与提要

1. 常量和变量

在某一过程中, 保持一定数值的量叫常量, 可以取不同数值的量叫变量。

这里需要注意的是常量和变量的概念是相对的, 而不是绝对的。因为有的量在这一过程中是变化的, 而在另一过程中是不变的, 或者有的量在某个过程中虽是变化的, 但其变化极小, 这时可将它视为常量。

2. 区间

在实际中,由于要在某个实数范围内讨论问题,因而引进了区间的概念。

我们介绍了三类有限区间 $[a, b]$ 、 $(a, b]$ 、 $[a, b)$; 三类无限区间 (a, ∞) 、 $[a, \infty)$ 、 $(-\infty, b)$ 、 $(-\infty, b]$ 、 $(-\infty, \infty)$ 。这里需得注意它们各自的意义和表示方法。

值得注意的是“ $-\infty$ ”和“ $+\infty$ ”是两个记号而不是数。

3. 函数

函数的定义 设在某变化过程中有两个变量 x 和 y , 变量 y 依赖于 x , 如果对于 x 在某个范围内的每一个值 按照某种对应关系, y 都有唯一确定的值和它对应 y 就叫做 x 的函数, 记作 $y = f(x)$ 。并称 x 为自变量, y 为因变量。

对于函数的概念要抓住以下三点:

- 1) 自变量的变化范围即函数的定义域;
- 2) 因变量与自变量的对应关系;
- 3) 因变量的取值范围即函数的值域。

定义域 使函数有定义的所有自变量取值的集合叫做函数的定义域。

函数的表示法有解析法、图示法和列表法三种, 在实际应用中, 上述三种方法经常综合起来使用。

4. 函数的性质

函数的奇偶性 若 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数; 若 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数。

偶函数的图形是对称于 y 轴的, 奇函数的图形对称于坐标原点。

函数的单调性 若函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内随 x 增加而增加, 即设 x_1 、 x_2 是 (a, b) 内任意两点, 而 $x_1 <$