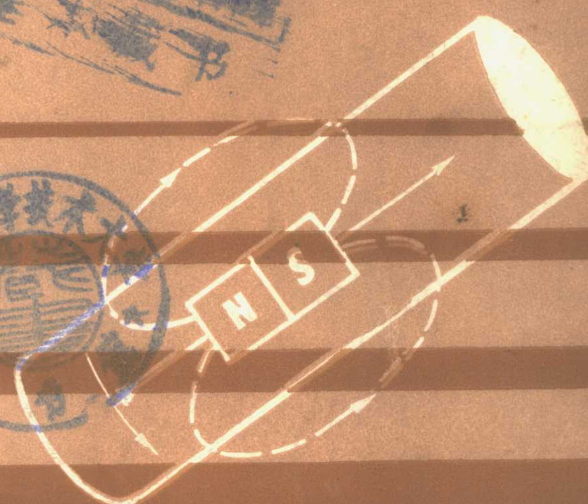
普通物理学习指导书

第二册



冶金工业出版社

普通物理学习指导书

（第二册）

北京钢铁学院基础物理教研室　编

冶 金 工 业 出 版 社

普通物理学习指导书

（第二册）

北京钢铁学院基础物理教研室　编

•

冶金工业出版社出版

（北京北河沿大街嵩祝院北巷39号）

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

•

787×1092 1/16　印张 12 1/2　字数 300 千字

1986年7月第一版　　1986年7月第一次印刷

印数00,001～17,000册

统一书号：15062·4443　　定价2.35元

教 学 说 明

本册的内容与编排，与程守洙、江之永编《普通物理学》（1982年修订本）第二册的第四篇“电学”相对应。这部分内容的讲授，按教学大纲要求共54学时。学习时需要有微积分知识，包括线积分，面积分的概念及简单应用，以及有关常微分方程解法的基本知识。因学时数的限制，讲授时将会有所删减，有所侧重。现对这一教材各章内容作如下简要说明：

第九章　本章是重点讲授章节，它着重阐明静电场的特性，以及反映这些特性的电场强度$\boldsymbol{E}$与电势U的计算方法。与教材不同的是，可以先讲真空中的电场，后讲介质中的电场，这有利于理解电介质对电场的影响。

第十章　本章内容是上一章中基本原理的应用和推广。其中有“＊”的内容可删去，对（上述教材）第60页的“电极化强度”和第61页的“$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{P}$之间的关系”可根据不同专业，由任课教师决定取舍，不作统一要求。静电平衡条件下的导体性质，用高斯定理计算有导体与电介质存在时的静电场，以及电容概念，仍是本章重点内容。

第十一章　本章内容应注意避免与中学课程和后继课程重复，重点是阐明电动势概念，并从场的观点理解电路中的欧姆定律。有“＊”者可删去，或由学生自己阅读。§11-6节仅作一般了解即可。

第十二章　本章是重点章节。主要阐明磁场的基本性质，以及反映这种性质的磁感应强度$\boldsymbol{B}$的计算方法。

第十三章　是重点章节。要掌握安培力与洛仑兹力的计算方法。标有“＊”的内容可简单介绍，使学生了解有关知识在现代物理技术中的应用。

第十四章　是重点章节。要求学生熟练掌握用法拉第定律计算感应电动势的方法，并清楚地理解感应电动势来自两种本质不同的非静电力。难点是要弄清涡旋电场的概念。§14-5到§14-8的内容，是电磁感应现象的特例与应用，应有一般了解并能做简单计算。

第十五章　本章是非重点内容，仅作一般介绍，标有“＊”的内容可由教师决定取舍。

第十六章　非重点内容。但对有关电磁场和电磁波的一些基本概念，仍要求掌握其物理本质，而不是数学推导。重点要讲清位移电流的概念。对电磁波的性质应有所了解，但不必深究。§16-3和§16-4可由学生一般阅读即可。

凡与讲授内容有关的习题，应该基本都做。

若学生在做题时感到有很大困难，那就是他对主要之点没有弄懂。每章安排一些讨论课是有益的，但讨论课必须在学生有准备的条件下带着问题进行。

为了对有些基本概念与规律所包含的物理内容作进一步的探讨，我们在有关章节的习题解答后面，增加了讨论题，并在讨论题的题号前用＊号标记，以使学生们开阔视野。

目 录

第四篇　电　学

第九章　静电场

一、基本要求

1．理解并掌握电场强度和电势的概念 以及它们之间的联系，学会已知电荷分布求场强和电势的方法。

2．掌握揭示静电场性质的两个基本定理：高斯定理和环流定理；用以理解电场的性质和电力线的性质，并能运用以上定理计算具有对称性电荷分布系统所产生的场强和电势。

二、基本概念和规律

1．库仑定律

真空中两个静止点电荷之间的相互作用力为：

$$\boldsymbol{F}_{21}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\boldsymbol{r}_{12}^0$$

重要物理内容：

（1）力的大小遵循平方反比律，电力是长程力。

（2）力的方向在两点电荷的联线上。这一点可由空间的各向同性所预言。力的大小仅与相对距离有关，而与相对方位无关。

（3）迭加原理 两个点电荷之间的作用力，并不因为有第三个点电荷的存在而改变。这一实验事实是迭加原理的基础。它保证了每个点电荷所受的力，应等于其它各点电荷单独作用于该电荷的作用力的矢量和。

（4）上述第（2）、（3）两点，反映了电荷本身没有内在的方向性。这直接导致了电荷电量q的标量性以及电量的代数可加性。

存在排斥与吸引两种力的实验结果，导致了自然界存在两种电荷的理论结论。在数学上用正号与负号标记。

应用须知：

（1）上述公式仅适用于求两个静止点电荷之间的相互作用。若在讨论的问题中，q_1是点电荷，q_2是电荷连续分布的带电体，则不能直接运用库仑定律。必须把q_2看成无数个点电荷的集合，即在q_2上任取电荷元dq_2，才能应用库仑定律算出

$$d\boldsymbol{F}_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1dq_2}{r_{21}^2}\cdot\boldsymbol{r}_{21}^0$$

再应用迭加原理。整个带电体q_2对q_1的静电力$\boldsymbol{F}_1=\int d\boldsymbol{F}_1$。如果$q_1$也是连续分布电荷，则同样可用积分方法求它所受合力(及力矩)。

（2）求和计算要注意力的矢量性。用解析方法计算：

$$\begin{cases} F_x=\int \mathrm{d}F_x \\ F_y=\int \mathrm{d}F_y \\ F_z=\int \mathrm{d}F_z \end{cases}$$

$$\boldsymbol{F}=F_x\boldsymbol{i}+F_y\boldsymbol{j}+F_z\boldsymbol{k}$$

2．电场强度

静电场中给定点的电场强度定义：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$$

$\boldsymbol{F}$为试验点电荷q_0在给定点所受电场力。

应用须知：

（1）$\boldsymbol{E}$是由电场本身的性质所决定，与试验电荷q_0无关。改变q_0大小，$\boldsymbol{F}$也随之改变，但比值$\boldsymbol{F}/q_0$不变。

（2）电场的可观测性是它与电荷产生力的相互作用。$\boldsymbol{E}$ 反映了这种作用的强度：$\boldsymbol{F}=q\cdot\boldsymbol{E}$。

点电荷受力，仅决定于电荷q所在点的电场$\boldsymbol{E}$，与q是否运动无关，与其它电荷的存在和分布无关。电力总是指电场力。电荷与电荷之间并不存在直接的力作用。当q为正电，则$\boldsymbol{F}$与$\boldsymbol{E}$同方向，q为负电时，$\boldsymbol{F}$与$\boldsymbol{E}$反方向。

（3）一定的电荷分布，联系着一定的静电场。

由库仑定律可知：

一个点电荷q的电场，其场强公式为：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0$$

由迭加原理可知：

一个点电荷产生的电场，并不因其它电荷的存在而改变，从而保证了电荷系产生的场强应是系统中各点电荷单独产生的场强的矢量和：

$$\boldsymbol{E}=\sum_i \boldsymbol{E}_i=\sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_i}{r_i^2}\boldsymbol{r}_i^0$$

具体计算时，应用解析方法：

$$\begin{cases} E_x=\sum E_{xi} \\ E_y=\sum\limits_i E_{yi} \\ E_z=\sum\limits_i E_{zi} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{E}=E_x\boldsymbol{i}+E_y\boldsymbol{j}+E_z\boldsymbol{k}$$

（4）对静电力的研究，引入静电场概念后可分为两个部分：一定的电荷系统产生一定的电场，即电场与源的关系问题；另一部分就是电场对电荷的力作用问题。

注意：静电荷与自身产生的电场发生的力作用恒为零，同其它电荷产生的电场才有力效应。

3．高斯定理

电场$\boldsymbol{E}$通过任一封闭曲面的通量，即$\boldsymbol{E}$对该曲面的积分$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}$，等于$\frac{1}{\varepsilon_0}$乘以该曲面所包围的总电荷量。

$$\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

高斯定理是静电场的基本定理，它表明静电场是有源场。电力线在没有电荷的区域总是连续的，只有电荷可中断它，电荷是电力线的源。但它并不是独立于库仑定律的另一条定律，而是库仑定律（特别是平方反比律）在引入电场概念后的直接结果。

应用须知：

（1）规定面积元$d\boldsymbol{S}$的方向，为曲面元法线并指向封闭曲面外的方向，电力线穿出封闭面对电通量贡献为正，进入封闭面对电通量贡献为负。这样，电通量同曲面包围的电量一样，可进行代数运算。电力线穿越封闭面时，一进一出对电通量的贡献恒为零，只有在封闭面内中断的电力线才对电通量有贡献。

（2）$\boldsymbol{E}$指曲面上$d\boldsymbol{S}$处的场强。它应是曲面内外所有电荷的合场强。不能理解为仅是曲面所包围电荷产生的场强。

（3）高斯定理对静电场是普遍适用的。但仅对电荷分布具有空间对称性的电荷系统，才能用此定理计算场强。即利用电荷分布的空间对称性，确定电场强度$\boldsymbol{E}$的空间对称性，画出电力线的具体形状。根据电力线的形状，选择适当的高斯闭合面。利用对称性，电通量$\Phi=\oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}$用代数方法可简单算出。最后由高斯定理找到$E$与电荷分布的关系式。

4．环流定理

在静电场中，对于一切联结固定点O、P的路径，$\int_O^P \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$的值相同。或者，$\boldsymbol{E}$沿场中任意闭合回路$l$的环流为零：

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=0$$

此定理表明，静电场与重力场相似，是保守场。电荷在静电场中移动，电力要作功，此功与电荷移动的路径无关，仅与电荷的初、终点位置有关。它反映了静电场对电荷的电力作功性质。但环流定理并非独立于库仑定律的另一条定理，它是库仑定律和引入电场概念后（特别是点电荷电场的各向同性）的直接结果。

5．电势

（1）电势能　电荷与静电场作为一个系统，具有电势能。电荷处在电场中不同位置，具有不同的电势能。

当电荷q由O点移至P点，则静电力（即系统内力）作功$A_{O\to P}=\int_O^P q\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$应等于电势能增量的负值，

$$A_{O\to P}=\int_O^P q\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=-(W_P-W_O)$$

则电荷q在P点处，系统的电势能

$$W_P=W_O-\int_O^P q\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=W_0+\int_P^O q\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

今选择O点为系统的零势能点：$W_O=0$，电荷q在P点的电势能：

$$W_P=\int_P^O q\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

（2）电势

静电场中P点的电势定义：

$$U_P=\frac{W_P}{q}=\int_P^O \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

相应规定了O点为静电场的电势零点。

应用须知：

（1）电场中给定点的电势，表示单位正电荷在给定点所具有的电势能。电势在数值上等于单位正电荷由给定点P移至零电势O处时电场力所作的功。

电势是标量，它反映电场本身的性质，与试验电荷q无关。q改变，W_P随之改变，但$\frac{W_P}{q}$保持不变。

电势是从电场力作功这一角度反映静电场性质的基本物理量，也是环流定理（即保守场）的必然结果。

（2）电势仅有相对的意义。整个空间各点的电势的大小与正负，与零电势点O的选择有关。而两点间的电势差是绝对的，即与零电势点的选择无关。电场中P_1与P_2两点的电势差：

$$U_{P1}-U_{P2}=\int_{P_1}^{P_2}\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

（3）电势的迭加原理

选定零电势点后，一个点电荷产生的电势分布，与其它电荷的存在无关。从而保证了一个电荷系统产生的电场在给定点P的电势U_P，应等于系统中各点电荷q_i单独产生的电场在给定点P的电势U_{Pi}的代数和：

$$U_P=\sum_i U_{Pi}$$

若选定无穷远处为电势零点，则：

点电荷的电势 $$U_{Pi}=\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

电荷系的电势 $$U_P=\sum_i\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

（4）在静电场中，静止电荷在电场力作用下，总是由电势能高的地方移动到电势能低的地方。

但因存在两种电荷，故正电荷应由电势高的地方移到电势低的地方；而负电荷则相反，应由电势低的地方，移到电势高的地方。

6．场强与电势的关系

场强在某一方向的分量，等于电势梯度在该方向分量的负值，即：

$$E_l=-\frac{\partial U}{\partial l}$$

$$\boldsymbol{E}=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$$

7．电力线的基本性质

（1）由高斯定理可知，电力线由正电荷发出，终止于负电荷。在没有电荷的区域，电力线连续而不会中断。

（2）由环流定理可知，静电场的电力线是不闭合的。

（3）电力线与等势面垂直，电力线方向总是指向电势降落的方向。电势相等的空间区域，不存在电力线。

（4）能用电力线描绘电场的基本性质，是平方反比律（或高斯定理）的结果。

三、解题示范

一个半径为R，电荷面密度为σ的均匀带电圆盘。试求：圆盘边缘任一点A与中心O处的电势U_A，U_O与电场强度$\boldsymbol{E}_A$，$\boldsymbol{E}_O$。

解：

1．电势计算：

选$U(\infty)=0$，根据电势迭加原理：

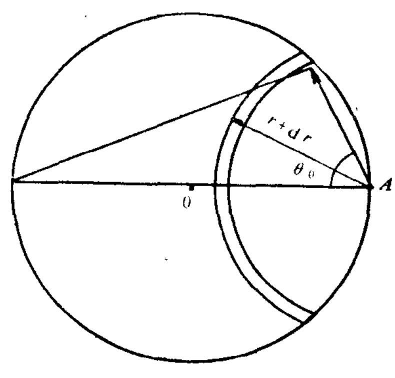


图 9-1

（1）　$U_A=\int\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

电荷元$\mathrm{d}q$的选择对积分计算影响很大，此处取与A点有相同距离r的电荷作电荷元，即选以A为中心，半径为r及$r+\mathrm{d}r$之间圆弧带上的电荷作电荷元。

$$\mathrm{d}q=\sigma\cdot\mathrm{d}S=\sigma\cdot 2r\theta_0\mathrm{d}r$$

$$U_A=\int\frac{2\sigma r\theta_0}{4\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{2R}\theta_0\mathrm{d}r$$

由于　$r=2R\cos\theta_0$

$\mathrm{d}r=2R(-\sin\theta_0)\mathrm{d}\theta_0$代入积分得：

$$U_A=\frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}\int_{\pi/2}^{0}-\theta_0\sin\theta_0 d\theta_0$$

$$=\frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}(\sin\theta_0-\theta_0\cos\theta_0)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{\sigma R}{\pi\varepsilon_0}$$

（2） $U_O=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

取以O为中心，半径为r及$r+dr$两圆之间电荷作为电荷元，

$$dq=\sigma dS=\sigma\cdot 2\pi r dr$$

$$U_O=\int\frac{\sigma\cdot 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R dr=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

可见：带电圆盘上各点的电势不等，中心处电势最高，向边缘降落，$U_A=\frac{2U_O}{\pi}$。在圆盘平面内，存在一个向外的电场分量，若圆盘是一个导体的话，均匀带电必破坏静电平衡条件，电荷将自动地向边缘散开直至圆盘等势为止。

2．电场计算

$\boldsymbol{E}_A=\int d\boldsymbol{E}_A$，其中$d\boldsymbol{E}_A=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}^0$，矢量$\boldsymbol{E}_A$的计算，要求矢量积分，往往利用电荷分布的对称性使问题简化。今选通过A点的直径为对称轴。则此轴两边的对称电荷元对dq_1及dq_2，在A点产生的电场强度，沿此轴的垂直方向相互抵消。$d\boldsymbol{E}_1+d\boldsymbol{E}_2$必沿对称轴方向，且有$E_A=\int 2dE_A\cos\theta$。

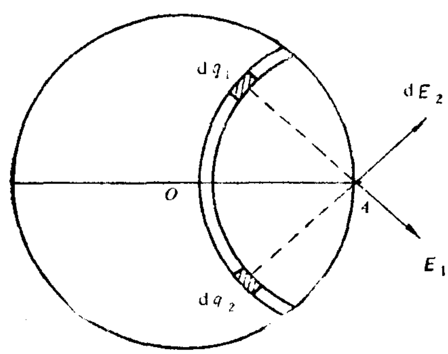


图 9-2

电荷分布	电　荷　元	对称电荷元对的电场	E_A
圆盘内 σ=常数 圆盘外 $\sigma=0$	处在$r-r+dr$ $\theta-\theta+d\theta$ 面积元 $dS=rd\theta dr$ $dq=\sigma dS=\sigma rd\theta dr$	$2\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$	方向沿半径向外

计算：$E_A=\int 2\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta=\dfrac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{2R}\dfrac{dr}{r}\int_0^{\theta_0}\cos\theta d\theta$

$$=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{2R}\sin\theta_0\frac{dr}{r}$$

由于　　$r=2R\cos\theta_0$，$dr=-2R\sin\theta_0 d\theta_0$

代入：

$$E_A=-\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_{\pi/2}^{0}\frac{\sin^2\theta_0}{\cos\theta_0}d\theta_0=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\left(\frac{1}{\cos\theta_0}-\cos\theta_0\right)d\theta_0$$

$$=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}[\ln|\sec\theta_0+\mathrm{tg}\theta_0|-\sin\theta_0]\Big|_0^{\pi/2}$$

$$=\infty$$

（注：我们讨论的是一个无限薄的带电体，由于电荷体密度 $\rho=\dfrac{dq}{dV}=\infty$，故在边缘处有∞的电场强度。但实际问题中，不可能存在无限大的电场强度，这时需要考虑带电体的厚度，不能当作无限薄的带电体）。

对 O 点：电荷分布的对称性，由高斯定理：E_0 仅在通过中心的垂直方向有 $E_0=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，

而 $E_r(0)=0$，在圆盘平面内电势有极大值 $\dfrac{\partial U(r)}{\partial r}=0$。

四、习题与解答

9-1　（1）电荷在电场中某点受到的电场力很大，该点的电场强度是否也一定很大？

（2）如果把质量为 m 的点电荷 q 放在任一电场中，由静止状态释放，该点电荷是否一定沿着电力线运动？

（3）有一个带正电荷的金属球，其附近某点的场强为 E_1。今在该点放一个带正电的点电荷 q_1，设测得 q_1 所受的力为 $\boldsymbol{F}_1$，试问 $\dfrac{F_1}{q_1}$ 是大于、等于还是小于该点的场强 E_1？如果在该点放一个带负电的点电荷 $-q_2$，设测得 $-q_2$ 所受的力为 $\boldsymbol{F}_2$，试问 $\dfrac{F_2}{q_2}$ 是大于、等于还是小于该点的场强 E_1？

如果金属球是带负电荷的，又如何？

（4）点电荷的场强公式为

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

当所考察的场点和点电荷 q 的距离 $r\to0$ 时，则按上列公式场强 $E\to\infty$，但这是没有物理意义的。对这似是而非的问题应如何解释？

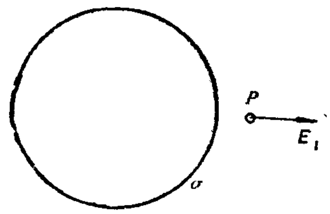
答：

（1）不一定。由 $\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}$ 可知，场强 $\boldsymbol{E}$ 的大小并不是决定电场力 $\boldsymbol{F}$ 大小的唯一因素，电场力 $\boldsymbol{F}$ 的大小还决定于电荷电量 q 的大小。

（2）不一定。电力线仅指电荷受力方向。当电力线成为电荷运动轨迹时，电力线的

切线方向才表示电荷的速度方向。

当不存在非静电力时，只有当电力线是直线且电荷初速v_0与电力线平行的情况下，电力$\boldsymbol{F}$的方向才与速度 $\boldsymbol{v}$ 方向一致（同向或反向），电力线才可能成为电荷运动轨迹。



题 9-1 图

当电力线是曲线时，如电荷运动轨迹是电力线，作曲线运动质点一定需要有法向力，电场力只能提供切向力，不能提供法向力，因此电力线不可能成为电荷运动的轨迹。

（3）导体表面附近P点（导体外紧靠导体表面）的场强$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$，它取决于导体表面的电荷面密度$\sigma$。

而$\boldsymbol{E}_1'=\frac{\boldsymbol{F}_1}{q_1}$是引入电荷$q_1$后探测到的金属球产生的场强。全部问题是引入电荷$q_1$前后，$P$点附近的导体表面的电荷面密度$\sigma$是否改变。

由静电感应现象可知，电荷面密度σ一定会改变，$E_1'\neq E_1$，即q_1在导体内产生电场。为维持导体静电平衡条件，必须依靠导体电荷的重新分布，用以抵消q_1在导体内产生的电场。

结论（若$|q_1|$不很大，σ符号不变）：

		带电金属球	
		带正电	带负电
电荷q_1	正　电	$E_1'<E_1$	$E_1'>E_1$
	负　电	$E_1'>E_1$	$E_1'<E_1$

（4）解释：$r\to 0$时，$E\to\infty$是没有物理意义的。因为一个物理量总是可观测量，可为实验测量所检验。但一个大小为无穷大的物理量，是不能测量的，而且不能为实验测量所检验，因而没有物理意义。

为此，对点电荷场强公式$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$的理论可能解释有二条：第一，严格意义的点电荷是不存在的（公式是正确的）。带电粒子应该是有内部电结构的；第二，点电荷是存在的，公式有其应用范围。当$r\to 0$时，点电荷电场公式应有新的更精确的形式。

这两种可能性，在电磁学发展的历史上，都曾大力探讨过。

9-2　（1）有一个孤立金属球，带有正电荷Q_1，在球外离球心距离为r的一点处，场强为$\boldsymbol{E}_1$。另有一个孤立金属球，带有负电荷$-Q_2$，在球外离球心距离为r的一点处，场强为$\boldsymbol{E}_2$。这两个球原来彼此相隔无限远，现在把它们相互移近，使两球球心间距为$2r$。

有人说，根据场强迭加原理，在球心连线中点处的场强$\boldsymbol{E}$，等于两球各自产生场强的矢量和，因此在量值上得到$E=E_1+E_2$。对此结论，你认为如何？

（2）怎样理解场强迭加原理？

答：

（1）不对。在两金属球互相接近过程中，产生静电感应现象，即一金属球在另一金属球内产生越来越强的场强。为维持静电平衡条件，就得使二金属球的电荷不断发生重新分布。因此，二球球心相距$2r$及∞时，二球电荷有不同的分布，二球各自在离球心r处产生不同的场强E。

迭加原理是正确的，$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$，但$E_1$与$E_2$应是在相距$2r$时两球各自产生的场强，不应是相距$\infty$时各自产生的场强。

（2）电场迭加原理是指：一个电荷产生的电场，不因其它电荷的存在而发生改变。这样，一个带电金属球产生的电场，不因另一个带电金属球的存在而发生改变。这句话是在保持带电金属球的电荷分布不变的条件下，才为电场迭加原理所预测的。实际上，对带电导体来说，另一个带电金属球的出现，将改变其电荷分布，从而改变了金属球的电场。因此，这种现象与电场迭加原理并不矛盾。

9-3 两个点电荷在真空中相距$d_1=7.00\text{cm}$时的相互作用力，与在煤油中相距$d_2=5.00\text{cm}$时的相互作用力相等。求煤油的相对介电系数。

解：$\because f_{真空}=f_{煤油}$，由库仑定律

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q_1q_2}{d_1^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q_1q_2}{\varepsilon_r d_2^2}$$

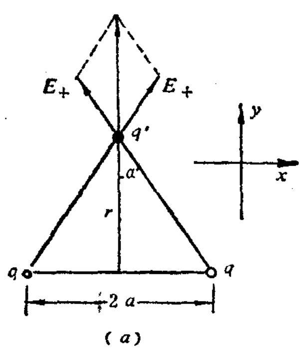
$$\therefore\quad \varepsilon_r=\frac{d_1^2}{d_2^2}=\frac{49.0}{25.0}=1.96$$

9-4 两个电量都是$+q$的点电荷，相距$2a$，连线的中点为O。今在它们连线的垂直平分线上放另一点电荷q'，q'与O点相距r。

（1）求q'所受的力；

（2）q'放在哪一点时，所受的力最大？

（3）若q'在所放的位置上从静止释放，任其自己运动，问q'将如何运动？试分别讨论q'与q同号或异号两种情况。



题 9-4(a) 图

解：

（1）q'所受电场力$\boldsymbol{F}=q'\boldsymbol{E}$，它取决于其它电荷产生的电场$\boldsymbol{E}$。

由q产生的电场强度

$$E_+=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{q}{(r^2+a^2)}$$

方向如图所示。

由迭加原理：

$$E_x=0$$

$$E_y=2E_+\cos\alpha=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{r}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

故q'所受电场力 $$\boldsymbol{F}=\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{r}{(r^2+a^2)^{3/2}}\cdot\boldsymbol{j}$$

（2）求极值，令$\mathrm{d}F/\mathrm{d}r=0$

可得 $$r=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$$

处，力有极大值

$$F_{\max}=\pm\frac{qq'}{3\sqrt{3}\,\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{a^2}$$

（3）q'的运动情况，取决于初始条件与所受外力。

电场力

$$\boldsymbol{F}=\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{r}{(r^2+a^2)^{3/2}}\cdot\boldsymbol{j}$$

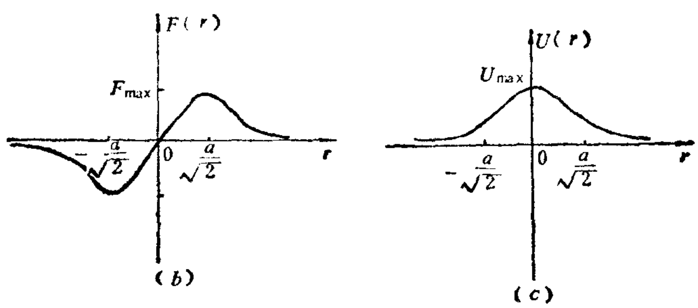
$$F_{\max}=\frac{qq'}{3\sqrt{3}\,\pi\varepsilon_0 a^2}$$

故电势能

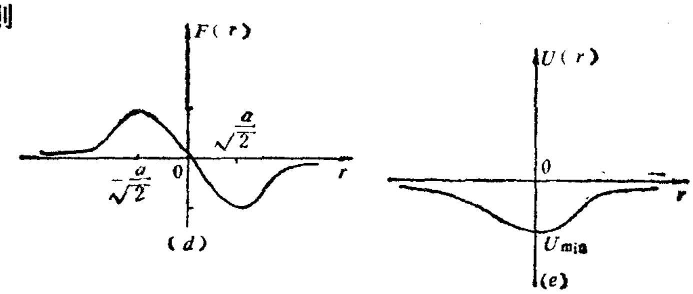
$$W(r)=\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}$$

$$|W_{\max}|=|W_{\min}|=\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

若$q'>0$，则



若$q'<0$，则



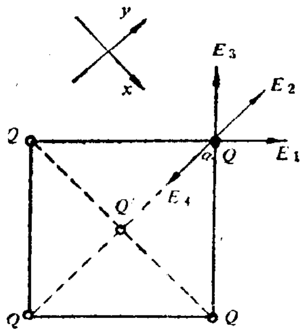
题 9-4(b)(c)(d)(e) 图

由图可知，若q'为正电，从静止释放后将沿中垂线加速移动到无穷远处。若q'为负电，则从静止释放后将返回0点，且作往复振动。

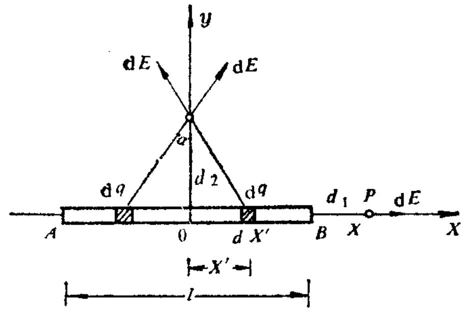
9-5 有四个点电荷，电量都是$+Q$，分别放在正方形的四个顶点。

（1）在这正方形的中心放一个怎么样的点电荷Q'，才能使每个电荷都达到平衡？

（2）这样的平衡与正方形的边长有无关系？这样的平衡是稳定的平衡还是不稳定平衡？



题 9-5 图



题 9-6 图

解：（1）所谓平衡，是指每个电荷所受合电场力为零，即每个电荷所在点的合场强为零。由对称性可知，Q'所在点的场强必为零，但仅讨论任一点Q所在点的电场即可。

如图所示，由平衡条件

$$E_x=E_1\cos\alpha-E_3\sin\alpha=0$$

$$E_y=E_1\sin\alpha+E_3\cos\alpha+E_2+E_4=0$$

其中

$$E_3=E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q}{l^2}$$

$$E_4=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q'}{(l/\sqrt{2})^2}=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q'}{l^2}$$

$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q}{(\sqrt{2}\,l)^2}=\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\ \frac{Q}{l^2}$$

代入后解得

$$Q'=-\frac{2\sqrt{2}+1}{4}Q$$

（2）平衡条件与边长l无关。所谓稳定平衡，指当电荷系统稍受干扰而偏离平衡位置时，就会在力的作用下返回平衡位置，这种平衡叫稳定平衡。若偏离平衡位置后，各电荷所受电场力是继续扩大对平衡位置的偏离，就叫非稳定平衡。实际上，不可能建立一个静电场，它使电荷约束在无物的空间里保持稳定平衡。本题中的情况也不例外。

9-6 长$l=15.0\text{cm}$的直导线AB上，设想均匀地分布着线密度$\lambda=5.00\times10^{-9}\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$的正电荷（如题9-6图）。求：

（1）在导线的延长线上与导线B端相距$d_1=5.0\text{cm}$处的P点的场强；

（2）在导线的垂直平分线上与导线中点相距$d_2=5.0\text{cm}$处的Q点的场强。

解：

（1）把AB带电体看作点电荷系统，取电荷元$\mathrm{d}q=\lambda\cdot\mathrm{d}x'$，则在$P$点产生的电场为

$$\mathrm{d}E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\mathrm{d}q}{(x-x')^2}$$

并沿x方向。

由迭加原理，P点的场强

$$E=\int \mathrm{d}E=\int_{-l/2}^{l/2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\mathrm{d}x'}{(x-x')^2}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(x-x')}\Bigg|_{-l/2}^{l/2}\right]$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x-\frac{l}{2}}-\frac{1}{x+\frac{l}{2}}\right]=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{l}{x^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

令P点处 $x=d_1+\frac{l}{2}$，代入：

$$E_P=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{l}{d_1(l+d_1)}=9\times10^9\times5\times10^{-9}\times\frac{15\times10^{-2}}{5\times10^{-2}\times20\times10^{-2}}$$

$$=6.75\times10^2\quad \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

（2）由电荷分布的对称性，在0点两侧对称地取两个电荷元$\mathrm{d}q$，则在Q点的合场强：

$$\begin{cases}\mathrm{d}E_x=0\\ \mathrm{d}E_y=2\mathrm{d}E\cos\alpha\end{cases}$$

式中

$$\mathrm{d}E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{dq}{(x'^2+y^2)},\quad \cos\alpha=\frac{y}{\sqrt{(x'^2+y^2)}}$$

故AB带电棒在Q点的合场强为

$$E_x=0$$

$$E_y=\int \mathrm{d}E_y=\int_0^{l/2}2\times\frac{y}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\lambda\cdot \mathrm{d}x'}{(x'^2+y^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\lambda y}{2\pi\varepsilon_0}\ \frac{x'}{y^2\sqrt{x'^2+y^2}}\Bigg|_0^{l/2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{l}{y\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+y^2}}$$

Q点处$y=d_2$，代入得

$$E_Q=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\lambda\cdot l}{d_2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+d_2{}^2}}$$

$$=9\times10^9\times5\times10^{-9}\times\frac{15\times10^{-2}}{5\times10^{-2}\times\sqrt{\left(\frac{15^2}{4}+5^2\right)\times10^{-4}}}$$

$$=1.50\times10^3\quad \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

9-7 试计算均匀带电圆环轴线上任一给定点P处的场强公式为

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

式中q为圆环所带电量，R为圆环半径，x为P点到环心的距离。

解：