

高 等 学 校 教 学 用 书

轧制过程数学模型

冶金工业出版社

轧制过程数学模型



张海龙 编著

高等 学 校 教 学 用 书

轧制过程数学模型

武汉钢铁学院 杨节 主编

冶金工业出版社

高等学校教学用书
轧制过程数学模型
武汉钢铁学院 杨节 主编

*
冶金工业出版社出版
(北京灯市口74号)
新华书店北京发行所发行
冶金工业出版社印刷厂印刷

*
850×1168 1/32 印张 9 3/4 字数256千字
1983年10月第一版 1983年10月第一次印刷
印数00,001~4,200册
统一书号：15062·4026 定价1.25元

前　　言

为了适应轧钢技术的发展，近年来，各冶金高等院校金属压力加工专业均开设了“轧制过程数学模型”课程。本教材是为该课程编写的，学时数为44左右。考虑到教学的要求和学时数的限制，教材中只编入了学习轧制过程数学模型所必不可少的基本知识与基本技能方面的一些内容。

本课程与“塑性变形与轧制理论”和“概率论与数理统计”有密切的联系，应继这两门课程之后开设。

本教材由武汉钢铁学院杨节主编。第一章由武汉钢铁学院李虎兴编写；第二章的第一节（一～三）与第一节（四）、第二节分别由北京钢铁学院余望与朱景清编写，杨节参与了第二章的编写；第三章与第四章的第三节由杨节编写；第四章的第一、二节由武汉钢铁学院黄克琴编写。

由于这是一门新课，教材在内容的取舍和深广度等方面肯定还会存在不当之处，加之编者水平所限，甚至可能出现某些错误。我们诚恳地希望读者给予批评指正。

编　　者

1982年10月

目 录

第一章 轧制过程计算机控制的数学模型	1
第一节 概述	1
一、轧制过程计算机控制的基本概念	1
二、数学模型在计算机控制中的重要性	3
三、数学模型的分类	4
四、建立数学模型的基本方法和步骤	5
第二节 能耗模型	5
一、能耗模型在计算机控制中的作用	5
二、能耗模型的理论基础	6
三、能耗模型的基本形式	8
四、建立能耗模型的试验方法	11
五、提高能耗模型精度的措施	12
第三节 压力模型	14
一、压力模型在计算机控制中的作用	14
二、压力模型的理论基础	16
三、压力模型及其研制方法	25
第四节 前滑模型	63
一、前滑模型在计算机控制中的作用	63
二、前滑模型的理论基础	64
三、前滑模型的基本形式	66
四、研制前滑模型应注意的问题	74
第二章 模型识别与参数估计的数学方法	76
第一节 识别线性模型的回归分析方法	76
一、一元线性回归方法	76
二、一元线性回归的计算方法	81
三、多元线性回归的计算方法	102
四、逐步回归方法	141
第二节 非线性模型的参数估计方法	164

一、变量变换法	165
二、多项式回归	171
三、网格法	173
四、单纯形法	175
五、Gauss-Newton法 (Taylor级数展开法)	186
六、Marquardt法.....	195
第三章 数学模型的自适应控制	207
第一节 自适应控制的必要性	207
第二节 几种主要的自适应控制算法	208
一、增长记忆递推回归	208
二、渐消记忆递推回归.....	214
三、指数平滑法	220
第四章 带钢连轧过程的数学模拟	227
第一节 概述	227
第二节 冷连轧过程的稳态综合分析方法	230
一、稳态综合分析的数学模型和基本方程组	230
二、基本方程组中的偏微分系数	238
三、基本方程组求解	247
四、影响系数的计算及稳态分析	252
五、影响系数法用于多轧程情况时的特点	264
第三节 冷连轧过程的仿真方法	268
一、过程仿真的数学模型及其计算方法.....	268
二、直接法过程仿真的基本原理	277
三、穿带过程的仿真算法	280
四、加、减速过程的仿真算法	283
五、脱尾过程的仿真计算	291
六、增量法过程仿真的基本原理	293
参考文献	303

第一章 轧制过程计算机控制的 数学模型

第一节 概 述

一、轧制过程计算机控制的基本概念

为了使连轧过程稳定，并生产出厚度在公差范围内且具有良好板形及表面质量的产品，必须根据具体的轧制条件对轧机进行正确的调整（摆辊缝和调速度），以及对过程进行实时的调节（调节辊缝和速度）。

在人工操作阶段，轧机的调整和过程的实时调节主要是凭经验进行的。由于连轧过程是非常复杂的物理过程，轧制条件和状态不断地发生变化，而且该过程又必须保持各机架间金属秒流量相等和遵从能量守恒定则，过程特性更趋复杂和难以掌握，则单凭经验操作不易达到上述要求，致使轧机的各项技术经济指标都比较低，连轧技术的进一步发展也很困难。

从三十年代起，自动调节理论和技术迅速发展，并逐步应用于连轧过程。采用的常规模拟式调节系统有速度调节系统（简称SC系统）、自动张力调节系统（简称ATC系统）、自动厚度调节系统（简称AGC系统）和自动位置调节系统（简称APC系统）等。这些自动调节系统可对连轧过程进行有效的实时调节，从而在改善过程的稳定性，提高轧机的产量、质量指标，以及简化操作和减少事故等方面都取得了明显的效果，使连轧生产和连轧技术获得了迅速发展。

从六十年代开始采用计算机控制技术以后，连轧技术获得了具有划时代意义的发展。因为，计算机不仅可对生产过程进行更有效的调节和控制，而且还可加强管理，统盘调度生产，同时还有可能采用现代控制技术（自适应控制和最优控制）、发展新的连轧技术（如阶梯带钢）和新的连轧生产方式（全连续轧制）。

等。

电子计算机具有高速、准确的运算能力、庞大的储存记忆能力和准确的逻辑判断能力，在配置有完善的程序系统（管理程序和应用程序）的条件下，就可以完成人们所设计的各种工作。将电子计算机应用于轧制过程，由它按预先制定的程序来处理和加工与过程有关的信息，对过程进行有效的监督、控制和管理，就是轧制过程的计算机控制。

计算机控制轧制过程可以分为开环控制和闭环反馈控制两种形式。

计算机的控制功能经历了几个发展阶段。在和模拟式调节系统共存的初级阶段，它只作预设定控制，而不直接参预过程调节。其后，在模拟式调节系统为计算机系统所取代的阶段，它不仅作预设定控制，而且还直接参预过程调节。近年来，随着电子计算机向低成本、小型化方向迅速发展，使直接数字控制技术（简称 DDC）大大发展，同时也出现了运行稳定、高性能和大容量的大型电子计算机，陆续出现了如图 1-1 所示的多种分级控制系统，使控制功能进一步扩大和完善，实现了计算机综合控制。其主要的控制功能有：（1）设定及最优控制；（2）自适应控制；（3）直接数字控制；（4）程序控制（操作自动化）；（5）制表显示；（6）其它。

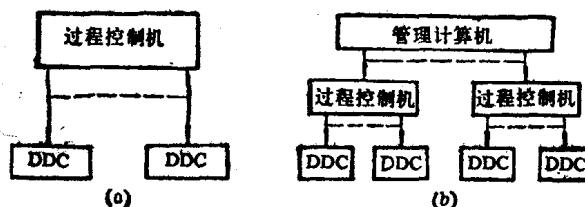


图 1-1 计算机分级控制系统
(a) 两级, (b) 三级

由于实现了计算机综合控制，现代化的五、六机座冷连轧机的轧制速度已分别达到30~40米/秒以上，卷重可达60吨，年产量

已超过150万吨，升降速阶段和稳定轧制阶段的厚差可分别控制在±0.01和±0.004毫米的水平，头部超差长度大大缩短（30米），板形也有一定程度的改善。

二、数学模型在计算机控制中的重要性

计算机控制系统由计算机系统（硬件和软件）、调节系统和检测仪表所组成，各个系统的质量优劣都影响控制效果。但目前一般认为软件系统（主要指数学模型）是影响计算机控制效果的关键因素。

以最基本的控制功能——设定控制为例，如图1-2所示，计算机首先根据累计分配系数 ζ_i （通过能耗 E 或轧制压力 P 等公式）进行负荷分配，即确定出各架的出口厚度 h_i ，继之根据流量方程、

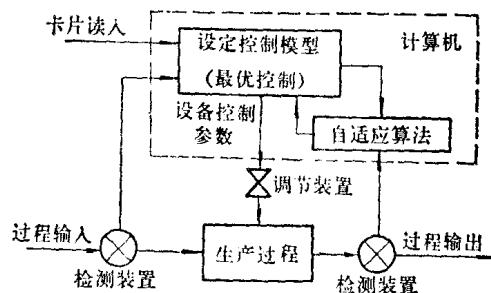


图 1-2 设定控制模型框图

弹跳方程和给定的张力制度计算出各架的轧辊速度 v_i 和辊缝 S_i 。在计算过程中要分别用到前滑 S_b 、轧制压力 P 等公式。计算机计算出 v_i 和 S_i 以后，输出给调节装置（或DDC计算机），以对轧机进行调整。上述的负荷分配，相当于人工操作时的制订压下制度，对轧机产量的高低、产品质量的优劣、调整的难易和事故的多少等均有重要影响。目前，累计分配系数 ζ_i 大都是根据统计规律确定的，因此，负荷分配只能说是可行的，而不一定是最佳的。为了提高负荷分配的品质，最优分配技术得到了迅速发展。轧制过程能否按设定状态进行，取决于设备控制参数 v_i 和

S_i 的设定精度，而设定精度又取决于所选定的 P 、 S_i 等公式的计算精度。设定精度对轧机的产量、产品的质量和成本等项指标有决定性的影响，同时对调节装置的工作条件，需要人工干预的程度以及事故的多少也有重要影响。

通常，将描述生产过程某些内在规律的数学表达式（或表格）称作数学模型。根据被控对象范围的不同，数学模型可以是一个单一的公式，如前滑模型、能耗模型和压力模型等等，也可以是有机结合的一组公式，如上述的设定模型。

由于设定控制的精度主要取决于数学模型的预报精度。因此，数学模型在计算机控制系统中具有十分重要的地位。

应当指出，近年来发展起来的自适应控制技术对提高数学模型的预报精度起着很大的作用。为此，也要求数学模型应具有便于实现自适应控制的结构形式。

三、数学模型的分类

数学模型有多种分类方法，且各有利弊，现根据其建立方法分作以下几类：

1. 理论型 根据实际过程的机理，即根据其内在规律通过理论解析方法建立的模型叫理论型模型。这类模型在过程的机理比较清楚的条件下，容易考虑多种因素的影响，且其结构严谨，物理概念清晰。但它的结构通常比较繁杂，计算工作量大，尤其在过程的机理尚不十分清楚时，往往要作多种假设，从而影响其精度，故在工程上较少使用。

2. 统计型 这种模型完全是指根据实际过程的统计规律建立的。通常，为了使模型的结构简单，只是考虑主要过程参数间的相关关系。因此，这类模型一般结构都比较简单，且能保证控制精度。尤其在过程比较复杂，机理又不十分清楚的条件下，建立这类模型最为适宜。但是，它具有较强的条件性，不便推广使用，特别是当生产条件经常变更时更为不便。

3. 理论-统计型 利用理论模型的结构形式，并根据生产数据估计其中的参数建立的模型叫理论-统计型模型。它兼有以上

两类模型的优点，并可以有效地克服它们的缺点，故在工程上得到广泛采用。

四、建立数学模型的基本方法和步骤

1. 确定最佳的试验方案和方法 由于工程技术问题均具有很强的工艺性，因此除少数试验不得不在试验室进行外，应特别重视生产性试验。

为了节省人力、物力，缩短试验周期，便于数据加工，用尽可能少的试验取得足够多的有效数据，并尽可能扩大模型的使用范围和增加模型的稳定性，必须全面考虑影响目标量的各种因素，在变量较多的情况下，有必要采用回归设计的方法制订最优的试验方案。

在进行试验时，必须配置性能稳定，具有一定精度的检测装置，而且要严格保持试验条件稳定，精心操作，详细记录。对所获得的试验数据应正确地判断、筛选和分析，最终整理出图表。

2. 确定合理的模型结构 模型的结构反映着实际过程的内在规律，对试验数据的拟合精度有着本质的影响。

正确地确定模型结构，有赖于对实际过程规律的深刻掌握。为此应作出试验数据的散点图。

3. 确定模型中的最佳参数 目前广泛采用基于最小二乘识别的回归分析方法来确定模型中的最佳参数。

4. 试验验证 模型建立以后，能否与实际过程吻合，还需进行重复试验，确认后才能交付使用。同时，在使用过程中仍需根据实际的控制效果不断对模型进行校核和修正，使之逐步完善。

第二节 能耗模型

一、能耗模型在计算机控制中的作用

在轧制过程中，单位重量（或体积）的轧件产生一定变形所消耗的功量称作能耗 E 。它是各类轧机最重要的工艺参数之一，被广泛用来选取电机容量、制订并分析、改进工艺制度，以进一

步合理地扩大产品范围和发挥设备潜力。

在计算机控制技术中，能耗模型的主要作用是用来进行负荷分配，它是最重要的控制模型之一。此外，在设定计算中，还可以通过它计算轧制功率 W 和轧制力矩 M ，进行电机容量和机械设备强度的核算；在某些情况下还可以将能耗 E 作为状态参量建立其它模型，如西德AEG公司的轧制压力模型 $P=f(E, h)$ 就是将 E 作为自变量引入的，式中的 h 为机座出口厚度；在最优控制技术中，可以直接用来进行最佳功率分配等。

二、能耗模型的理论基础

轧制功理论是研究能耗模型的理论基础。

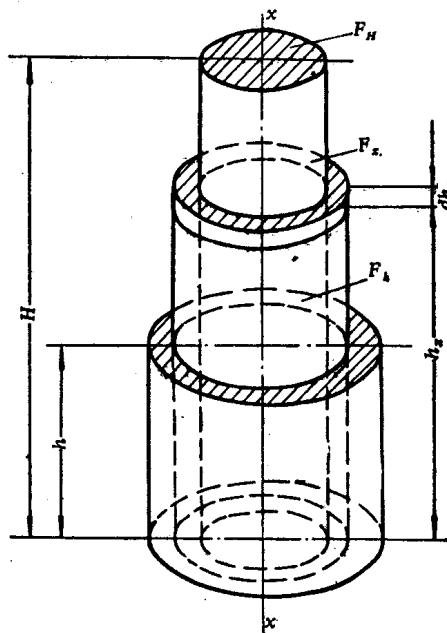


图 1-3 圆柱体塑压模型

轧制功 A 可通过图 1-3 所示的塑压模型导出。任一瞬时变形功的增量 dA 为：

$$dA = p F_s d h_s \quad (1-1)$$

式中 p ——单位压力；

F_x, dh_x —— x 点处的截面积和厚度的变化量。

试件由 H 压缩到 h 所消耗的总功量为

$$A = - \int_H^h p F_x dh_x \quad (1-2)$$

式中的负号表示是压缩变形。根据体积不变定律，以 V 表示变形体的体积，则有如下关系：

$$F_x = \frac{V}{h_x} \quad (1-3)$$

若假定在整个压缩过程中 p 为一常量，并以平均单位压力 \bar{p} 代之，则扩及到忽略宽展、不带张力条件下的轧制过程，其轧制功 A 为：

$$A = - \int_H^h \bar{p} V \frac{dh_x}{h_x} = \bar{p} V \int_h^H \frac{dh_x}{h_x} = \bar{p} V \ln \frac{H}{h} \quad (1-4)$$

根据能耗 E 的定义，可导出其表达式：

$$E = \frac{A}{V} = \bar{p} \ln \frac{H}{h} \quad (1-5)$$

虽然公式(1-5)在推导过程中没有考虑加工硬化和摩擦的影响，也没有考虑弹性变形功的影响，但是它仍具有十分重要的意义。对于能耗这样一个复杂的轧制过程工艺参数，式(1-5)结构简单，概念十分清晰，即在一定条件下，能耗 E 只与平均单位压力 \bar{p} 和对数变形量 $\ln \frac{H}{h}$ 有关。在一定条件下，凡是影响平均单位压力 \bar{p} 的因素都将对能耗 E 产生影响，而若将式(1-5)中的 \bar{p} 视作常量，则 E 和 $\ln \frac{H}{h}$ 呈线性关系。

但是，由于 \bar{p} 受一系列因素的影响，计算式一般均较繁杂。同时，电机的输出功率是其转矩 M 和转速 N 的乘积，而 M 又受很多因素的影响，在公式中也没有反映出来。因此，式(1-5)难以用于工程计算。所以，工程上使用的能耗 E 的数值大多是以实测数据绘制的能耗曲线为依据的。常用的形式有以下两种：

$$E = F(h) \quad (1-6)$$

$$E = F(\lambda) \quad (1-7)$$

其中的自变量出口厚度 h 和轧件的延伸率 λ 也可取对数形式。

能耗曲线都是在特定的轧件材质、规格、轧机和轴承的类型、辊径及辊面状态，以及各种工艺制度条件下绘制的，即自变量 h 或 λ 都是作为状态变量引入的。可见，能耗曲线具有很强的工艺条件性。所以在建立和使用能耗模型时必须注意这种条件性。

三、能耗模型的基本形式

1. 理论型模型 在 n 机架热连轧上，任一机架的轧制力矩 M_i ($i=1 \sim n$) 按下式计算：

$$M_i = 2P_i l_{hi} \quad (1-8)$$

轧制压力 P 和力臂 l_h 又可分别按下式计算：

$$P_i = \bar{P}_i B \sqrt{R_i \Delta h_i} \quad (1-9)$$

$$l_{hi} = \xi_i \sqrt{R_i \Delta h_i} \quad (1-10)$$

式中 B —— 轧件宽度；

R —— 轧辊半径；

Δh —— 压下量；

ξ —— 力臂系数。

若传动系统的机械效率以 η 表示，力矩的单位取作吨·米，轧辊圆周速度 v 的单位取作米/小时，则电机的输出功率 W 为：

$$W_i = \frac{1}{75 \times 3600} \frac{1}{\eta_i} \frac{M_i v_i}{R_i} \times 10^3 \text{ [马力]} \quad (1-11)$$

每单位时间产量 ω 所消耗的轧制功即能耗 E_i 为：

$$E_i = \frac{W_i}{\omega} = \frac{W}{\rho B_i h_i v_i} \times 10^3 \text{ [马力·小时/吨]} \quad (1-12)$$

则累计能耗 E 为：

$$E = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{0.135} \frac{\xi_i}{\rho \eta_i} \frac{\bar{P}_i \Delta h_i}{h_i} \quad (1-13)$$

在上列式子中， ρ 为轧件比重。假定 ξ_i 、 η_i 和 R_i 均为常数，

且假定能耗与轧制道次无关，坯料的变形抗力为 k ，硬化指数为 m ，某一道次的平均单位压力 \bar{p}_i 可以表示为下式的关系：

$$\bar{p} = k \left(\frac{H}{h} \right)^m \quad (1-14)$$

将以上假定条件代入式 (1-13)，则得

$$E = \frac{1}{0.135} - \frac{\xi k}{\rho \eta m} \left[\left(\frac{H}{h} \right)^m - 1 \right] = E_0 (\lambda^m - 1) \quad (1-15)$$

式中 $E_0 = \frac{1}{0.135} \frac{\xi k}{\rho \eta m}$

式 (1-15) 即著名的今井一郎公式。

2. 统计型模型 冷连轧过程十分复杂，各种材料的加工硬化特性以及润滑制度对摩擦系数的影响规律尚不能确切掌握，同时还存在张力的影响等等，所以用解析法推导能耗模型是很困难的，一般均采用统计模型。

(1) 数式化模型 常用的形式有式 (1-6) 和 (1-7) 两种。按以上两种统计相关关系作出的散点图示于图1-4和图1-5。

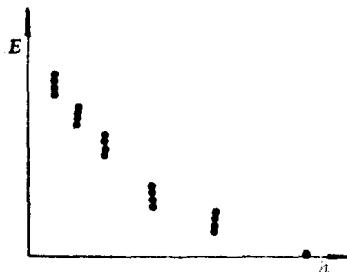


图 1-4 实测能耗数据散点图

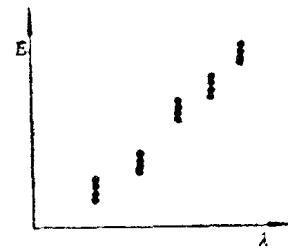


图 1-5 实测能耗数据散点图

图 1-4 可用双曲线函数拟合，形式为：

$$E = \frac{\beta_0}{\beta_1 + h} + \beta_2 \quad (1-16)$$

该式即 Beadle 模型。式中的 β_0 、 β_1 和 β_2 为待估参数。我国某厂的五机座冷连轧机轧制汽车板和镀锡板的能耗模型分别为式 (1-

17) 和 (1-18) :

$$E = \frac{49.2001}{-0.622899+h} - 19.4582 \quad (1-17)$$

$$E = \frac{87.5491}{0.285201+h} - 30.7797 \quad (1-18)$$

图1-5可用指数函数拟合,形式为

$$E = \beta_0(\lambda-1)^{\beta_1} \quad (1-19)$$

同样,式中的 β_0 和 β_1 亦为待估参数。

(2) 表格化模型 表格法是计算机控制技术中常用的一种模型结构形式。利用计算机自动采样、快速运算和自动填表的功能,建立这种形式的模型比较方便,尤其对新投产的轧机更为适宜。但是,在进行预报时需调用内插程序,计算时间较长,而且精度也较低。

受模型形式的限制,自变量最多只允许有两个。因此,在选取自变量时必须选取最主要的影响因素,而且是作为状态参量引入的。如某厂根据材料等级、坯料厚度 H 和出口厚度 h 建立的表格化模型示于表1-1。

表 1-1

	H_1 ----- H_n
h_1	
h_m	$E_{\text{累计}}$

(3) 标准化模型 如前所述,由于能耗模型有很强的条件性,即使在同一设备上也要根据不同的材质和规格分别建立模型,这是很不方便的。如对式(1-16),即Beadle模型而言,因