



机械科学与工程研究生系列教材

# 实用机械可靠性设计 理论与方法

孙志礼 陈良玉 编著



 科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

机械科学与工程研究生系列教材

# 实用机械可靠性设计理论与方法

孙志礼 陈良玉 编著

科学出版社  
北京

## 内 容 提 要

本书从工程实用角度出发，全面系统地介绍了机械可靠性设计的理论及方法。内容包括：可靠性试验及数据的处理方法、概率法机械设计、截尾分布理论及其应用、概率有限元法及其应用、模糊可靠性计算方法、机构运动可靠性分析、机械系统可靠性预计。

本书可供从事机械产品设计、制造、试验、使用及管理的工程技术人员研究参考，同时也可作为研究生及高年级本科生的教材和参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

实用机械可靠性设计理论与方法/孙志礼，陈良玉 编著. -北京：  
科学出版社，2003.7  
(机械科学与工程研究生系列教材)  
ISBN 7-03-011431-0

I. 实… II. ①孙… ②陈… III. 机械设计-结构可靠性-研究生  
-教材 IV. TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 032778 号

策划编辑：段博原/文案编辑：邱 瑞 贾瑞娜/责任校对：钟 洋  
责任印制：刘秀平/封面设计：陈 敏

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

瑞源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2003年7月第 一 版 开本：B5 (720 × 1000)

2003年7月第一次印刷 印张：20 3/4

印数：1—3 000 字数：320 000

定价：30.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换（坏伟）)

## 前　　言

可靠性是产品的四大质量指标(性能、可靠性、经济性和安全性)之一，是反映产品动态质量的指标。在现代生产中，可靠性技术已贯穿到产品的开发、设计、制造、试验、使用、运输、保管及维修保养等所有环节中，统称为可靠性工程。

随着科学技术的不断进步，对高科技产品、大型设备及超大型设备的性能、精度、复杂性要求越来越高，因此充分利用先进的科学技术(包括可靠性技术在内)就成为必然趋势。人们对产品质量有了更高的要求，同时分析问题的方法和手段也更加精确和先进，这就为可靠性的广泛应用提供了良好的内、外部环境。高可靠性的产品在国际市场的竞争中更有优势，这已成为人们的共识。

在我国加入WTO之后，国内企业及其产品进入国际市场已成为必然趋势。参与国际市场的竞争，产品质量就显得尤为重要。可靠性学科就是定量地研究产品动态质量并解决产品动态质量问题的一门工程学科。它对推动产品设计、分析的现代化提供了必要的理论基础和方法。可靠性学科从诞生至今已有近50年的历史。目前，可靠性学科广泛应用于国民经济的各个领域。在欧美及日本等发达国家，上至高层管理者、工程技术人员，下到普通工人都非常重视可靠性工作。企业经常开办不同层次的可靠性培训班。在美国，有专门的可靠性工程师这一技术职称。由此可见，可靠性工程在保证产品质量方面是非常重要的。

可靠性学科的诞生、发展和成熟的过程主要是以电子产品可靠性技术为先导的。随着电子产品可靠性的提高，机械产品的可靠性问题就变得非常突出。因而，机械可靠性日益受到人们的普遍重视。机械可靠性设计与电子可靠性设计相比，起步较晚，而且机械产品又有自己本身的特点，不能完全照搬电子产品的可靠性技术。

本书比较系统地介绍了机械可靠性工程的知识，详细论述了机械可靠性设计与分析的理论和方法。尤其以工程实用为目的，列举了大量的工程应用实例，为机械可靠性的应用和深入研究提供了一本较好的参考书。

全书共分8章。其中第1章、第3章、第4章、第6章、第7章由孙志礼编写；第2章、第5章、第8章由陈良玉编写。

本书是作者在近20年的教学和科学的研究工作中研究成果的浓缩，同时也包含了作者指导的硕士、博士研究生所做的研究成果；同时，本书得到东北大学机械工程与自动化学院科学著作与研究生教材出版基金资助；在此向他们表示衷心的

感谢。

由于作者的水平、经验及时间所限，书中难免有疏漏之处，热忱欢迎读者批评、指正。

作 者

2003年2月

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 绪论</b>	1
1.1 研究可靠性的重要意义	1
1.2 机械可靠性学科发展历史回顾	2
1.3 可靠性学科研究的范畴	3
1.4 可靠性定义及其特征量	4
1.4.1 可靠性的定义	4
1.4.2 可靠性的特征量	5
1.5 可靠性中常用的概率分布	9
<b>第 2 章 可靠性试验及数据处理方法</b>	12
2.1 可靠性试验及分类	12
2.1.1 按试验场所分类	12
2.1.2 按试验截止情况分类	12
2.2 分布类型的假设检验	13
2.2.1 $\chi^2$ 检验法	13
2.2.2 K-S 检验法	15
2.2.3 回归分析法	17
2.3 指数分布的分析法	21
2.3.1 拟合性检验	21
2.3.2 参数估计和可靠度估计	23
2.4 正态及对数正态分布的分析法	26
2.4.1 拟合性检验	27
2.4.2 完全样本的参数估计	30
2.4.3 截尾寿命试验的参数估计	31
2.4.4 可靠寿命和可靠度的估计	40
2.5 威布尔分布的分析法	45
2.5.1 拟合性检验	46
2.5.2 参数估计	48
2.5.3 可靠度和可靠寿命的估计	60
<b>第 3 章 概率法机械设计</b>	66

3.1 应力-强度模型求可靠度的方法 .....	66
3.1.1 应力-强度模型 .....	66
3.1.2 应力-强度模型求可靠度的一般公式 .....	67
3.1.3 几种利用应力-强度模型计算可靠度的公式 .....	69
3.1.4 数值积分法计算可靠度 .....	71
3.2 可靠度的近似计算法 .....	72
3.2.1 可靠安全系数计算法 .....	72
3.2.2 随机变量函数的均值和标准差的近似计算 .....	74
3.3 概率法机械设计所需的部分数据和资料 .....	78
3.3.1 几何尺寸 .....	78
3.3.2 材料的强度特性 .....	79
3.4 静强度的概率法设计 .....	83
3.4.1 计算系数 .....	83
3.4.2 正态分布的设计法 .....	83
3.5 疲劳强度的概率法设计 .....	88
3.5.1 变应力和变载荷的类型 .....	88
3.5.2 零件的疲劳强度 .....	89
3.5.3 近似 $p$ - $S-N$ 曲线和 $3s$ - $S-N$ 曲线的绘制和可靠度的验算 .....	93
3.5.4 $3s$ - $\alpha_m$ - $\alpha_b$ 曲线绘制和可靠度验算 .....	96
3.5.5 按等效应力验算可靠度 .....	98
3.5.6 受复合应力时验算可靠度 .....	98
3.5.7 可靠度计算的应力-寿命模型 .....	103
3.5.8 非恒幅应力的疲劳可靠度计算 .....	108
3.5.9 疲劳寿命的可靠性预计 .....	113
3.5.10 齿轮和滚动轴承的可靠性设计 .....	118
<b>第4章 截尾分布理论及其应用 .....</b>	<b>129</b>
4.1 截尾分布模型 .....	129
4.1.1 概述 .....	129
4.1.2 两端截尾分布模型 .....	130
4.2 截尾点的确定 .....	134
4.3 截尾分布的应力-强度模型 .....	134
4.3.1 截尾分布的可靠度一般表达式 .....	135
4.3.2 几种常用截尾应力、截尾强度分布组合时可靠度的计算公式 .....	137
4.4 截尾分布的应力-寿命模型 .....	146
4.4.1 恒幅常应力 .....	147

4.4.2 恒幅变应力.....	148
4.5 截尾分布的非恒幅应力可靠性计算.....	158
4.5.1 规律性恒幅常应力.....	158
4.5.2 规律性恒幅变应力.....	159
4.5.3 随机常应力.....	160
4.5.4 随机应力.....	160
<b>第 5 章 概率有限元法及其应用.....</b>	<b>161</b>
5.1 概述.....	161
5.2 概率有限元法.....	162
5.3 概率有限元控制方程的建立.....	163
5.3.1 摆动概率有限元法.....	163
5.3.2 Taylor 展开概率有限元法.....	165
5.3.3 Neumann 展开 Monte-Carlo 概率有限元法.....	167
5.4 概率有限元法的计算.....	169
5.4.1 Taylor 和揆动展开概率有限元法.....	169
5.4.2 基于确定性有限元程序的概率有限元法的实现.....	172
5.5 齿轮轮齿弯曲强度的可靠度计算.....	174
5.5.1 摆动展开概率有限元法求 $E(\sigma_B)$ 、 $V(\sigma_B)$ .....	174
5.5.2 Taylor 展开概率有限元法求 $E(\sigma_B)$ 、 $V(\sigma_B)$ .....	179
5.6 齿轮弯曲强度可靠性概率有限元计算.....	181
5.6.1 计算程序系统.....	181
5.6.2 计算实例.....	182
5.6.3 摆动概率有限元法的随机小参数选择.....	186
5.6.4 Taylor 展开概率有限元法的变异系数.....	187
<b>第 6 章 模糊可靠性计算方法.....</b>	<b>189</b>
6.1 模糊集合及模糊事件的概率.....	189
6.2 模糊统计和常用的隶属函数.....	191
6.2.1 模糊统计方法.....	191
6.2.2 几种常用的戒上型隶属函数.....	192
6.2.3 几种常用的中间型隶属函数.....	193
6.3 模糊可靠度计算公式.....	194
6.3.1 论域中变量服从指数分布.....	194
6.3.2 论域中变量服从正态分布.....	195
6.3.3 论域中变量服从对数正态分布.....	196
6.3.4 论域中变量服从威布尔分布.....	197

6.4 模糊可靠度的应用及计算举例.....	199
6.4.1 模糊可靠度的应用范围.....	199
6.4.2 计算举例.....	202
6.5 最大应力和最小强度组合的模糊可靠度.....	203
<b>第7章 机构运动可靠性分析.....</b>	<b>210</b>
7.1 概述.....	210
7.1.1 研究机构运动可靠性的意义.....	210
7.1.2 机构可靠性的分类.....	210
7.1.3 机构可靠度的计算方法.....	211
7.2 机构运动可靠性基本模型及计算方法.....	212
7.2.1 机构运动可靠性的定义及影响因素.....	212
7.2.2 机构可靠性指标.....	213
7.2.3 机构可靠性通用数学模型.....	214
7.3 曲柄滑块机构运动可靠性模型.....	221
7.3.1 基本概念.....	221
7.3.2 理想状态下机构运动关系式.....	223
7.3.3 考虑横向分布原始误差时可靠性计算模型.....	225
7.3.4 考虑误差纵向分布建立可靠性计算模型.....	234
7.3.5 考虑磨损建立随时间变化的可靠性计算模型.....	237
7.4 盘形凸轮机构运动可靠性模型.....	247
7.4.1 理想情况下凸轮机构运动分析.....	247
7.4.2 考虑误差横向分布分析凸轮运动可靠性.....	249
7.4.3 同时考虑误差纵向分布分析凸轮机构运动可靠性.....	254
7.4.4 建立包含磨损的凸轮运动可靠性计算模型.....	259
7.5 机构运动可靠性模糊综合评价.....	265
7.5.1 模糊综合评判方法.....	265
7.5.2 单因素评价方法.....	266
7.5.3 判别结果转化.....	268
<b>第8章 机械系统可靠性预计.....</b>	<b>271</b>
8.1 常用系统可靠性预计模型.....	271
8.1.1 串联系统.....	271
8.1.2 并联系统.....	272
8.1.3 混联系统.....	272
8.1.4 $k/n$ 表决系统.....	273
8.2 机械系统可靠性预计模型.....	274

---

8.2.1 常用机械系统可靠性预计模型的缺陷 .....	274
8.2.2 失效模式及影响分析 .....	274
8.2.3 失效完全相关判据的通用模型 .....	276
8.3 机械传动系统可靠性计算模型 .....	288
8.4 机械系统可靠性优化设计 .....	289
8.4.1 计算实例 .....	289
8.4.2 可靠性优化设计的数学模型 .....	289
附表 .....	303
参考文献 .....	317

# 第1章 絮 论

## 1.1 研究可靠性的重要意义

随着科学技术的发展，产品质量的含义也在不断地扩充。以前产品的质量主要指产品的性能，即产品出厂时的质量，而现在产品的质量已不仅仅局限于产品性能这一指标。目前，产品质量的定义是：满足使用要求所具备的特性，即适用性<sup>[1]</sup>。这表明产品的质量首先是指产品的某种特性，这种特性反映着用户的需求。概括起来产品质量特性包括：性能、可靠性、经济性和安全性四个方面。性能是产品的技术指标，是出厂时( $t = 0$ )产品应具有的质量特性。显然，能出厂的产品就应满足性能指标；可靠性是产品出厂后( $t > 0$ )所表现出来的一种质量特性，是产品性能的延伸和扩展；经济性是在确定的性能和可靠性水平下的总成本，包括购置成本和使用成本两部分；安全性则是产品在流通和使用过程中保证安全的程度。

在上述产品质量特性所包含的四个方面中，可靠性占主导地位<sup>[2]</sup>。性能差，产品实际上是废品；性能好，也并不能保证产品的可靠性水平高。反之，可靠性水平高的产品在使用中不但能保证其性能的实现，而且故障发生的次数少，维修费用及因故障造成的损失也少，安全性也随之提高。由此可见，产品的可靠性是产品质量的核心，是生产厂家和用户努力追求的目标。

在我国加入 WTO 之后，我国的经济要与国际接轨。我国的企业将参与国际市场的竞争，进入国际经济的大循环圈，这是经济发展的必然趋势。用户不仅要求产品性能好，更重要的是要求产品的可靠性水平高，这是产品占领市场的关键。美国人曾预言：今后只有那些具有高可靠性指标的产品及其企业，才能在日益激烈的国际贸易竞争中幸存下来。而日本人则断言：今后产品竞争的焦点是可靠性<sup>[3]</sup>。因此，产品的质量尤其是产品的动态质量(可靠性)就显得尤为重要。

另外，研究产品可靠性的意义还在于产品责任法的建立。在美国等技术发达国家的产品责任法中规定：只要是因产品缺陷、故障对用户造成的损失，制造者要承担法律和经济责任。据 1975 年美国《质量进展》杂志预测，由于产品责任问题，当年用户请求赔偿金额达 500 亿美元。在产品责任法中同时还规定：如果制造者能出示进行了可靠性设计和可靠性保证等活动的资料证明，可以排除责任。从这点也可看出研究产品可靠性的重要意义。

## 1.2 机械可靠性学科发展历史回顾

可靠性学科从诞生至今已有 50 多年的历史。形成这门学科的起源就是因为传统的质量分析方法无法解释实际中出现的失效问题。在第二次世界大战期间，美国空军由于飞行故障而损失的飞机为 21 000 架，比在实战中被击落的多 1.5 倍；运往远东的作战飞机上的电子设备 60% 在运输中失效，在储存期间有 50% 发生失效；海军舰艇上的电子设备 70% 因“意外”事故而失效。这些事实引起美国军方的高度重视，开始研究这些“意外”事故发生的规律，提出了可靠性的概念。

1952 年，美国军事部门、工业部门和有关学术部门联合成立了电子设备可靠性咨询组(AGREE)。在 1957 年，AGREE 发表了著名的“军用电子设备的可靠性”报告，提出了在研制及生产过程中对产品的可靠性指标进行试验、验证和鉴定的方法，电子产品在生产、包装、储存和运输等方面要注意的问题及要求等。这个报告被公认为是电子产品可靠性理论和方法的奠基性文件。从此，可靠性学科逐渐发展成为一门独立的学科。

机械可靠性是可靠性学科的一个重要组成部分。对结构可靠性设计理论和方法的研究可以追溯到 20 世纪 40 年代。A. M. Freudenthal 教授是早期从事结构可靠性研究的代表人物之一。1947 年在文献[6]中，他提出了用于构件静强度可靠性设计的应力-强度干涉模型，利用该模型可以进行构件的可靠性设计。在此之后的 20 几年中，他在结构可靠性与风险率的分析以及疲劳与断裂的研究等方面一直处于领先地位，发表了很多具有代表性的论著<sup>[7-10]</sup>。文献[11, 12]对结构可靠性设计与应用方面做了比较全面的论述。

由于影响机械设备和系统可靠性的因素太多，难以控制，而且产品的批数量较少，试验费用较大，所以机械可靠性设计在 50~60 年代没能全面展开<sup>[13]</sup>。正如文献[14]指出的那样，概率设计仍处于摇篮时期。尽管如此，从事可靠性研究的学者还是做了大量的工作，如文献[15, 16]给出了常用应力、强度分布的各种组合下可靠性的计算公式，并对一些难于解析的可靠性计算公式给出了数表供设计时使用。E. B. Haugen<sup>[17]</sup>创造了统计代数运算，为可靠性设计的应用奠定了理论基础。1975 年，E. B. Haugen 等<sup>[18]</sup>在《Machine Design》杂志上连续发表关于机械可靠性设计理论及应用方面的论文，列举了很多应用实例。

疲劳破坏是机械零件的主要失效形式之一，据统计约有 80% 的零件失效都是疲劳破坏，因此对疲劳问题的研究受到广泛的重视。从 60 年代开始，F. B. Stulen<sup>[19]</sup>，D. Kececioglu<sup>[20]</sup> 和 A. M. Freudenthal<sup>[19]</sup> 将应力-强度干涉模型用于疲劳强度的可靠性设计中。在 70 年代前后，D. Kececioglu, E. B. Haugen 等人提出了一整套基于干涉模型的疲劳强度可靠性设计方法<sup>[21-23]</sup>，并在工程上得到广泛的应用。1980 年，

E. B. Haugen 出版了比较全面的概率机械设计专著<sup>[24]</sup>。正像 E. J. Henley, H. Kumamoto<sup>[25]</sup>指出的那样，在 20 世纪 70 年代，除了计算机和环境科学之外，可靠性、安全性和风险估计是发展较快的应用科学之一。

美国 70 年代将可靠性技术引入汽车、发电设备、拖拉机和发电机等机械产品中。80 年代，美国 Rome 航空发展中心专门作了一次非电子设备可靠性应用情况的调查分析，指出了非电子设备的可靠性设计非常困难。美国国防部可靠性分析中心(RAC)收集和出版了非电子零部件的可靠性数据手册。

日本以民用产品为主，大力推进机械可靠性的应用研究。在日本科技联盟中设有一个机械工业的可靠性分科会，由企业的可靠性推进人员和院校教授组成。日本可靠性的研究主要强调实用，这就大大地促进了日本的机电产品可靠性水平的提高。

前苏联对机械可靠性的研究十分重视，在其 20 年的科技规划中，将提高机械产品的可靠性和寿命作为重点任务之一，并制定了很多以机械产品为主的国家标准，用以推进可靠性技术的应用。

80 年代，我国开始重视机械可靠性的研究。从 1986 年起，原机电部已经发布了 6 批限期考核的机电产品可靠性指标的清单，前后共有 879 种产品已经进行了可靠性指标的考核。

在进行机械零件的可靠性设计时，强度分布的确定是非常重要的。强度数据的获得需要投入大量的入力、物力和财力，特别是疲劳强度的分布数据更是如此。对这项基础性工作，各国都非常重视，我国投入了大量的人力和经费，花费了几年的时间，获得了一批非常珍贵的疲劳试验数据，并经统计处理后给出了分布的统计参数供设计时使用<sup>[34, 35]</sup>。在美国，D.Kececioglu 等学者给出了指定应力下疲劳寿命的分布，并做了大量的材料试验<sup>[36]</sup>。日本材料学会 1984 年出版了可靠性论文集，其中大部分都是报道关于金属材料及粉末冶金等材料的疲劳和断裂试验数据及统计处理结果<sup>[37, 38]</sup>。

### 1.3 可靠性学科研究的范畴

可靠性学科就是定量的研究产品动态质量问题的一个学科。它对推动产品的设计、分析的现代化提供了必要的理论基础和分析方法。可靠性学科所包含的内容相当广泛，大致可包含三个方面：可靠性数学、可靠性物理(失效分析)、可靠性工程。

#### (1) 可靠性数学

可靠性数学主要是研究解决各种可靠性问题的数学模型和数学方法，它属于应用数学的研究范畴。它的涉及面非常广，主要内容是概率论和数理统计、随机

过程、运筹学、模糊数学等。需要说明的是，随着可靠性学科的发展，可靠性数学已不是简单地应用现有的数学知识，而是在此基础上有了更广泛、更深入的研究，已经成为一门相对独立的数学。

### (2) 可靠性物理

可靠性物理(失效分析)是研究失效现象及其机制和检测方法的学科。美国 Rome 航空发展中心(RADC)于 20 世纪 60 年代初首先进行失效物理的研究，发展失效分析方法和技术，研究各种元器件的失效机制及失效模式，建立各种器件及材料失效的数学及物理模型。

### (3) 可靠性工程

可靠性工程是对产品(零件、部件、设备或系统)的失效现象及发生概率进行分析、预测、试验、评定和控制的边缘性工程学科。它的发展与概率论和数理统计、运筹学、系统工程、环境工程、价值工程、人机工程、计算机技术、失效物理学、机械学、电子学等学科有着密切的联系。需强调指出的是可靠性工程不仅重视技术，也非常重视管理。可靠性管理包括设计、生产和使用过程的管理，即全过程、全寿命期的管理。具体的可靠性管理包括制定可靠性计划，组织可靠性设计评审，进行可靠性认证，制定可靠性标准，确定可靠性指标等。

可靠性工程研究的对象包括电子和电气的、机械和结构的、零件和系统的、硬件和软件的可靠性设计、试验和验证。广义的可靠性包括维修性和有效性(可用性)。

## 1.4 可靠性定义及其特征量

### 1.4.1 可靠性的定义

可靠性的定义是：产品在规定的条件下和规定的时间区间内，完成规定功能的能力。

理解这一定义应注意下列几个要点：

1) “产品”指作为单独研究和分别试验对象的任何元件、零件、部件、设备、机组等，甚至还可以把人的因素也包括在内。在具体使用“产品”这一词时，必须明确其确切含义。

2) “规定的条件”一般指的是使用条件、维护条件、环境条件、操作技术，如载荷、温度、压力、湿度、振动、噪声、磨损、腐蚀等。这些条件必须在使用说明书中加以规定，这是判断发生故障时有关责任方的关键。

3) “规定的时间区间”，可靠度是随时间而降低，产品只能在一定的时间区间内才能达到目标可靠度。因此，对时间的规定一定要明确。需要指出的是这里所说的时间，不仅仅指的是日历时间，根据产品的不同，还可能是与时间成比例的

次数、距离等，如应力循环次数、汽车的行驶里程等。

4) “规定的功能”，首先要明确具体产品的功能是什么，怎样才算是完成规定的功能。产品丧失规定的功能称为失效，对可修复产品也称为故障。怎样才算是失效或故障，有时是很容易判定的，但更多的情况是很难判定的。例如，对于某个齿轮，轮齿的折断显然就是失效；但当齿面发生了某种程度的磨损，对某些精密或重要的机械来说该齿轮就是失效，而对某些机械并不影响正常运转，因此就不能算失效。对一些大型设备来说更是如此。因此，必须明确地规定产品的功能。

5) “能力”只是定性的分析是不够的，应该加以定量的描述。产品的失效或故障具有偶然性，一个确定的产品在某段时间的工作情况并不能很好地反映该种产品可靠性的高低，应该观察大量该种产品的运转情况并进行合理的处理后才能正确反映该种产品的可靠性。因此，这里所说的能力具有统计学的意义，需要用概率论和数理统计的方法来处理。

#### 1.4.2 可靠性的特征量

表示产品总体可靠性水平高低的各种可靠性指标称为可靠性特征量。可靠性特征量的真值是理论上的数值，实际中是不知道的。根据样本观测值，经一定的统计分析可得到特征量的真值的估计值。估计值可以是点估计，也可以是区间估计。按一定的标准给出具体定义而计算出来的特征量的估计值称为特征量的观测值。

常用的可靠性特征量有可靠度、累积失效概率(或不可靠度)、平均寿命、可靠寿命、失效率等。

##### 1. 可靠度

可靠度是产品在规定的条件下和规定的时间区间内，完成规定功能的概率。一般记为  $R$ ，由于它是时间的函数，故也记为  $R(t)$ ，称为可靠度函数。

如果用随机变量  $T$  表示产品从开始工作到发生失效或故障的时间，概率密度为  $f(t)$ ，则该产品在某已指定时刻  $t$  的可靠度

$$R(t) = P(T > t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (1-1)$$

对于不可修复产品，可靠度的观测值是指直到规定的时间区间终了为止，能完成规定功能的产品数  $N_s(t)$  与在该区间开始时投入工作的产品数  $N$  之比，即

$$\hat{R}(t) = \frac{N_s(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N} \quad (1-2)$$

式中:  $N_f(t)$ ——到  $t$  时刻未完成规定功能的产品数。

对可修复产品, 可靠度观测值是指一个或多个产品的无故障工作时间达到或超过规定时间的次数与观测时间内无故障工作的总次数之比, 即

$$\hat{R}(t) = \frac{N_s(t)}{N} \quad (1-3)$$

式中:  $N$ ——观测时间内无故障工作的总次数, 每个产品的最后一次无故障工作时间若未超过规定时间则不予计入;

$N_s(t)$ ——无故障工作时间达到或超过规定时间的次数。

上述可靠度公式中的时间是从零算起的, 实际使用中常需知道工作过程中某一段执行任务时间的可靠度, 即需要知道已经工作  $t_1$  后再继续工作  $t_2$  的可靠度。

从时间  $t_1$  工作到  $t_1+t_2$  的条件可靠度称为任务可靠度, 记为  $R(t_1+t_2|t_1)$ 。由条件概率知

$$R(t_1+t_2|t_1) = P(T > t_1+t_2 | T > t_1) = \frac{R(t_1+t_2)}{R(t_1)} \quad (1-4)$$

根据样本的观测值, 任务可靠度的观测值为

$$\hat{R}(t_1+t_2|t_1) = \frac{N_s(t_1+t_2)}{N_s(t_1)} \quad (1-5)$$

## 2. 累积失效概率

累积失效概率是产品在规定的条件下和规定的时间区间内未完成规定功能(即发生失效)的概率, 也称为不可靠度。一般记为  $F$  或  $F(t)$ 。

因为完成规定功能与未完成规定功能是对立事件, 按概率互补定理有

$$F(t) = 1 - R(t) = P(T < t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt \quad (1-6)$$

累积失效概率的观测值可按概率互补定理得

$$\hat{F}(t) = 1 - \hat{R}(t) \quad (1-7)$$

### 3. 平均寿命

平均寿命是寿命的平均值。对不可修复产品指失效前的平均时间，一般记为 MTTF；对可修复产品则指平均无故障工作时间，一般记为 MTBF。它们都表示无故障工作时间  $T$  的数学期望  $E(T)$ ，或简记为  $\bar{t}$ 。

若已知  $T$  的概率密度  $f(t)$ ，则

$$\bar{t} = E(T) = \int_0^{\infty} tf(t)dt \quad (1-8)$$

对于完全样本，即所有试验样品都观测到发生失效或故障时，平均寿命的观测值是指它们的算术平均值，即

$$\hat{\bar{t}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (1-9)$$

### 4. 可靠寿命和中位寿命

可靠寿命是指定的可靠度所对应的时间，一般记为  $t(R)$ 。

一般可靠度随着工作时间  $t$  的增大而下降。给定不同的  $R$ ，则有不同的  $t(R)$ ，即

$$t(R) = R^{-1}(R) \quad (1-10)$$

式中： $R^{-1}$  ——  $R$  的反函数，即由  $R(t)=R$  反求  $t$ 。

可靠寿命的观测值是能完成规定功能的产品的比例恰好等于给定可靠度  $R$  时所对应的时间。

当指定  $R=0.5$ ，即  $R(t)=F(t)=0.5$  时的寿命称为中位寿命，记为  $\tilde{t}$ 、 $t_{0.5}$  或  $t(0.5)$ 。

### 5. 失效率和失效率曲线

#### (1) 失效率

失效率是工作到某时刻尚未失效的产品，在该时刻后单位时间内发生失效的概率。一般记为  $\lambda$ ，它也是时间  $t$  的函数，故也记为  $\lambda(t)$ ，称为失效率函数。

按上述定义，失效率为