张建民 王 涛 王忠礼 编著

智能控制原理及应用

冶金工业出版社

智能控制原理及应用

张建民　王　涛　王忠礼　编著

北　京
冶金工业出版社
2003

内容提要

本书从实际工程应用角度出发，介绍了智能控制的基本理论和系统设计方法及其实现。全书共分十章，主要内容包括模糊控制、神经网络控制、专家控制三种智能控制方法及其在工业控制中的应用实例。

本书取材新颖，内容丰富，注重理论与实践相结合，论述力求深入浅出，层次分明，强调实用性。

本书可作为高等院校有关专业的研究生、本科生的教材，也可作为有关科研人员的培训教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

智能控制原理及应用/张建民等编著.—北京:冶金工业出版社,2003.2

ISBN 7-5024-3170-5

Ⅰ.智… Ⅱ.张… Ⅲ.智能控制 Ⅳ.TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 103884 号

出版人 曹胜利(北京沙滩嵩祝院北巷 39 号,邮编 100009)

责任编辑 俞跃春 美术编辑 李 心 责任校对 侯 瑂 责任印制 李玉山

北京鑫正大印刷有限公司印刷;冶金工业出版社发行;各地新华书店经销

2003 年 2 月第 1 版,2003 年 2 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16;15.75 印张;377 千字;243 页;1-3000 册

29.00 元

冶金工业出版社发行部 电话:(010)64044283 传真:(010)64027893

冶金书店 地址:北京东四西大街 46 号(100711) 电话:(010)65289081

(本社图书如有印装质量问题,本社发行部负责退换)

前　言

智能控制系统是自动控制发展的高级阶段，是一门新兴的交叉学科。它是人工智能控制论、系统论和信息论等多种学科的高度综合与集成，是当今国内外自动化学科中一个十分活跃和具有挑战性的领域。

著名的自动控制权威 Austrom 曾经指出，模糊逻辑控制、神经网络控制与专家控制是三种典型的智能控制方法，具有广阔的应用前景。目前已用于各种工业自动化，冶金和化工过程控制，电力系统，智能机器人，智能通信网络，智能化仪器仪表，家电行业等领域，标志着它们已经进入了工程化和应用化的时代。

为了适应科学技术发展的趋势，结合智能控制实际的教学要求，编写了本书。本书涉及了模糊控制、神经网络控制、专家控制三种智能控制方法，内容通俗易懂。书中编写了大量的设计实例及工程应用实例。

全书共分十章。重点介绍模糊控制理论的数学基础、逻辑推理的基本概念、基本设计方法，以及软硬件实现。介绍了神经网络智能控制系统和专家系统的设计及应用实例，以及神经网络控制系统的软硬件实现。给出了三种智能控制的工程应用实例。

本书由孙和平教授主审，全书由张建民副教授担任主编，负责编制提纲和统稿。第一、二、三章及第十章的第一、二节，由张建民编写。绪论和第四、五、六章及第十章的第三、四节，由王涛编写。第七、八、九章及第十章的第五、六节，由王忠礼编写。

作者感谢本书“参考文献”中所列出的国内外著作、论文的作者，正是他们的出色工作，才丰富了本书的内容。

智能控制理论目前仍处于发展阶段，许多理论还不够完善，加之编者水平所限，书中不妥之处，恳请读者和专家们给予批评指正。

编　者

2002 年 11 月

目　　录

绪论 ……………………………………………………………………………………（1）
第一章　模糊控制的数学基础 ……………………………………………………（6）
第一节　模糊集合及其运算 …………………………………………………………（6）
第二节　模糊关系和模糊矩阵 ………………………………………………………（11）
第三节　模糊语言 ……………………………………………………………………（16）
第四节　模糊条件语句 ………………………………………………………………（18）
第五节　模糊推理 ……………………………………………………………………（25）

第二章　模糊控制器的基本原理与设计方法 ……………………………………（32）
第一节　模糊控制系统原理 …………………………………………………………（32）
第二节　模糊控制器设计 ……………………………………………………………（37）
第三节　设计实例 ……………………………………………………………………（50）

第三章　改进型模糊控制器及其应用 ……………………………………………（54）
第一节　复合型模糊控制器 …………………………………………………………（54）
第二节　参数模糊自整定 PID 控制器 ………………………………………………（60）
第三节　自调整模糊控制器 …………………………………………………………（64）
第四节　自组织模糊控制器 …………………………………………………………（75）
第五节　模糊控制系统的实现 ………………………………………………………（78）

第四章　神经网络的基本概念 ……………………………………………………（82）
第一节　生物神经元及生物神经网络 ………………………………………………（82）
第二节　人工神经网络 ………………………………………………………………（84）
第三节　人工神经网络的线性可分性 ………………………………………………（88）

第五章　常用人工神经网络及其学习算法 ………………………………………（90）
第一节　人工神经网络的学习方法 …………………………………………………（90）
第二节　BP 神经网络…………………………………………………………………（91）
第三节　Hopfield 神经网络 …………………………………………………………（95）
第四节　随机型神经网络……………………………………………………………（102）
第五节　自组织神经网络……………………………………………………………（108）
第六节　人工神经网络的实现………………………………………………………（115）

第六章 人工神经网络智能控制系统设计……(121)
第一节 人工神经网络智能控制系统概述……(121)
第二节 神经网络监督学习控制……(122)
第三节 自适应神经网络控制……(123)
第四节 神经网络 PID 控制 ……(131)
第五节 神经网络预测控制……(136)
第六节 神经网络模糊控制……(140)

第七章 专家系统基础知识……(145)
第一节 专家系统概述……(145)
第二节 知识表示与获取……(149)
第三节 推理方法……(173)
第四节 不确定性推理……(180)
第五节 搜索策略……(189)
第六节 机器学习……(194)

第八章 专家控制系统设计与应用……(196)
第一节 专家控制系统概述……(196)
第二节 专家控制系统设计过程……(199)
第三节 模糊专家控制系统……(204)
第四节 神经网络专家控制系统……(206)

第九章 专家系统开发工具—Clips ……(210)
第一节 专家系统开发工具 Clips 介绍 ……(210)
第二节 专家系统工具 Clips 的使用 ……(210)
第三节 Clips 实际应用范例 ……(214)

第十章 工程应用实例……(223)
第一节 自适应模糊炉温控制系统……(223)
第二节 SVC 对电力系统稳定性的模糊控制 ……(225)
第三节 基于神经网络的规则自校正模糊控制器及其在交流伺服系统中的应用……(229)
第四节 神经网络设计的变结构电力系统稳定器……(232)
第五节 直流调速专家控制系统……(233)
第六节 专家控制在啤酒发酵过程中的应用……(237)

参考文献……(242)

绪　论

控制理论学科经历了从经典控制理论到现代控制理论,再到目前的智能控制理论的发展过程。其主要研究对象也从单输入单输出的常系数线性系统,发展为多输入多输出的复杂控制系统。对现代复杂系统的研究,涉及到非线性、鲁棒性、具有柔性结构的系统和离散事件动态系统等。对这些复杂系统的控制理论的研究,长期以来虽取得了一些进展,但其研究成果十分有限,有的问题还难以解决,特别是对于那些难以用数学模型描述的问题。显然,对于这些复杂控制系统的研究必须另辟蹊径。

人们在长期的生产实践中发现,对于许多复杂的生产过程,难以用自动控制系统实现,但在熟练的操作工、技术人员或专家的操作下却控制自如,可以获得满意的控制效果。这就使研究人员受到启发,若能把这些熟练的操作工、技术人员或专家的经验知识与控制理论相结合,把它作为控制理论解决复杂生产过程的一个补充手段,那将使控制理论解决复杂生产过程的难题有一个突破性的进展。现代的计算机控制技术的发展也为这种设想提供了有效的工具。计算机在处理逻辑运算、模糊信息、模式识别、知识与经验的积累等方面,完全可以取代人的操作。当把这种计算机控制技术应用到上述复杂的生产过程中,使之达到或超过人的操作水平时,这种由计算机实现的控制系统就具有了某些人的智能,因此,把这样的自动控制系统称为智能控制系统。

智能控制系统主要有两层含义:(1)智能控制系统是智能机自动地完成其目标的控制系统;(2)由智能机参与生产过程自动控制的系统称为智能控制系统。

由上面的含义可知,由模糊系统、人工神经网络或专家系统所构成的自动控制系统都可以称为智能控制系统。

一、模糊控制系统的发展及现状

模糊理论是在美国柏克莱加州大学电气工程系 L.A.Zadeh 教授于 1965 年创立的模糊集合理论的数学基础上发展起来的,主要包括模糊集合理论、模糊逻辑、模糊推理和模糊控制等方面的内容。

自从 L.A.Zadeh 提出模糊集合论以后,一种应用模糊集合论来建立系统数学模型、控制器的新型控制理论——模糊控制也相应诞生了。模糊控制理论的核心是利用模糊集合论,把人的控制策略的自然语言转化为计算机能够接受的算法语言所描述的算法。但它的控制输出却是确定的,它不仅能成功地实现控制,而且能模拟人的思维方式,对一些无法构成数学模型的对象进行控制。

1974 年,英国的 E.H.Mamdani 首次用模糊逻辑和模糊推理实现了世界上第一个试验性的蒸汽机控制,并取得了比传统的直接数字控制算法更好的效果。它的成功宣告了模糊控制的问世。第一个有较大进展的商业化模糊控制器是在丹麦诞生的。1980 年,工程师 L.P.Holmblad 和 Lstergard 在水泥窑炉上安装了模糊控制器并获得成功。以后,模糊控制发展主要经过以下几个阶段:

(1) 第一阶段,基本模糊控制器的应用阶段。模糊控制的主要工作是建立在人工手动控制的基础上,操作人员往往并没有从精确的数学模型出发去了解被控系统,但他们却能根据在实践中积累的经验,采取适当的对策,对被控过程进行定量的控制。这便是设计基本模糊控制器的指导思想。这类模糊控制器的特点是:

1) 控制器的核心是根据某一特定过程制定的模糊控制规则表。

2) 一个控制器一般只适用于某一类特定的过程,而不是像常规仪表那样具有可调参数,可以适用于不同的过程。

(2) 第二阶段,自组织模糊控制器应用阶段。为了克服基本模糊控制器的缺陷,人们基于模糊控制器研制出一种能在运行中自动修改、完善和调整的模糊控制规则,使被控过程的控制效果不断提高,甚至达到预定的理想效果。具有这种自调整功能的模糊控制器称为自组织模糊控制器。这类模糊控制器的特点是:

1) 控制算法不是固定的,它可以通过在线修改控制规则或改变某几个参数而变化。

2) 控制器的适应性往往不局限于某一类对象,而是通过自组织可以适应几类对象。

3) 可以生产具有通用性、仪表化的模糊控制器。

(3) 第三阶段,智能模糊控制器。智能模糊控制器的基本内容是:

1) 在不断了解掌握过程机理的同时,结合操作经验,利用模糊语言及模糊条件语句构成原始的人工智能专家系统。

2) 在通过产生式学习系统,对照实际生产过程不断修改、完善、扩充,从而构造机理、操作经验型专家系统,利用产生式学习系统较快决定处理问题的过程,并对原有知识进行反馈修正。

3) 如此不断进行,这便是所谓智能模糊控制系统。

最近几年,对于经典模糊控制系统稳定性能的改善,模糊集成控制、模糊自适应控制、专家模糊控制与多变量模糊控制的研究,特别是针对复杂系统的自学习与参数(或规则)自调整模糊系统方面的研究,尤其受到各国学者的重视。

现今模糊控制已应用于家电行业,各种工业自动化、冶金和化工过程控制等领域,相继出现了模糊控制器、模糊推理等专用芯片及“模糊控制通用系统”。可以预料,随着模糊控制理论的不断完善,其应用领域将会更加广泛。

二、人工神经网络控制系统的发展现状

人工神经网络是基于模仿生物大脑的结构和功能而构成的一种信息处理系统,它是一种由简单的计算处理单元(神经元)通过采用某种网络拓扑结构而构成的功能强大的活性网络。人工神经网络不同于当前人工智能领域研究中普遍采用的基于逻辑与符号处理的理论和方法,而是依靠其状态对外部输入信息的动态响应来处理信息的。因此,它为智能理论的研究开辟了一条崭新的途径。

人工神经网络的研究经历了由兴起到萧条、又由萧条到兴盛的曲折发展的过程。随着理论研究的不断完善,现代技术(如 VLSI 技术和光电技术)水平的不断发展,为人工神经网络的研究和应用提供了理论和物质基础。研究显示,人工神经网络的很多特点和人类的智能特点类似,具有人脑的基本特征:学习、记忆和归纳,它解决了人工智能领域研究中的某些局限性问题。人工神经网络与其他科学理论或技术(如专家系统)的结合,将产生较好的模拟思维、记忆和学习这样一些人脑的基本功能,尽管这还只是对人脑的低水平的模仿,但却

在图像识别、语音识别、记忆、预测和优化等方面表现出了很好的智能特性和极好的应用前景;它的分布与并行处理、离散与连续时间计算和全局信息的作用等特性与光电技术的结合,将解决串行操作和信息存储模式的传统计算机难于解决的高速、实时的复杂问题。这两点正是当前新一代计算机所要追求的目标。

随着理论研究工作的发展,人工神经网络的研究、开发和应用,不只是推动新一代计算机的设计原理、计算机科学的发展,而且将影响其他学科,诸如脑神经科学、认知科学、心理学、微电子学、控制论、信息技术、数学、物理、力学等学科的发展。目前神经网络的应用研究领域有计算机视觉、语言的识别、理解与合成、优化计算、智能控制、复杂系统分析、模式识别、知识处理、专家系统和人工智能等。

由于人工神经网络是源于对脑神经的模拟,具有很强的适应于复杂环境和多目标控制要求的自学习能力,并具有以任意精度逼近任意非线性连续函数的特性,把它应用于控制领域,正好可以解决控制领域难以解决的两大难题:一是控制对象存在不确定性和非线性特性;另一个是对控制系统的要求愈来愈高,迫切要求提高控制系统的智能化水平。因此,人工神经网络引起了广大自动控制工作者的极大关注。从目前的研究成果看,人工神经网络在自动控制系统中的应用几乎已经涉及到了各个方面,包括系统辨识、非线性系统控制、智能控制、优化计算及控制系统的故障诊断与容错控制等。其中,较为成熟的应用主要有以下几个方面:

(1) 监督控制。对需要人参与的控制,用传统控制技术设计的控制器替代人的作用几乎是不可能的。由于神经网络具有逼近任意非线性函数的能力,因此通过训练神经网络使其逼近从人的感官到人的决策输出的映射,就可获得能替代人的神经网络控制器。如 Grant 的倒立摆控制系统,Naidu 的化工过程控制系统中传感器的神经网络故障诊断系统和 Narendra 的 AI 控制中的决策系统等均属此类。

(2) 逆动态控制系统。把被控对象的逆动态神经网络模型作为控制器,将其串联在被控对象之前,那么神经网络的输入就等于被控对象的输出,这就是神经网络逆动态控制系统。此类控制结构要求对象动态可逆,而对非线性系统可逆性的研究仍是当前的一个难点。逆动态控制系统在机器人控制方面应用较多。

(3) 自适应神经网络控制系统。自适应控制中常用的模型参考自适应控制(MRAC)和自校正控制(STC)适用于线性对象的情况,当控制对象为非线性的情况时,可以采用神经网络模型参考自适应控制(NNMRAC)和神经网络自校正控制系统(NNSTC)。

神经网络模型参考自适应控制通常由参考模型和神经网络控制器(NNC)等组成。NNC 的作用是通过在线训练使受控对象输出与参考模型的输出之差尽量小。由于对象特性未知,给 NNC 训练造成困难。一般做法是增加神经网络辨识器(NNI),使得在线获得对象动态特性。

在神经网络自校正控制中,控制系统结构一般分成直接控制与间接控制两大类。间接控制一般包括神经网络控制器(NNC)和神经网络辨识器(NNI),其关键问题是解决非线性对象的动态建模问题。直接控制结构采用神经网络作为控制器,控制器参数按某种规则在线学习以达到最优。直接控制一般只需一个神经网络,其结构比间接控制简单,更适合于实时控制的需要。

(4) 由神经网络单独构成的控制系统。这一方法的特点是与传统的控制理论和控制结

构无关，完全从神经网络的特点出发，构成控制系统。其控制形式包括神经网络学习控制、自适应评判控制、单神经元自适应控制等。这些神经网络控制，具体采用哪种方案，应根据具体应用领域进行分析。

(5) 基于常规控制原理的神经网络控制。神经网络可以很方便地与其他类型的控制原理相结合，产生性能更为优异的控制系统。这一方法的特点是采用常规的控制理论设计控制器结构，用神经网络取代其中部分内容或进行决策处理。其实现方法有：神经网络 PID 控制、神经网络预测控制、神经网络内模控制、神经网络直接逆模型控制等。

(6) 神经网络智能控制。神经网络具有学习功能，为实现各种已知的智能控制提供了可能性。将神经网络与人工智能、模糊逻辑相结合，其具体实现包括神经网络专家控制系统、神经网络模糊控制及各种含有神经网络的智能控制系统。

(7) 神经网络优化控制。由于神经网络可以表达任何非线性函数，因此使用神经网络能完成各种复杂的优化计算，其中包括矩阵求逆、QR 分解、Lyapunov 方程和 Riccati 方程的求解等。采用神经网络进行控制、优化运算主要优点有计算速度快、结构简单、适用于混合系统(连续量与离散量共存的系统)。具体实现方案有利用 Hopfield 网络求解广义预测控制中矩阵求逆问题、在线辨识对象的数学模型、设计控制器等。

从众多应用研究领域取得的成果看，人工神经网络的发展具有强大的生命力。当前的问题是智能化水平还不够高，许多应用方面的要求还不能得到很好的满足，网络分析与综合的一些理论性问题，诸如网络的稳定性问题、网络的收敛性问题、网络的结构综合问题等，还未得到很好的解决。随着人们对大脑信息处理机理认识的深化，以及人工神经网络智能水平的提高，人工神经网络必将在科学技术领域发挥更大的作用。

三、专家控制系统的发展及现状

专家系统是人工智能的一个重要分支。专家系统产生于 20 世纪 60 年代中期，在短短的 40 余年里获得了长足的进步和发展。特别是 20 世纪 80 年代中期以后，随着知识工程技术的日渐丰富和成熟，专家系统技术也获得了迅速发展，广泛用于医疗诊断、化学工程、语音识别、图像处理、金融决策、信号解释、地质勘探、石油、军事等领域中，并产生了巨大的经济效益和社会影响，同时也促进了人工智能基本理论和基本技术的研究与发展。

专家系统是一个智能计算机程序系统，其内容包含大量的某个领域专家水平的知识与经验，能够利用人类专家的知识和解决问题的方法来处理该领域问题。也就是说，专家系统是一个具有大量的专门知识与经验的程序系统，它应用人工智能技术和计算机技术，根据某领域一个或多个专家提供的知识和经验，进行推理和判断，模拟人类专家解决领域问题的计算机程序系统。

专家系统具有下列特点：

(1) 专家系统善于解决那些不确定性的、非结构化的、没有算法解或虽有算法解但在现有的机器上无法实施的困难问题。

(2) 一个专家系统汇集了某个领域多位专家的知识和经验及他们协作解决重大问题的能力，因此，专家系统表现出更渊博的知识，更丰富的经验和更强的工作能力，而且能够高效率、准确、迅速和不知疲倦地工作。

(3) 使人类专家的领域知识突破了时间和空间的限制，专家系统的程序可永久保存，并复制任意多的副本，以在不同地区和部门适用。

(4) 专家系统一般还具有解释功能，即在运行过程中一方面能回答用户提出的问题，另一方面还能对最后的结论或处理问题的过程做出解释。

(5) 专家系统能够不断地获取知识，增加新的知识，修改原有知识。机器学习就是专家系统积累知识以改善其性能的重要方法。

1983 年，著名自动控制理论专家，瑞典学者 K. J. Astrom 明确提出将专家系统技术引入自动控制领域，1986 年正式提出了专家控制系统的理论。目前，虽然专家控制技术尚无一个完善的科学理论体系，但在实际应用中，特别是对一些复杂的生产过程控制，取得令人瞩目的成绩，受到了社会各方面的认可。

自从美国数学家维纳 19 世纪 40 年代创立了控制理论以来，自动控制理论经历了经典控制理论和现代控制理论两个重要阶段，而传统的自动控制技术就是以经典的控制理论或现代控制理论，以及大系统理论等控制理论为基础，完成对工业生产过程的自动化控制，并在生产实际应用中广泛的应用，取得了巨大的社会效益和经济效益。但随着科学技术的迅速发展，现代化生产过程复杂性的日益增加，对控制性能要求也越来越高，一些传统的控制方式不能很好地满足生产过程的控制要求。主要原因在于，这些传统的控制技术一般是以生产过程中受控对象的数学模型为基础。首先是通过某种机理方式建立受控对象的数学模型，然后根据其数学模型进行控制系统设计，确定控制器的结构和控制算法，实现自动化控制的目的和要求。但是，当受控对象具有时变性或非线性，而且受控对象结构或结构参数受一些不确定的因素影响而改变时，传统的控制器的缺点被暴露出来，不能随受控对象的数学模型改变而改变，达不到生产过程的控制要求。甚至在一些复杂的控制系统中，我们对受控对象机理知之甚少，根本无法建立受控对象的准确数学模型。传统的对复杂的生产过程的控制方法是：对复杂系统进行简化，但又由于数学模型的过于简化，也有达不到实际的控制要求。

智能控制技术是通过计算机模拟人类的思想过程，将其应用于自动控制领域之中。由于智能控制可以抛开控制对象的数学模型，能够很好地解决传统控制技术所面临的难题。专家控制技术是智能控制技术的一个重要组成部分，是包括自动控制理论与人工智能以及计算机技术等多学科、多专业的相结合的产物。专家控制是使知识基于控制对象和控制规律的各种知识，并以智能方式应用这些知识，使控制系统和受控过程尽可能优化的过程。

第一章　模糊控制的数学基础

模糊控制是建立在模糊集合和模糊逻辑的基础上的，本章将介绍模糊控制要用到的模糊数学的基本概念、运算法则、模糊逻辑推理和模糊判决等。

第一节　模糊集合及其运算

一、模糊集合的定义

在普通集合论中，任何一个元素与任何一个集合之间的关系，只有“属于”和“不属于”两种情况，两者必居其一，而且只居其一，不允许有含混不清的说法。例如，“所有不大于 8 的整数”，它表明凡是大于 8 的整数都不属于该集合，而所有小于、等于 8 的整数都属于该集合。可是，我们也经常会遇到模糊概念，例如，“所有比 8 大得多的实数”。因为无法划定一个明确的界限，使得在这个界限内所有整数都比 8 大得多，而界限外的所有整数都不比 8 大得多，这便是一个模糊概念了。在这种情况下，只能说某数属于“比 8 大得多的实数”的程度高，而另一数属于它的程度低。比如，100 属于“比 8 大得多的整数”，比 50 属于“比 8 大得多”的程度高。

将这类边界不明确的集合称为模糊集合，可用 A 表示一个模糊集合，某元素 x 属于模糊集合的程度，通过隶属函数 $\mu_A(x)$ 来描述。下面用隶属函数来表示模糊集合：

设 U 为被考虑对象的所有元素的集合，称为论域，可以是连续的或离散的；x 表示 U 的元素，记作 $U=\{x\}$。

定义 1-1　模糊集合：论域 U 到[0,1]区间的任一映射 μ_A，即

$$\mu_A:\quad U\rightarrow[0,1]$$

都确定 U 的一个模糊子集 A，简称模糊集。μ_A 称为 A 的隶属函数，$\mu_A(x)$ 称为 x 对 A 的隶属度。

$\mu_A(x)$ 表示论域 U 中的元素 x 属于模糊子集 A 的程度或等级。它在[0,1]闭区间内可连续取值。$\mu_A(x)$ 的值越接近于 1，则 x 隶属于 A 的程度越高；$\mu_A(x)$ 越接近于 0，表示 x 属于 A 的程度越低。

例 1-1　A 表示年轻人的集合，在年龄区间[15,35]内，可写出以下隶属函数

$$\mu_A(x)=\begin{cases}1 & (15\leqslant x<25)\\ \dfrac{1}{\left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^2\right]} & (x\geqslant 25)\end{cases}$$

研究年龄为 30 岁和 28 岁的人（$x=30$ 和 $x=28$）对于年轻人的隶属度。

解：

$$\mu_A(30)=0.5$$
$$\mu_A(28)=0.74$$

计算结果表明,年龄为28岁的人比年龄为30岁的人隶属于年轻人集合 A 的程度高。

从模糊集合的定义可知,论域 U 中的元素是清晰的,即 U 本身是普通集合,只是 U 的子集是模糊集合,故称 A 为 U 的模糊子集;模糊集合完全由它的隶属函数来刻画,只有借助于隶属函数才能对模糊集合进行量化。

二、模糊集合的表示方法

对于论域 U 上的模糊集合 A,通常采用的表达方式有如下几种。

1. Zadeh 表示法

当 U 为离散有限域$\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$时,A 可表达为

$$A=\frac{\mu_A(u_1)}{u_1}+\frac{\mu_A(u_2)}{u_2}+\cdots+\frac{\mu_A(u_n)}{u_n}=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(u_i)/u_i,i=1,2,\cdots,n \tag{1-1}$$

式中$\frac{\mu_A(u_i)}{u_i}$并不代表“分式”,而是表示元素 u_i 对于集合A 的隶属度$\mu_A(u_i)$和元素 u_i 本身的对应关系;符号“+”也不表示“加法”运算,而是表示在论域 U 上,组成模糊集合 A 的全体元素 $u_i(i=1,2,\cdots,n)$间排序与整体间的关系。

当 U 是连续有限域时,则模糊集合 A 可表达为

$$A=\int_A\frac{\mu_A(x)}{x},x\in U$$

式中符号$\int$不表示积分运算,而是表示连续论域 U 上的元素x 与隶属度$\mu_A(x)$一一对应关系的总括,是模糊集合的一种记号。

例 1-2 某6个人的身高分别为170cm、168cm、175cm、180cm、178cm、160cm,他们的身高对于“高个子”的模糊集合的隶属度分别为0.8,0.77,0.85,0.90,0.88,0.70。这样6个人身高的模糊集合可表示为

$$A=\frac{0.80}{170}+\frac{0.77}{168}+\frac{0.85}{175}+\frac{0.90}{180}+\frac{0.88}{178}+\frac{0.70}{160}$$

2. 向量表示法

将论域 U 中的元素 $u_i(i=1,2,\cdots,n)$所对应的隶属度值 $\mu_A(u_i)$,按序写成向量形式可表示模糊集合 $\boldsymbol{A}$,即

$$\boldsymbol{A}=[\mu_A(x_1),\mu_A(x_2),\cdots,\mu_A(x_n)] \tag{1-2}$$

注意:应用向量表示法时,隶属度等于零的项,在式(1-2)所示向量中必须以0代替,不能舍弃。例1-2中 $\boldsymbol{A}$ 的向量表示法为:

$$\boldsymbol{A}=[0.80,0.77,0.85,0.90,0.88,0.70]$$

3. 序偶表示法

在论域 U 中,可把模糊集合表示为元素 x 与其隶属函数$\mu_A(x)$的序偶集合,记为:

$$A=\{(x,\mu_A(x))\quad x\in U\} \tag{1-3}$$

例1-2中 A 的序偶表示法为:

$$A=\{(170,0.80),(168,0.77),(175,0.85),(180,0.90),(178,0.88),(160,0.70)\}$$

4. 函数描述法

给出隶属函数的解析表达式,也能表示出相应的模糊集合。

例如,以年龄做论域,取 $U=[0,100]$。Zadeh 给出了“年老”O 和“年轻”Y 两个模糊集

合的隶属函数式,分别为:

$$\mu_{O}(x)=\begin{cases}0 & 0\leqslant x\leqslant 50\\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} & 50<x\leqslant 100\end{cases}$$

$$\mu_{Y}(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant 25\\ \left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1} & 25<x\leqslant 100\end{cases}$$

因此,可以用隶属函数曲线来表示模糊子集 O 和 Y,如图 1-1 所示。

三、隶属函数及其确定

模糊集合是通过隶属函数来定义的,隶属函数是描述客观事物模糊性的关键,正确确定隶属函数是很重要的。判别所确定的隶属函数是否合适的标准是看其是否符合实际。通常的做法是先初步确定隶属函数,再通过"学习"和"校验"逐步修正完善,使其符合实际。确定隶属函数的方法有以下几种。

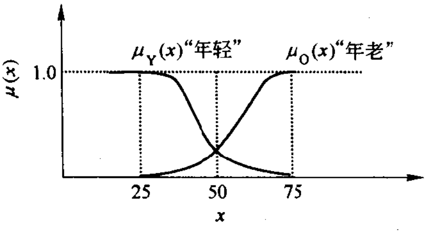

图 1-1 "年老"和"年轻"的隶属函数曲线

1. *经验法*

当论域是离散时,根据主观认识或个人经验,直接或间接给出元素隶属度的具体值,由此确定隶属函数。

2. *分析推理法*

当论域连续时,对实际问题进行分析与推理,选用某些典型函数作为隶属函数。几种常见的隶属函数如图 1-2 至图 1-9 所示。

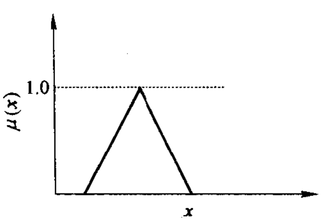

图 1-2 三角形隶属函数图

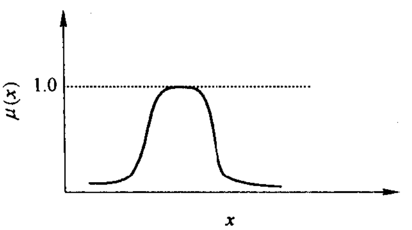

图 1-3 正态型隶属函数图

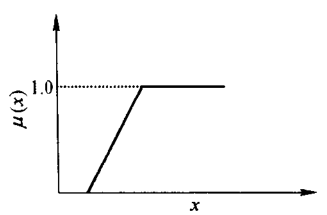

图 1-4 升半梯形隶属函数图

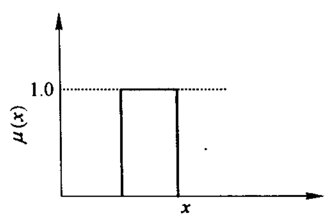

图 1-5 矩形隶属函数图

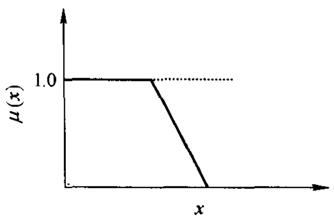

图 1-6 降半梯形隶属函数图

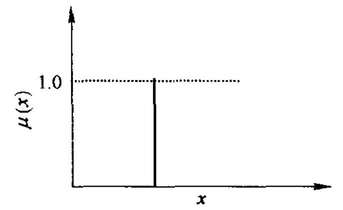

图 1-7 单点型隶属函数图

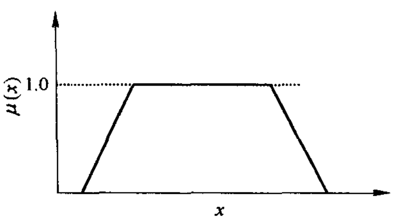

图 1-8 梯形隶属函数图

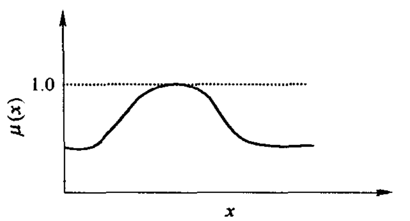

图 1-9 柯西型隶属函数图

3. 调查统计法

以调查统计结果所得出的经验曲线，作为隶属函数曲线，根据曲线找出相应的隶属函数表达式。

四、模糊集合的运算

1. 模糊集合的包含和相等关系

定义 1-2 设 A 和 B 均为 U 上的模糊集，如果对所有 x，即 $\forall x \in U$，均有

$$\mu_{\mathrm{A}}(x) = \mu_{\mathrm{B}}(x)$$

则称 A 和 B 相等，记作 $A=B$。

定义 1-3 设 A 和 B 均为 U 上的模糊集，如果对所有 x，即 $\forall x \in U$，均有

$$\mu_{\mathrm{A}}(x) \leqslant \mu_{\mathrm{B}}(x)$$

则称 B 包含 A，或称 A 是 B 的子集，记作 $A \subseteq B$。

定义 1-4 设 A 为 U 上的模糊集，如果对 $\forall x \in U$，均有

$$\mu_{\mathrm{A}}(x) = 0$$

则称 A 为空集，记作 $\varnothing$。

定义 1-5 设 A 为 U 上的模糊集，如果对 $\forall x \in U$，均有

$$\mu_{\mathrm{A}}(x) = 1$$

则称 A 为全集，记作 Ω。

2. 模糊集合的并、交、补运算

设 A，B 为论域 U 上的两个模糊集，隶属函数分别为 μ_{A} 和 μ_{B}，则模糊集 A 和 B 的并、交、补的运算可通过它们的隶属函数来定义。

(1) 模糊集交。设 A 和 B 是论域 U 上的两个模糊子集，其交集 C 的隶属度为

$$\mu_C(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

即两个模糊集的交集的隶属度取两个隶属度中较小的数，可表示为

$$\mu_C(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

或用集合表示

$$C = A \cap B \tag{1-4}$$

(2)模糊集并。设 A、B 是论域 U 上的两个模糊子集，其并集 C 的隶属度为

$$\mu_C(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

即两个模糊集的并集的隶属度取两个隶属度中较大的数，可表示为：

$$\mu_C(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

或用集合表示为：

$$C = A \cup B \tag{1-5}$$

(3)模糊集补。设 A 是论域 U 上的模糊子集，它的补集 A^C 为：

$$\mu_{A^C}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{1-6}$$

例 1-3 设论域 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 上有两个模糊集为：

$$A = \frac{0.8}{x_1} + \frac{0.7}{x_2} + \frac{0.5}{x_3} + \frac{0.2}{x_4} + \frac{0.1}{x_5}$$

$$B = \frac{1}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.4}{x_3} + \frac{0.9}{x_4} + \frac{0.3}{x_5}$$

试求 $A \cup B$，$A \cap B$，A^C 和 B^C。

解：

$$C = A \cup B = \frac{0.8 \vee 1}{x_1} + \frac{0.7 \vee 0.6}{x_2} + \frac{0.5 \vee 0.4}{x_3} + \frac{0.2 \vee 0.9}{x_4} + \frac{0.1 \vee 0.3}{x_5}$$

所以 $C = \frac{1}{x_1} + \frac{0.7}{x_2} + \frac{0.5}{x_3} + \frac{0.9}{x_4} + \frac{0.3}{x_5}$

$$D = A \cap B = \frac{0.8 \wedge 1}{x_1} + \frac{0.7 \wedge 0.6}{x_2} + \frac{0.5 \wedge 0.4}{x_3} + \frac{0.2 \wedge 0.9}{x_4} + \frac{0.1 \wedge 0.3}{x_5}$$

所以 $D = \frac{0.8}{x_1} + \frac{0.6}{x_2} + \frac{0.4}{x_3} + \frac{0.2}{x_4} + \frac{0.1}{x_5}$

$$A^C = \frac{1-0.8}{x_1} + \frac{1-0.7}{x_2} + \frac{1-0.5}{x_3} + \frac{1-0.2}{x_4} + \frac{1-0.1}{x_5}$$

$$= \frac{0.2}{x_1} + \frac{0.3}{x_2} + \frac{0.5}{x_3} + \frac{0.8}{x_4} + \frac{0.9}{x_5}$$

$$B^C = \frac{1-1}{x_1} + \frac{1-0.6}{x_2} + \frac{1-0.4}{x_3} + \frac{1-0.9}{x_4} + \frac{1-0.3}{x_5}$$

$$= \frac{0.4}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} + \frac{0.1}{x_4} + \frac{0.7}{x_5}$$

3. 模糊运算的基本规律

设 U 为论域，模糊集合 A、B、$C \in U$，其并、交、补运算满足下列各项基本规律：

(1)交换律。

$A \cup B = B \cup A \qquad A \cap B = B \cap A$

(2)结合律。

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

(3)分配律。

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

(4)传递律。

若 $A\subseteq B, B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$

(5)幂等律。$A\cup A=A \qquad A\cap A=A$

(6)摩根律。$(A\cap B)^C=A^C\cup B^C \qquad (A\cup B)^C=A^C\cap B^C$

(7)复原律。 $(A^C)^C=A$

模糊集合并、交、补运算不满足互补律。即

$$A\cup A^C\neq\Omega \quad A\cap A^C\neq\varnothing$$

这是因为模糊集合 A 没有明确的外延,因而其补集 A^C 也没有明确的外延,从而 A 与 A^C 存在重叠区域,则有交集不为空集 $\varnothing$,并集也不为全集 Ω。

第二节 模糊关系和模糊矩阵

一、模糊关系

"关系"是集合论中的一个重要概念,它是指元素之间的关联。

1.普通关系

为说明普通关系,首先,给出直积的定义:有集合 A 和 B,A 和 B 的直积为

$$A\times B=\{(a,b)\mid a\in A, b\in B\}$$

具体算法是,先在集合 A 中取一个元素 a,再在 B 中取一元素 b,把它们搭配起来,成为序偶 (a,b)。所有的序偶 (a,b) 组成的集合,就是集合 A 和 B 的直积 $A\times B$。

普通关系是用数学方法来描述普通集合中的元素之间有无关联。例如:甲乙双方进行围棋比赛,各有4名棋手参加,分别用 x_1,x_2,x_3,x_4 和 y_1,y_2,y_3,y_4 表示。x_1 与 y_2 对弈;x_2 与 y_4 对弈,x_3 与 y_1 对弈,x_4 与 y_3 对弈。用记号 R 表示双方棋手之间有对弈关系,则该场比赛中的对弈关系为 $x_1Ry_2, x_2Ry_4, x_3Ry_1, x_4Ry_3$。

以上对应关系还可以用序偶的形式表示,即

$$R=\{(x_1,y_2),(x_2,y_4),(x_3,y_1),(x_4,y_3)\}$$

上式中的 R 是直积 $A\times B$ 的子集。

因此,可以给出普通关系的定义:集合 A 和 B 的直积 $A\times B$ 的一个子集 R,称作 A 到 B 有二元关系,简称关系。

2.模糊关系与模糊矩阵

将普通关系的概念扩展到模糊集合中来,便可定义出模糊关系。

定义 1-6 两个非空集合 A 与 B 之间直积(或称笛卡儿积)

$$A\times B=\{(a,b)\mid a\in A, b\in B\} \tag{1-7}$$

中的一个模糊子集 R 被称为 A 到 B 的模糊关系,其序偶 (a,b) 的隶属度为 $\mu_R(a,b)$。

当论域为 n 个集合 $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的直积,$A_1\times A_2\times\cdots\times A_n$ 时,它们所对应的模糊