高等学校教学用书

# 程序設計

CHENGXU SHEJI

北京大学、复旦大学、南京大学
計算数学教研室 編

人民教育出版社

高等学校教学用书

# 程序設計

# CHENGXU SHEJI

北京大学、复旦大学、南京大学
計算数学教研室 編

人民教育出版社

本书由北京大学、复旦大学、南京大学計算数学教研室根据該三校所編的讲义并参考了苏联的有关資料合編而成。

全书內容包括电子数字計算机、M-3型机器的結构及其指令系統、直接的程序設計，循环程序設計、子程序的使用，比例因子、程序的組織，浮点机器介紹，算子法及邏輯图、程序設計自动化問題概要等十章。

本书可作为綜合大学，高等师范学校計算数学和数学专业有关課程的教材。


# 程序設計

北京大学、复旦大学、南京大学計算数学教研室編

人民教育出版社出版 高等学校教学用书編輯部 北京宣武門內承恩寺7号

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

京华印书局印装

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 13010·972 开本 850×1168 1/32 印张 5 1/16

字数 117,000 印数 0001—9,000 定价(6)¥0.50

1961年7月第1版 1961年7月北京第1次印刷

# 引 言

快速电子数字計算机是程序設計这一門学科的物质基础。

电子計算机是二十世紀中叶的一个偉大的科学发明，虽只有十余年的历史，但已蔚然成一极为重要的尖端科学。現在全世界已有几千部电子数字計算机在运行計算，它已能計算非常复杂的数学問題：如原子核理論，人造卫星的軌道計算，及国民經济建設和生产上的数据处理等。苏联成功地发射的远程火箭和受到控制而返回的宇宙飞船，很好地說明了电子計算机具有高度运算速度和高度精确性。目前电子計算机已經不仅限用于数值計算，它也能作邏輯判断和推演，因此它也可以用来进行語文的自动翻譯，信息加工，以及客观过程的模拟；也可以作为自动控制系統的一个环节而起着分析、判断、决策的功能。这样，电子計算机在基础科学、工程技术、国民經济的各个方面都有极其广泛的应用。

从历史上来說，1945 年美国在馮·諾依曼(J. von Neumann)的指导下造成了第一架电子数字計算机 ENIAC。苏联从 1948 年开始进行电子数字計算机的筹建工作以来，由于社会主义制度的优越性，工作发展极为迅速，目前已建成多种类型的电子計算机，如箭牌机(Стрела), БЭСМ, M-2, M-3, 烏拉尔(Урал)等等。从人造卫星、宇宙火箭、宇宙飞船等連續上天的事实来看，苏联在計算技术、計算数学方面已經取得了巨大的成就。我国自解放以来，由于党的重視和苏联的援助，目前計算技术和計算数学已經有了一定的基础。近二年来已使用机器为国家解决了有关基础科学，工程技术，国民經济等方面的計算問題。

为了利用电子計算机来求解数学或非数学問題，归根結底須

从所考虑的問題中找出一个适当的算法，把它简化到这样形式，使借用电子計算机所能执行的基本操作，得以在机器上实現。这样，对于一个問題的数值解，須根据机器的性能，把这些机器上的基本操作，按照問題算法的一定要求，編制成为一連貫指令的計算程序，使机器遵照程序的控制来进行运算，从而自动地得出所要的正确的計算結果。这方面的工作就是程序設計的主要課題。

自然应当指出，在数值計算中，編制計算程序的必要性，还在电子計算机出現很久以前就已产生了，但是只有在电子計算机出現后，編制程序的工作中才产生了本质性的困难，編制程序的整个問題才变为值得加以特別研究的問題。

本书专論在 M-3 电子数字計算机上計算，数学問題的程序設計，在机器上实际工作所必需的一整套知識，以及介紹程序設計的算子方法，程序自动化的方向等問題。通过这些內容，对学习程序設計的基本要求是按照一架具体的电子数字計算机的指令操作，能編出算題的程序，在机器上运算、檢查，以获得問題的正确計算結果。再在这些初步知識的基础上，进一步来充实和丰富程序設計的实际經驗和試驗，从而总結提高，开展有关解决程序自动化方面的主要問題——借用机器来完成从数学問題到求出計算結果的整个过程的各种任务。

# 目　录

# 第一章　电子数字計算机

## §1. 机器的框图

现代电子数字計算机有下列的組成部分:

1) 存儲器;　　2) 运算器;

3) 控制器;　　4) 人工控制器;

5) 外存儲器;　　6) 輸入器;

7) 輸出器。

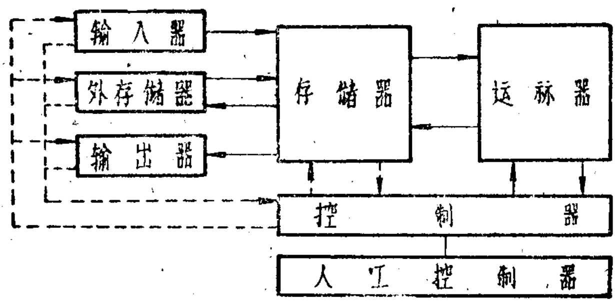


图 1.1　机器框图

⟶实綫表示代碼路綫

-->虛綫表示控制路綫

**1) 存儲器**　机器的存儲器是用来存儲代碼的。我們把数，指令或一組数字符号称为代碼。

存儲器好象一个旅館，有成千上万个房間，每一个房間都有一个門牌。房間中住有来往旅客。"房間"称为"单元"，相应的"門牌"称为单元的"地址"。"旅客"就是数或指令。通常存儲器的一个单元中存放一个数。但也不尽然，有时問題要求有較高的精确度，可以把一个数存放在二个单元中；有时对精确度要求不高，而又需要有很大存儲量时，还可以在一个单元中放二个或三个数。

存儲器的任一单元的內容（即存于此单元中的代碼），可以作为运算的对象。它的一个最大特点，是从存儲器的任一单元中讀出数后，并不改变該单元的內容。但是往存儲器的单元中送入代碼时，該单元中原来存放的代碼就被挤掉了。因此，必須十分注意单元中的代碼是否允許被破坏，如果是允許的，就可以送入新的代碼，否則就严格禁止送入新的代碼。

存儲器可用磁心，磁鼓或阴极射綫管制成。但用磁鼓作存儲器时，只有在单元靠近讀头时，才能将代碼讀出。因此，要在磁鼓上讀出所需要的代碼而化費的等待时間，就大大地增加了机器的工作时間。

2）**运算器** 运算器是对数或指令进行各种运算。运算器一般用电子管或晶体管做成。

3）**控制器** 控制器用来实現机器各部分間的联系，起着指揮員的作用。为了完成一个运算（例如加法），控制器便指揮机器的各部分怎样去进行动作，也就是由控制器向各部分发出“命令”。控制器一般是由电子管或晶体管做成。

4）**人工控制器** 它可以破坏机器的自动工作，按照人的意志使机器开始計算，停止工作，改变存儲內容及改变工作順序等。

5）**外存儲器** 外存儲器是用来存儲成組的数或指令的。有时我們所解的問題需要用非常多的数据和指令，即使內存儲器有上万个存儲单元也不够用。所以一般机器都裝置外存儲器。它好象“仓庫”一样，我們可以把大量暫时不用的数或指令存在“仓庫”里，需要的时候可以随时成組的提取。外存儲器存取数的速度比內存儲器慢，但容量大。通常外存儲器总是用磁鼓或磁带做成的。

6)7）**輸入器及輸出器** 用来輸入算題的原始数据及指令，及輸出工作結果（数及程序）。輸入原始数据及指令可用穿孔卡片，穿孔带及磁带；輸出一般用印刷器，穿孔器（卡片、带）或磁带記录

器。

机器的各部分是用代碼綫路（傳送代碼的綫路）及控制綫路（傳达命令的綫路）相互联系的。

在机器上解决問題时，必須把解法写成为机器能完成的一系列基本运算，給机器指出进行何种运算，及参加运算的是那些数的最簡单的信息称为指令。一系列的指令称为程序。

总的来說，机器是由程序控制的，完成每条指令是按下列各步驟来进行工作的。

1）把指令从內存儲器送入控制器；

2）控制器分析指令，发出从那个单元去取数和进行那种基本运算的信号；

3）运算器接受信号后，对数进行运算；

4）控制器发出信号，把运算結果送到应送的单元中去；

5）机器准备轉入下一条指令，并且准备执行該指令。

## §2. 数的表示

### 1. 十进位制

記录数所常用的系統是十进位制，有十个不同的数字：0, 1, 2, 3, …, 9，而逢十就进一位。数量$N$可用十进位制表示为：

$$N=\alpha_n 10^n+\alpha_{n-1}10^{n-1}+\alpha_{n-2}10^{n-2}+\cdots+\alpha_1 10^1+\alpha_0 10^0$$

$$+\alpha_{-1}10^{-1}+\cdots+\alpha_{-q}10^{-q}=\sum_{k=-q}^{n}\alpha_k 10^k$$

其中　$0\leqslant\alpha_k\leqslant 9,\qquad k=-q, \cdots, -1, 0, 1, 2, \cdots, n.$

我們写为　$N=\alpha_n\alpha_{n-1}\cdots\alpha_1\alpha_0.\alpha_{-1}\cdots\alpha_{-q}$

例 1. $1\times10^2+2\times10^1+3\times10^0=123$。

例 2.

$$1\times10^2+2\times10^1+3\times10^0+5\times10^{-1}+4\times10^{-2}=123.54.$$

在計数系統中所用不同数字的个数称为該系統的**基**。因此十进位制的基为“10”。但是十进位制不是表示数的唯一系統，11 进位制，二进位制均可作为計数系統，所不同的就在于它們的基不同。

**2. $p$ 进位制**

設 $p$ 为大于 1 的整数，則数量 $N$ 也可用下式

$$N=\sum_{k=-q}^{n}\alpha_k p^k \quad (0\leqslant\alpha_k\leqslant p-1,\ k=-q,\cdots,-2,-1,0,1,\cdots n)$$

来表示。当 $p$ 固定时，数 $N$ 与一串数字

$$\alpha_n\alpha_{n-1}\cdots\alpha_1\alpha_0.\ \alpha_{-1}\alpha_{-2}\cdots\alpha_{-q}$$

間存在有一一对应的关系，因而我們可以把数 $N$ 簡写为

$$\alpha_n\alpha_{n-1}\cdots\alpha_1\alpha_0.\ \alpha_{-1}\alpha_{-2}\cdots\alpha_{-q}$$

作为数 $N$ 的 $p$ 进位制表示，而 $p$ 是这种表示法的基。

**3. 一般計算机所采用的数制——二进位制**

在机器上总是用其中有关零件的各种不同的稳定状态来表示各种不同的数字。比如說，电动計算机中是把齿輪分为 $p$（这里 $p$ 为 10）个部分，并設該齿輪有且仅有 $p$ 种不同的稳定状态，每一种状态便对应于一个数字。所謂机器的稳定状态，不仅指其机械的状态，而且也指其电流的状态（如是否有电流通过等）。因而便产生了这样的問題，就是說，如果我們所要考虑的数的大小范圍固定时，应該采用何种进位制才能使机器相应的元件的各种不同状态的总数为最少，今討論如下：

設在 $p$ 进位制中，对于我們所要考虑的数的大小范圍而言，需要 $r$ 位（例如，在十进位制中，我們要考虑 0 到 999 之間的数，則需要 3 位），而每一位是用具有 $p$ 种不同状态的元件来表示的，因而，

$p \cdot r$ 就是所用元件的各种不同状态的总数(这一总数是和元件的复杂程度成比例的)。

我們的問題在于:当 $p^r = M$ 固定时,求得 $p$ 使 $pr = x$ 取最小值。$\because\ p^r = M$, $\therefore\ r \ln p = \ln M$, 得

$$r = \frac{\ln M}{\ln p}, \qquad \text{而 } x = pr = \frac{p \ln M}{\ln p}.$$

为了求 $x$ 的最小值,要使得微商 $\frac{dx}{dp} = 0$, 則得

$$\frac{dx}{dp} = \frac{\ln M}{\ln p} - \frac{\ln M}{\ln^2 p} = 0$$

故有 $\ln p - 1 = 0,\ \ln p = 1, \quad \therefore\ p = e \approx 2.72,$

而因基 $p$ 只可以取整数值,与 $e$ 相近的整数为 2 及 3。当然 3 更接近于 $e$, 故三进位制是最經济的数制;可是在大多数的現代計算机上都采用二进位制。这是因为二进位制比三进位制有很多重要的优点:(1)从机器結构上看,使用二进位制只需要构造极簡单的机器元件,使用信号"是"和"不是";(2)使用二进位制做运算也特别簡单,如做乘法时只要做加法(乘 0 或 1)就可以了。

現在我們来看二进位制数的例子:

$$101111 = 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 = (47)_{10}$$

**4. 八进位制和十六进位制**

从上面的例子可以看出,用二进位制来表示一个数,写起来是很长的,看起来也不一目了然(因为人通常的习惯是使用十进位制数),尤其当数愈大时,这个矛盾也就更为突出,因此在編制程序时,我們經常采用八进位制和十六进位制的表示法。如苏联的"箭牌"机器和 M-3 机器都是采用八进位制表示,用三个二进位数表示一个八进位数:

$$\begin{array}{cccccccc} 000 & 001 & 010 & 011 & 100 & 101 & 110 & 111 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \qquad (1.2.1)$$

所以在八进位制中 $101111=(57)_8$。

БЭСМ 机器則采用十六进位制，这时要用四个二进位制的数表示一个十六进位制的数：

$$
\begin{array}{cccccccc}
0000 & 0001 & 0010 & 0011 & 0100 & 0101 & 0110 & 0111 \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccccccc}
1000 & 1001 & 1010 & 1011 & 1100 & 1101 & 1110 & 1111 \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
8 & 9 & \bar{0} & \bar{1} & \bar{2} & \bar{3} & \bar{4} & \bar{5}
\end{array} \tag{1.2.2}
$$

这里 $\bar{0}$ 表示 $(10)_{10}$，$\bar{1}$ 表示 $(11)_{10}$，其余类推。

所以在十六进位制中 $101111=(2\bar{5})_{16}$。

**5. 数制間的轉换**

要熟练的操作电子計算机，尤其是在机器算題过程中要能迅速地处理出现的一些問題，熟悉数的表示以及数制間的轉换是很重要的。以下我們通过例子来說明各种数制間的轉换規則，如 $10\to8$，$10\to2$，$2\to10$。

**(1) 整数 $10\to8$**

設已知正整数 $x_{10}$，求 $x_8$。

因

$$x_{10}=x_8=\alpha_0 8^0+\alpha_1\cdot8^1+\cdots+\alpha_r8^r=\alpha_0+(\alpha_1+\alpha_2 8+\cdots+\alpha_r 8^{r-1})8$$

故 $\alpha_0$ 为 $x_{10}$ 用 8 整除后的余数。一般公式为：

以 8 除 $x$，余数为 $\alpha_0$，商为 $q_1$；

以 8 除 $q_1$，余数为 $\alpha_1$，商为 $q_2$；

……

当商为 0 时，余数 $\alpha_r$ 即为最高一位八进位数。

例：把十进制整数 278 轉换成八进位制。

| | |
|---|---|
| $8\,\lvert\,278\,\lvert\,6$ | 以 8 除 278，得商为 34，余数为 6， |
| $8\,\lvert\,34\,\lvert\,2$ | 以 8 除 34，得商为 4，余数为 2， |
| $8\,\lvert\,4\,\lvert\,4$ | 以 8 除 4，得商为 0，余数为 4， |
| $0$ | |

所以 $\alpha_0=6, \alpha_1=2, \alpha_2=4$。

由于商已为 0，故所得余数已为最高位系数。

$$\therefore\quad (278)_{10}=(426)_8$$

(2) **小数 10→8**

設已知正小数 $x_{10}$①，求 $x_8$。

因 $$x_{10}=x_8=\alpha_1 8^{-1}+\alpha_2 8^{-2}+\cdots+\alpha_r 8^{-r}$$

$$8x_{10}=\alpha_1+(\alpha_2+\alpha_3 8^{-1}+\cdots+\alpha_r 8^{-r+2})\cdot 8^{-1}$$

故 $\alpha_1$ 为 $8x_{10}$ 的整数部分，因此

$$\alpha_1=[8x_{10}],\qquad \beta_1=8x_{10}-\alpha_1=(\alpha_2+\alpha_3 8^{-1}+\cdots+\alpha_r 8^{-r+2})\cdot 8^{-1};$$

$$\alpha_2=[8\beta_1],\qquad \beta_2=8\beta_1-\alpha_2=(\alpha_3+\alpha_4 8^{-1}+\cdots+\alpha_r 8^{-r+3})\cdot 8^{-1};$$

......

一般我們只要求有限位小数，所以上述 $\alpha$ 取了若干位后停止（注意 3 舍 4 入）。

例：把十进位制小数 0.634 轉換成八进位制（取三位有效数字）。

| | | |
|---|---|---|
| 0 .634 | ×8 | 以 8 乘 0.634，得整数部分为 5（$=\alpha_1$），小数部分 0.072（$=\beta_1$） |
| 5 .072 | | 以 8 乘 0.072，得整数部分为 0（$=\alpha_2$），小数部分 0.576（$=\beta_2$） |
| 0 .576 | | 以 8 乘 0.576，得整数部分为 4（$=\alpha_3$），小数部分 0.608（$=\beta_3$） |
| 4 .608 | | 以 8 乘 0.608，得整数部分为 4（$=\alpha_4$），小数部分 0.864（$=\beta_4$） |
| 4 .864 | | …… |
| ⋮ ⋮ | | |

因此 $(0.634)_{10}=(0.5044\cdots)_8$，由于题目要求取三位有效数字，根据 3 舍 4 入的原则，可得

$$(0.634)_{10}=(0.505)_8$$

---

① 若 $x$ 为負数时，先当作正数作，然后再添上負号。

既有整数部分又有小数部分的十进位制数轉換成八进位制时，可将整数部分及小数部分分别轉换后拼凑起来。例如

$$(278.634)_{10}=(426.505)_8$$

(3) 10→2

先求 10→8，而后 8→2。而 8→2 只要按公式(1.2.1.)逐位展开就行了(說明从略)。

关于十进位制和十六进位制間的轉換，和上述規則类似，这里就不再論述了。

(4) 2→10

机器的二进位制数，人們可以用八进位制或十六进位制来把它記录，因此只要解决了 8→10 或 16→10 的数制轉換，就等于解决了 2→10 的轉換。現在我們来討論 8→10 的数制轉換。

1) **整数** 8→10

設已知 $x_8$，求 $x_{10}$.

因 $$x_{10}=x_8=\alpha_n8^n+\alpha_{n-1}8^{n-1}+\cdots+\alpha_18+\alpha_0$$
$$=(\cdot(\cdot(\alpha_n8+\alpha_{n-1})8+\alpha_{n-2})8+\cdots+\alpha_1)8+\alpha_0$$

所以可先作
$$\begin{aligned}\alpha_n\cdot8+\alpha_{n-1}&=q_1\\ q_1\cdot8+\alpha_{n-2}&=q_2\\ q_2\cdot8+\alpha_{n-3}&=q_3\\ &\vdots\\ q_{n-2}\cdot8+\alpha_1&=q_{n-1}\\ q_{n-1}\cdot8+\alpha_0&=x_{10}\end{aligned}$$ (就是要求的結果)

具体求时可以这样来做:

$$\begin{array}{rcccccc|l}
 & \alpha_n & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \cdots & \alpha_1 & \alpha_0 & 8\\
+) & & 8\alpha_n & 8q_1 & \cdots & 8q_{n-2} & 8q_{n-1} & \\
\hline
 & \alpha_n & q_1 & q_2 & \cdots & q_{n-1} & x_{10} &
\end{array}$$ ——就是答案

例: $x_8=426$

$$\begin{array}{r|l} 4\quad 2\quad\ \ 6 & 8 \\ 32\ \ 272 & \\ \hline 4\ \ 34\ \ 278 & \text{——即 } x_{10} \end{array}$$

$$\therefore\quad (426)_8=(278)_{10}$$

**2) 小数 8→10**

設已知 $x_8$, 求 $x_{10}$。

$$x_{10}=x_8=\alpha_1 8^{-1}+\alpha_2 8^{-2}+\cdots+\alpha_{n-1}8^{-(n-1)}+\alpha_n 8^{-n}$$

$$=8^{-n}(\alpha_1 8^{n-1}+\alpha_2 8^{n-2}+\cdots+\alpha_{n-1}8+\alpha_n)$$

括号中 $\alpha_1 8^{n-1}+\alpha_2 8^{n-2}+\cdots+\alpha_{n-1}8+\alpha_n$ 就是整数，可用前述整数 8→10 的方法，得出結果后再除以 $8^n$。

例：$x_8=0.426=8^{-3}(426)_8=8^{-3}(278)_{10}$

$$=\left(\frac{278}{512}\right)_{10}\doteq(0.543)_{10}$$

**6. (10—2)进位制**

算題的数据很多，10→2, 2→10 的数制間轉換，可用机器来完成。由于机器中采用二进位制，所以輸入和輸出的十进制数要用(10—2)进制来表示。所謂(10—2)进制可由下例說明。

例：$x_{10}=159$

因　　$1\longleftrightarrow 0001,\quad 5\longleftrightarrow 0101,\quad 9\longleftrightarrow 1001$

所以　　$x_{(10-2)}=0001\ \ 0101\ \ 1001$

一般来說，一位十进制数用四位二进位制数表示，数的外形是二进制，但又不是眞二进制，上例 159 的眞二进制为：

$$x_2=010011111\qquad(\because\ (159)_{10}=(237)_{(8)}\ )$$

所以，数量的表示形式对初学程序設計者来說是复杂的，容易发生錯覚的問題。(10—2) 进制的作用，仅在于使十进制的数进入机器，但不能作为二进制数参与运算，一定要化成象 $x_{(2)}$ 那样的眞二进制才能运算。通常这种 10→2, 2→10 的轉換工作，都是編制特殊程序用机器来完成的。

## 7. 数的定点表示和浮点表示

机器中的数写成下面的形式:

$$x=\pm p^{r}\sum_{k=1}^{n}x_{k}p^{-k},$$

其中 $n$——数的尾数(数字部分)的位数;

$x_k$——数字 0, 1, 2, …, $p-1$; 整指数 $r$ 表示小数点的位置。(这里 $x_1\neq 0$)

机器中数的各种表示法与指数 $r$ 的不同表示法有关系，最簡单的是机器中所有的数的 $r$ 为常数。这时就說机器是**定点的**。在这种机器中，数表示成一串数字

$$x_0x_1x_2\cdots x_{n-1}x_n$$

其中 $x_0$——表示数的符号，它也是一个二进位数字(如"+"对应于 0, "−"对应于 1);

$x_1, x_2, \cdots, x_n$——数的数字部分。这时小数点的位置是固定的，定点計算机通常用 $r=0$, 即小数点固定在第一个数字 $x_1$ 之前，这时所有各数之絕对値均小于 1。定点計算机的运算器比較簡单。

如果指数 $r$ 是可变的，就称为**浮点計算机**，在这种情况下必須給出指数 $r$。数的形状为

$$x=p^{r}\cdot M,\ \text{并且}\ \frac{1}{2}\leqslant|M|<1.$$

在存儲单元中，数 $x$ 表示成一串数字

$$p_0p_1p_2\cdots p_rx_0x_1\cdots x_n$$

其中 $p_0$——阶的符号，$p_1p_2\cdots p_r$——表示阶，是一个整数。$x_0$——数的符号，$x_1x_2\cdots x_n$——数的数字部分，这时小数点在 $x_1$ 之前。

浮点計算机表示的数的范圍較大，然而完成算术运算較定点計算机复杂，但浮点計算机的程序設計比定点計算机的程序設計簡单得多。