

电子科技大学“九五”规划特色教材

国家工科数学课程教学基地系列教材

微积分

上册

电子科技大学应用数学系 编

Calculus
calculus



电子科技大学出版社

803

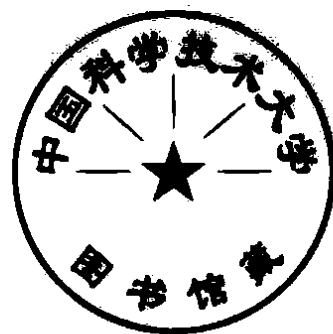
C177-43
265

电子科技大学“九五”规划特色教材
国家工科数学课程教学基地系列教材

微 积 分

上 册

电子科技大学应用数学系 编



电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是我校“九五”规划特色教材之一,也是我校国家工科数学课程教学基地系列教材之一.本书根据原国家教委颁发的《高等工业学校高等数学课程教学基本要求》和科技人才对数学素质的要求,本着面向21世纪深化课程体系与教学内容改革的精神,吸收国内外相关教材的长处编写的,其主要特点是:注重教学内容与体系的整体优化;为现代数学适度地提供“窗口”与“接口”;重视数学思想与方法,适当淡化运算技巧;重视培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力;安排数学实验,使数学教学与计算机应用相结合.

本书分为上、下两册.上册包括极限理论、一元函数微积分与常微分方程;下册包括多元函数微积分与无穷级数.每节后配有习题,每章后配有复习题,书末附有习题答案.

本书结构严谨,论证简明,叙述清晰,例题典型,便于教学.可作为高等工科院校的教材或参考书,也可供工程技术人员、自学者及报考研究生的读者参考.

图书在版编目(CIP)数据

微积分/电子科技大学应用数学系编. —成都:

电子科技大学出版社, 2000. 8

ISBN 7-81065-409-8

I. 微… I. 电… III. 微积分-高等学校-教材
IV. 013

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第42242号

微 积 分(上册)

电子科技大学应用数学系 编

出 版: 电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号, 邮编: 610054)
责任编辑: 周清芳
发 行: 新华书店经销
印 刷: 西南冶金地质印刷厂
开 本: 850×1168 1/32 印张 16.125 字数 400千字
版 次: 2000年9月第一版
印 次: 2002年6月第二次印刷
书 号: ISBN 7-81065-409-8/O·17
印 数: 8001—11000册
定 价: 38.00元(含上、下册, 本册定价: 21.00元)

前 言

本书是我校“九五”规划特色教材之一,也是我校“国家工科数学课程教学基地”系列改革教材之一.

本书根据原国家教委颁发的《高等工业学校高等数学课程教学基本要求》,本着面向21世纪深化课程体系与教学内容改革的精神编写的.微积分是大学理工科一门主要的公共基础课,对于培养学生能力,提高学生素质具有重要的奠基作用.

本书是根据21世纪科技人才对数学素质的要求,吸收国内外改革教材的长处而编写的,力求突出以下特点:

一、注重教学内容与体系整体优化

分析、代数、几何是高等数学的基础,现代数学的发展趋势是它们之间相互交叉、相互渗透.因此,本教材注重内容与体系的整体优化.传统的微积分与线性代数分别以连续变量的极限运算和离散变量的代数运算为研究对象,强调了各自的独立性,而忽略了它们之间的内在联系.事实上它们的内在联系十分紧密,例如教材中用向量与矩阵处理多元函数微积分,不但简洁易懂,而且观点新颖,便于记忆和运用.传统的高等数学教材将空间解析几何与微积分合为一册,但空间解析几何是以代数方法为工具来研究空间几何图形的性质,反过来它又为线性代数的许多对象提供直观形象,加强了数量关系的鲜明性.因此,我们将空间解析几何内容放在线性代数教材中.

二、为现代数学适度地提供内容展示的窗口和延伸发展的接口

作为21世纪的科技人员应了解现代数学的语言,包括现代数学的思想、方法、术语与符号.因此,本书为现代数学适度地提供“窗口”与“接口”.例如,注意用集合论的语言、符号叙述有关内容,引入映射概念,将一元、多元函数抽象为点函数,视作点集到实数集的映射,将导数、定积分等运算也看作一种映射;采用函数关系符号 f ,函数四则运算符号 $f \pm g$ 、 $f \cdot g$ 、 $\frac{f}{g}$,导数符号 f' ,定积分符号 $\int_a^b f$,重积分符号 $\int_{\Omega} f$ 等,这些符号意义简明,书写方便,突出本质;介绍和引用现代数学中常用的数理逻辑符号: \forall (全称量词)、 \exists (存在量词)、 \diamond (蕴含关系)、 \Leftrightarrow (等价关系)等;算子是现代数学中一个重要的基本概念,它广泛地用于专业课及科技文献中,在讲微分方程时引进微分算子和线性微分算子.在教材中还渗透现代数学的思想,如逼近思想、线性化思想、优化思想等.

三、重视数学思想与方法,适当淡化运算技巧

传统高等数学内容比较重视运算的技巧,由于计算机技术的迅速发展,数学软件的广泛使用,使得求极限、求导数与求积分的运算技巧有必要适当淡化,因此,本书在运算方面不追求繁难技巧,只要求掌握基本方法,而把重点放在介绍数学思想与方法上.例如,不再把不定积分单列一章,而是把不定积分与定积分合为一章,将不定积分与定积分的计算方法结合在一起讨论,这样处理,加强了相关内容与方法的联系,条理清楚,避免重复.在定积分、重积分以及微分方程的应用中都采用物理、力学与工程科学中经常使用的微元法,这样处理,有助于学生掌握积分的思想实质,提高应用能力.将二重积分、三重积分、第一类曲线积分与曲面积分统

一成多元数量值函数积分的概念,并讨论它们的共同性质,介绍统一的物理应用公式,这样处理,突出了黎曼积分的本质.用第一类曲线积分和第一类曲面积分定义第二类曲线积分与第二类曲面积分,将学生感觉困难的有向投影问题蕴含在向量的内积中,这也与物理上实际应用形式一致,使学生掌握起来比较容易.

四、充分重视培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力

长期以来,理工科学生学了数学不知怎样用,缺乏应用数学知识解决实际问题的意识与能力,更谈不上数学建模意识与能力.为了解决这一问题,本书重视将数学建模的思想和方法渗透到教材中去,培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力.例如,每一重要概念都介绍其应用背景,每一重要结果都举出应用实例,应用的范围也不仅仅局限在几何与物理方面,而扩大到经济、生物、生命科学与化学等学科领域.每一章后面都选择了数学应用典型实例,并结合相关内容,介绍一些常用的应用数学方法.

五、安排数学实验,使数学教学与计算机应用相结合

安排“数学实验”的目的是使学生通过数学实验课题的完成,进一步深入理解数学的基本概念与基本理论,了解相关的数值计算方法,学会使用数学软件,培养建立数学模型解决实际问题的意识与能力.“数学实验”安排在每一章最后,其主要内容是:图形演示与数值计算;对实际问题的计算机模拟与数学建模.数学建模能力将随着教学内容的深化逐步培养.

本书分上、下两册,上册包括极限理论、一元函数微积分与常微分方程;下册包括多元函数微积分与无穷级数.每节配有习题,每章配有复习题,书末附有习题答案.

本书精选例题和习题,难易适度;文字叙述力求清晰流畅,简

明易懂,深入浅出,循序渐进,便于学生学习.

使用本书(上、下册)需要150学时左右,带*号的内容可根据专业需要酌情取舍.本书可作为高等工业院校高等数学或微积分课程的教材或教学参考书,也可供工程技术人员、自学者及报考研究生的读者参考.

本书由谢云荪、李正良主编,上册执笔者是:陈良均(第一章)、李昌宜(第二章)、蒲和平(第三章)、谢云荪(第四章与数学实验).

本书的初稿及修改稿曾在我校1997级到1999级学生中使用,任课教师对书稿提出了不少宝贵的意见,现在又作进一步修改完善.

本书由全国高等学校工科数学课程指导委员会委员重庆大学赵中时教授与电子科技大学赵善中教授主审,他们对书稿提出了十分宝贵的意见和建议,在此表示衷心的感谢!

本书在编写与试用过程中,得到全国高等学校工科数学课程数学指导委员会的指导,得到电子科技大学学校领导与教务处的大力支持,在此一并表示衷心的感谢!

限于编者水平,疏漏之处,在所难免,恳请同行专家及读者批评指正.

编 者

2000年8月

目 录

绪 论	(1)
第一章 函数 极限与连续	(5)
§ 1.1 映射与函数	(5)
一、集合 区间与邻域	(5)
二、映射	(9)
三、函数的概念	(11)
四、函数的运算 反函数	(17)
五、函数的几种简单性态	(21)
六、基本初等函数 初等函数	(25)
七、建立函数关系式举例	(34)
习题 1.1	(37)
§ 1.2 极限的概念	(39)
一、数列的极限	(40)
二、当自变量趋于无穷大时函数的极限	(45)
三、当自变量趋于有限值时函数的极限	(48)
四、单侧极限	(54)
五、数列极限与函数极限的关系	(56)
习题 1.2	(58)
§ 1.3 无穷小量 无穷大量	(59)
一、无穷小量与无穷大量的概念	(59)
二、无穷小量与无穷大量的关系	(60)

三、无穷小的运算性质	(61)
四、函数及其极限与无穷小之间的关系	(63)
五、无界函数	(63)
习题 1.3	(64)
§ 1.4 极限的性质及运算法则	(66)
一、极限的性质	(66)
二、极限的运算法则	(68)
习题 1.4	(73)
§ 1.5 极限存在准则 两个重要极限	(74)
一、夹逼准则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	(74)
二、单调有界准则 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	(80)
三、无穷小的比较	(86)
习题 1.5	(90)
§ 1.6 连续函数	(91)
一、连续性的概念	(91)
二、函数的间断点	(96)
三、连续函数的运算	(100)
四、初等函数的连续性	(102)
五、闭区间上连续函数的性质	(104)
习题 1.6	(109)
§ 1.7 数学实验	(111)
实验一 在计算机上绘制函数的图形	(111)
实验二 用对分法求方程的根	(112)
实验三 分形曲线	(112)
实验四 椅子平稳模型	(115)

复习题一	(117)
第二章 一元函数微分学	(120)
§ 2.1 导数的概念	(120)
一、引例	(120)
二、导数的定义	(123)
三、单侧导数	(126)
四、导数的几何意义	(128)
五、函数可导与连续的关系	(129)
六、在经济学中导数的含义	(132)
习题 2.1	(133)
§ 2.2 导数的运算法则	(135)
一、导数的四则运算法则	(135)
二、反函数的求导法则	(138)
三、复合函数的求导法则	(140)
四、导数基本公式	(145)
习题 2.2	(147)
§ 2.3 隐函数与参数式函数的导数	(149)
一、隐函数的导数	(149)
二、参数式函数的导数	(153)
三、相关变化率问题	(157)
习题 2.3	(160)
§ 2.4 高阶导数	(161)
习题 2.4	(167)
§ 2.5 函数的微分	(168)
一、微分的概念	(168)
二、微分运算法则	(172)

三、函数的线性近似	(174)
习题 2.5	(177)
§ 2.6 微分中值定理	(178)
一、函数的极值及其必要条件	(178)
二、微分中值定理	(180)
习题 2.6	(189)
§ 2.7 不定型的极限	(190)
一、 $\frac{0}{0}$ 型与 $\frac{\infty}{\infty}$ 型	(191)
二、其他不定型	(194)
习题 2.7	(198)
§ 2.8 泰勒公式	(199)
一、泰勒公式	(199)
二、几个常用的麦克劳林公式	(204)
三、泰勒公式的应用	(208)
习题 2.8	(212)
§ 2.9 函数的单调性与极值	(213)
一、函数单调性的判定法	(213)
二、函数极值的判定法	(217)
三、最大值与最小值问题	(222)
四、在经济学中的极值问题	(227)
习题 2.9	(229)
§ 2.10 函数的凸性与曲线的拐点	(231)
习题 2.10	(239)
§ 2.11 函数作图	(240)
一、曲线的渐近线	(240)
二、函数作图	(245)

习题 2.11	(247)
§ 2.12 曲线的曲率	(248)
一、弧微分	(248)
二、曲率	(250)
习题 2.12	(255)
§ 2.13 数学实验	(256)
实验一 用牛顿—辛普森迭代法求方程的根	(256)
实验二 拐角问题	(260)
复习题二	(262)
第三章 一元函数积分学	(265)
§ 3.1 定积分的概念与性质	(265)
一、引例	(265)
二、定积分的定义	(268)
三、函数可积的充分条件	(270)
四、定积分的几何意义	(270)
五、定积分的性质	(273)
习题 3.1	(278)
§ 3.2 微积分基本定理	(279)
一、积分上限的函数	(280)
二、微积分基本定理	(283)
习题 3.2	(284)
§ 3.3 不定积分的概念与性质	(285)
一、不定积分的概念	(285)
二、不定积分的几何意义	(286)
三、不定积分的性质	(287)
四、基本积分公式	(288)

习题 3.3	(294)
§ 3.4 换元积分法	(295)
一、不定积分的换元积分法	(295)
二、定积分的换元积分法	(311)
习题 3.4	(318)
§ 3.5 分部积分法	(320)
一、不定积分的分部积分法	(320)
二、定积分的分部积分法	(327)
习题 3.5	(331)
§ 3.6 有理函数的积分	(332)
一、有理函数的积分	(332)
二、三角函数有理式的积分	(342)
习题 3.6	(345)
§ 3.7 广义积分	(345)
一、无穷区间上的广义积分	(346)
二、无界函数的广义积分	(350)
三、 Γ 函数与 β 函数	(353)
习题 3.7	(356)
§ 3.8 定积分的几何应用	(357)
一、微元法	(357)
二、求平面图形的面积	(359)
三、求体积	(364)
习题 3.8	(368)
§ 3.9 定积分的物理应用	(369)
一、功	(369)
二、引力	(372)

三、液体的压力	(375)
四、函数的平均值与均方根	(376)
习题 3.9	(379)
§ 3.10 数学实验	(380)
实验一 数值积分	(380)
实验二 钓鱼问题	(386)
实验三 飞机油箱的长度问题	(386)
实验四 倾斜水箱的体积问题	(386)
复习题三	(387)
第四章 常微分方程	(392)
§ 4.1 微分方程的基本概念	(392)
一、引例	(392)
二、基本概念	(395)
三、积分曲线与方向场	(397)
习题 4.1	(400)
§ 4.2 一阶微分方程	(401)
一、可分离变量的方程	(402)
二、齐次方程	(406)
三、一阶线性方程	(411)
习题 4.2	(419)
§ 4.3 可降阶的高阶微分方程	(421)
一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型	(421)
二、 $y''=f(x, y')$ 型	(422)
三、 $y''=f(y, y')$ 型	(425)
习题 4.3	(427)
§ 4.4 二阶齐次线性方程	(428)

一、二阶齐次线性方程解的性质与结构	(428)
二、二阶常系数齐次线性方程的解法	(432)
习题 4.4	(439)
§ 4.5 二阶非齐次线性方程	(440)
一、二阶非齐次线性方程解的性质与结构	(440)
二、二阶常系数非齐次线性方程的解法	(442)
三、欧拉方程	(456)
习题 4.5	(458)
§ 4.6 数学实验	(460)
实验一 常微分方程的数值解法	(460)
实验二 人口增长模型	(465)
实验三 鱼雷击舰问题	(470)
复习题四	(470)
习题答案	(473)

绪 论

数学是研究现实世界数量关系与空间形式的一门科学,简单地说,数学就是研究数与形的一门科学.在数学发展的不同历史阶段,随着人们对客观世界认识的不断深化,作为数学的研究对象——“数”与“形”,其表现形式经历了由常量到变量、由特殊到一般、由直观到抽象的过程.回顾数学发展的历史,可以使我们了解微积分的研究对象以及在数学发展过程中的地位与作用.

数学发展的历史大体上可以分为四个阶段:

第一阶段为萌芽时期(大约在公元前5世纪以前).人类从数数开始建立了自然数的概念与简单的记数法,并认识了最简单的几何形体.这个时期算术与几何开始逐渐形成,其特点是简单的推理.

第二阶段为常量数学时期(大约在公元前5世纪到公元后17世纪中叶).这个时期前后延续了2000多年.在这个时期不仅数学已成为独立的学科,而且代数、几何、三角等都成为比较独立的学科.这个时期研究的数是常数或常量(即在某一变化过程中保持不变或相对保持不变的量),研究的形是不变的规则几何形体.研究常量间的代数运算和不同形体内部及相互间的关系,分别形成了初等代数与初等几何,也就是现在中学数学的主要内容.

第三阶段为变量数学时期(大约从17世纪中叶到19世纪中叶).变量数学起始于对物体运动的研究.作为变化着的量的一般性质和它们之间依赖关系的反映,在数学中产生了变量与函数的概念.数学研究对象从常量到变量的这种根本扩展是数学发展中

的一个飞跃.

解析几何的出现是变量数学发展的第一个决定性步骤,其主要标志是1637年法国数学家笛卡尔(Descartes)的论著《方法论》的发表.恩格斯对此有高度的评价:“数学的转折点是笛卡尔的变数.有了变数,运动进入了数学;有了变数,辩证法进入了数学;有了变数,微分与积分也就立刻成为必要的了……”.

微积分的出现是变量数学发展的第二决定性步骤,其主要标志是英国科学家牛顿(Newton)在1665年的论文中出现了“流数术”(即微分与积分)及1687年发表的专著《自然哲学的数学原理》.同一时期,德国数学家莱布尼兹(Leibniz)发表了求极大、极小值及切线的新方法,1684年发表了关于微分学的论文,1686年发表了关于积分学的论文.

微积分的起源主要来自两方面的问题:一是几何学中一些问题,作曲线的切线和求面积与体积;二是力学中的一些问题,已知路程对时间的关系求速度,或已知速度对时间的关系求路程.这些问题,许多数学家虽然都曾研究过,但是这两类问题之间的关系的发现,以及解决这些问题一般方法的形成,是由牛顿与莱布尼兹完成的.

18世纪以微积分为主体的分析学进一步发展,微分方程、积分方程、函数论、级数、变分法等方面的研究成果不断涌现,同时出现了以研究随机变量为对象的概率论,并且形成了分析、代数与几何三大数学分支.

第四阶段为近代与现代数学时期(19世纪中叶以来).19世纪中叶,数学的发展出现了一系列重大的变化,分析、代数与几何三大分支都有重大的突破.如在分析方面,极限理论进一步精确化,微积分理论进一步完善,德国数学家康托(Cantor)创立了集合论,